

基于变分模态分解与最小熵解卷积的 齿轮故障诊断

陈克坚¹, 崔伟成², 朱良明²

(1. 中国人民解放军 91245 部队, 辽宁 葫芦岛 125001; 2. 海军航空大学, 山东 烟台 264001)

摘要: 为了准确地进行齿轮故障诊断, 结合变分模态分解和最小熵解卷积, 给出了一种新的故障诊断方法; 首先, 以包含啮合频率的分量的包络峭度最大作为原则, 确定变分模态分解的分量个数; 然后, 将齿轮振动信号运用变分模态分解, 得到多个分量; 选取包含啮合频率的分量作为敏感分量; 接着, 应用最小熵解卷积, 将敏感分量降噪; 最后, 应用包络分析技术进行故障诊断。通过齿轮断齿故障振动数据的分析, 验证了方法的有效性。

关键词: 变分模态分解; 敏感分量; 最小熵解卷积; 齿轮故障诊断

Gear Fault Diagnosis Based on Variational Mode Decomposition and Minimum Entropy Deconvolution Approach

Chen Kejian¹, Cui Weicheng², Zhu Liangming²

(1. 91245 PLA troops, HuLuDao 125001, China; 2. Naval Aeronautical University, Yantai 264001, China)

Abstract: In order to diagnose the gear fault accurately, a mode based on variational mode decomposition (VMD) and minimum entropy deconvolution (MED) was proposed. Firstly, the number of intrinsic mode functions (IMFs) was set based on the kurtosis of the IMF included mesh frequency maxima principle. Secondly, the vibration signal of gear was decomposed into some IMFs by VMD, then the IMF included mesh frequency was selected as the sensitive component. Thirdly, the sensitive component was de-noised by MED. Finally, the fault was diagnosed by the envelope aptitude spectrum. The analysis of broken tooth of gear fault data shows that the method can realize the fault diagnosis effectively.

Keywords: variational mode decomposition; sensitive component; minimum entropy deconvolution; gear fault diagnosis

0 引言

齿轮发生故障时, 其故障特征反映在振动信号中, 因此, 通过振动分析进行故障诊断是一种常用的方法。工程上常用共振解调的方法, 通过添加合适的带通滤波器进行滤波, 进而通过解调分析确定故障的有无及类型。但带通滤波器的参数不易确定^[1]。学者们尝试引入时频分析技术确定滤波器参数, 实现共振解调。典型的时频分析技术有小波变换 (Wavelet transform, WT)^[2]、小波变换包 (Wavelet package transform, WPT)^[3]、经验模态分解 (Empirical mode decomposition, EMD)^[4] 及局部均值分解 (Local mean decomposition, LMD)^[5]。但 WT、WPT 的母小波结构参数必须根据经验给定, 无自适应性。EMD、LMD 能实现自适应分解, 但其理论框架尚未完善, 且使用过程中存在过/欠包络、频率混淆、端点效应等问题^[6-7]。

2014 年 K. Dragomiretskiy 等提出了一种全新的信号分解方法: 变分模态分解 (Variational mode decomposition, VMD)。该方法通过迭代搜索变分模型的最优解, 自动获取各个分量的中心频率及带宽, 具有坚实的理论基础。其分解能力和噪声抑制能力优于 EMD 和 LMD, 在旋转机械故障诊断中

得到了广泛的应用^[8]。

应用 VMD 方法进行故障诊断的步骤一般为: 将振动信号进行自适应分解, 得到若干分量, 选取一个或多个分量, 结合希尔伯特变换 (Hilbert transform, HT) 等包络分析技术进行故障诊断^{[9]、[10-11]}。在应用过程中, 存在如下问题: (1) VMD 的分量个数不易确定; (2) 蕴含故障特征的分量 (敏感分量) 不易筛选; (3) 分解过程中, 噪声会混入敏感分量, 影响设备运行状态的判读。

为了最大程度地提取故障特征, 进而准确地进行故障诊断, 首先, 以包含啮合频率的分量的包络峭度最大作为原则, 确定 VMD 的分量个数; 然后, 对齿轮振动信号进行 VMD, 得到多个分量, 并选取包含啮合频率的分量作为敏感分量; 为了分离混入敏感分量中的噪声, 并使结果的峭度值增大, 应用最小熵解卷积 (Minimum entropy deconvolution, MED) 将敏感分量降噪; 最后, 应用 Hilbert 包络分析技术进行故障诊断。

1 变分模态分解

VMD 方法将分析信号 $x(t)$ 分解成 i 个固有模态函数 (Intrinsic mode function, IMF) $u_i(t)$ 。若每个 $u_i(t)$ 具有有限带宽, 则通过 VMD 使每个 $u_i(t)$ 的估计带宽之和最小。其过程可描述如下:

1.1 变分模型的构造

1) 将各 $u_i(t)$, 应用 Hilbert 变换:

$$\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t}\right) * u_i(t) \quad (1)$$

收稿日期: 2017-12-24; 修回日期: 2018-01-31。

基金项目: 国家部委预研基金资助(9140A27020214JB1446)。

作者简介: 陈克坚(1979-), 男, 湖南长沙人, 大学, 工程师, 主要从事装备技术综合保障方向的研究。

2) 对式(1)中得到的信号, 预计估算其中心频率 ω_i , 将其移动到相应的基带上:

$$\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t}\right) * u_i(t) * e^{-j\omega_i t} \quad (2)$$

3) 利用高斯平滑指标来估算各个分量的频带宽度, 最后构造约束变分模型:

$$\begin{cases} \min_{\{u_i\}, \{\omega_i\}} \left\{ \sum_i \left\| \partial_t \left[\delta(t) + \frac{j}{\pi t} * u_i(t) \right] * e^{-j\omega_i t} \right\|_2^2 \right\} \\ \text{s. t.} \quad \sum_i u_i(t) = x(t) \end{cases} \quad (3)$$

式中, $u_i = \{u_1, \dots, u_i\}$ 为原始信号分解得到的 i 个分量, $\omega_i = \{\omega_1, \dots, \omega_i\}$ 为 $\{u_i(t)\}$ 的中心频率。

1.2 变分问题的求解

1) 引入二次惩罚因子 α 和拉格朗日乘子 $\lambda(t)$ 将约束性变分问题变换为非约束性变分问题:

$$\begin{aligned} L(\{u_i\}, \{\omega_i\}, \lambda) = & \alpha \sum_i \left\| \partial_t \left[\delta(t) + \frac{j}{\pi t} * u_i(t) \right] * e^{-j\omega_i t} \right\|_2^2 + \\ & \left\| f(t) - \sum_i u_i(t) \right\|_2^2 + \left[\lambda(t), f(t) - \sum_i u_i(t) \right] \\ & \left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * u_i(t) * e^{-j\omega_i t} \end{aligned} \quad (4)$$

2) 利用乘子交替方向算法求解式(4)的鞍点, 即可得到最优解。在问题求解过程中, 各分量不断更新中心频率及带宽, 最终可根据原始信号的频域特性完成频带的剖分, 实现信号的自适应分解^[9]。

2 最小熵解卷积

MED方法是Wiggins提出的一种信号时域盲解卷积技术。该方法不需要先验假设^[12], 且可以显著提高脉冲冲击类信号的信噪比, 非常适用于轴承、齿轮裂纹、点蚀、断齿等故障类型的诊断。

振动信号经过传递路径被传感器接收, 可以看成是一个卷积问题, 即:

$$y(n) = x(n) * h(n) \quad (5)$$

其中: $y(n)$ 为传感器接收到的信号, $x(n)$ 为真实的信号, $h(n)$ 为传递路径所代表的线性系统。

解卷积问题就是寻找一个逆滤波器 $w(n)$, 由输出 $y(n)$ 恢复输入 $x(n)$, 即:

$$x(n) = y(n) * w(n) = \sum_{l=1}^L w(l)y(n-l) \quad (6)$$

其中: L 为滤波器 $w(n)$ 的阶数。

齿轮振动信号的状态变化常常体现在其频率结构的变化上, 当齿轮正常时, 其振动信号近似服从高斯分布, 熵值较大; 当出现故障时, 故障脉冲激起系统共振, 信号能量将会向共振频带集中, 频率分量的不确定性较小, 熵值较小。因此, 以熵最小为目标进行解卷积处理, 可突出信号中的脉冲冲击成分, 使故障特征更为明显。MED算法即是寻找最优的逆滤波器 $w(n)$, 使信号的熵最小。MED实际解卷积的目标函数具有和峭度表达式相似的形式, 即:

$$O(w(l)) = \frac{\sum_{n=1}^N x^4(n)}{\left[\sum_{n=1}^N x^2(n) \right]^2} \quad (7)$$

通过解卷积使式(7)最大, 从而提高信噪比。因此, MED也可以理解成是峭度最大解卷积。

令式(7)的一阶导数为零, 可得到:

$$b = Aw \quad (8)$$

式中, $b = \left[\frac{\sum_{n=1}^N x^2(n)}{\sum_{n=1}^N x^4(n)} \right] \sum_{n=1}^N x^3(n)y(n-l)$ 为 $y(n)$ 和 $x(n)$ 的互

相关矩阵; $A = \sum_{n=1}^N y(n-l)y(n-m)$ 是 $y(n)$ 的自相关矩阵; $w = \sum_{m=1}^L w(m)$ 是逆滤波器的参数。MED通过迭代可求出最优滤波器参数: $w = A^{-1}b$ ^[13-16]。

3 故障诊断方法及流程

3.1 故障诊断方法

3.1.1 敏感分量的确定

齿轮发生故障时, 啮合频率被周期性的脉冲所调制, 经典的共振解调方法即是选定啮合频率为中心频率、根据经验选定合适的带宽, 对信号进行带通滤波, 提取窄带信号, 然后解调故障特征频率。应用小波(小波包)、EMD等方法的自适应共振解调方法也大多选取包含啮合频率的分量作为敏感分量进行包络解调分析。因此, 本文选取包含啮合频率的IMF分量作为敏感分量。

3.1.2 分量个数的确定

选取包含啮合频率的IMF分量作为敏感分量, 求取VMD参数的问题本质上是确定带宽, 使敏感分量蕴含的故障信息最丰富。

峭度能表征脉冲明显程度, 是一个归一化的时域统计量^[17], 定义为:

$$K_s = \frac{\text{mean}(|x|^4)}{[\text{mean}(|x|^2)]^2} - 2 \quad (13)$$

齿轮故障振动信号主要表现为周期性的脉冲与啮合频率的调制。将周期性脉冲从啮合频率的载波中解调, 计算峭度(分量的包络峭度)即可表征故障信息。取不同的分量个数作为参数, 对振动信号进行VMD分解, 若敏感分量的包络峭度取得了最大值, 则可认为该分量个数是最佳的, 也就是说, 敏感分量的包络峭度最大化可作为选取VMD分量个数优化的原则。

因此, 分量个数确定的过程为: (1) 设置分量个数最大值; (2) 依次按照预置的分量个数进行VMD分解; (3) 按照啮合频率选取敏感分量, 并计算敏感分量包络的峭度值; (4) 将敏感分量包络峭度值最大的分量个数最为最佳分量个数。

3.1.3 MED后置处理

经VMD分解可获得敏感分量, 敏感分量较原始信号的信噪比有了明显提高, 但仍混入了噪声。为了分离混入敏感分量中的噪声, 采用MED作为后处理方法。

现有文献多将MED作为信号预处理方法, 本文在使用中发现将MED后置能获得更好的处理结果, 主要原因在于:

1) MED能增强信号中的脉冲分量, 但易受非共振带随机脉冲(局部离群野值)的影响。对信号VMD分解后, 可得到近似窄带信号, 对窄带信号进行MED能抑制局部离群野值的影响。

2) 信号经过MED处理, 峭度值能明显提高, 但VMD分

解并不能保证峭度值的提高。为保证包络分析的质量，应保证信号具有较大的峭度值，因此，建议将 MED 作为后处理方法。

3.2 故障诊断流程

本文给出的齿轮故障诊断流程为：

- 1) 确定齿轮的啮合频率。
- 2) 预置 VMD 分量个数为 2。
- 3) 对采集到的振动信号按照预置的分量个数，运用 VMD 方法进行分解，得到若干分量。
- 4) 选取包含啮合频率的分量做为敏感分量。
- 5) 对敏感分量进行 Hilbert 变换得到包络信号。
- 6) 计算包络信号的峭度，保存包络峭度最大值，取包络峭度最大值对应的敏感分量为最佳敏感分量，将预置分量个数加 1。
- 7) 重复步骤 3) ~6)，直至预置分量个数达到最大值，最大值可设为 10 次。
- 8) 对最佳敏感分量进行 MED，得到降噪信号
- 9) 求取降噪信号的频谱和包络谱，根据齿轮故障机理进行故障诊断。

4 试验数据分析

振动信号来自齿轮实验台，实验台原理见图 1。变频调速电机通过联轴节驱动主动轮，主动轮与从动轮直接啮合，从动轮为空载状态。主动轮和从动轮的齿数均为 37，人为将从动轮的一个齿尖切割约 4 mm，模拟断齿故障。电机转速为 $n = 420 \text{ r/min}$ ，对应转频为 $f_r = n/60 = 7 \text{ Hz}$ ，啮合频率为 $f_m = f_r \times 37 = 259 \text{ Hz}$ 。采用加速度传感器获取加速度信号，加速度传感器安装在从动轮外靠近电机一侧，采样率为 $f_s = 1024 \text{ Hz}$ 。实验时，通过变频调速器设定电机转速，待速度稳定时，启动数据采集卡记录 5 s 的数据，取中间 1 s 的数据进行分析，因此，数据长度为 $N = 1024$ 。

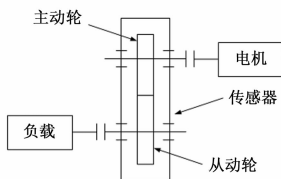


图 1 齿轮箱传动结构

原始信号的时域波形、频谱及包络谱见图 2。可以看出：(1) 时域波形中存在大量脉冲，但周期性不强；能看到调制特征；(2) 在频谱上，260 Hz 处存在幅值最大的谱线，考虑到计算误差，260 Hz 可近似认为是齿轮啮合频率 f_m ； f_m 两侧存在明显的两个谱线：253 Hz 和 267 Hz，这两个频率是 f_m 被转频 f_r (7 Hz) 调制的一阶边频带。(3) 包络谱中，转频 f_r (7 Hz) 处存在全谱最大的谱线。

从频谱和包络谱中的特性可以推断齿轮出现了故障，但不能给出故障类型。因齿轮局部异常的频域特性表征为多个边带，包络谱应出现 f_r 及其倍频。图 2 (b)、(c) 中的特性，更接近齿轮偏心或不同轴。因此，需要进行进一步的处理。

首先对振动信号进行 VMD。设定预置 VMD 分量个数范围为 2~10，选定包含啮合频率 260 Hz 的分量为敏感分量。按照预置的分量个数，运用 VMD 进行分解，记录每次分解敏

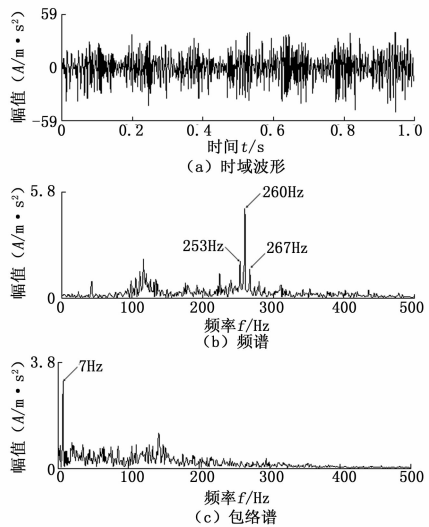


图 2 原始信号的时域波形、频谱和包络谱

感分量的包络峭度值于表 1。可知，分量个数为 6 时，分量 4 的包络包络峭度值最大。因此，取 VMD 的分量个数为 6，包含啮合频率的分量 4 视为最佳敏感分量。

表 1 各次分解敏感分量的包络峭度值

分解次数	敏感分量序号	峭度
2	2	2.13
3	3	2.08
4	3	2.12
5	4	2.03
6	4	2.20
7	5	2.04
8	5	2.11
9	6	2.02
10	6	2.03

对最佳敏感分量进行 MED，其时域波形、频谱及包络谱如图 3 所示。可以看到：(1) 时域波形中，周期性脉冲较原始信号得到了明显的增强，也就是说，信号的峭度得到了提高；(2) 频谱中，260 Hz 处的谱线仍然是全谱最大值， f_m 被 f_r 及其 2、3 倍频调制的边频带 (240 Hz、246 Hz、253 Hz、267 Hz 及 274 Hz) 处存在明显的谱线；(3) 包络谱中，转频 f_r 及其 2、3 倍频 (7 Hz、14 Hz 及 21 Hz) 处存在明显的谱线。根据上述分析，可以明确给出齿轮存在局部故障的结论。

作为对比，对振动信号直接 MED，并将信号的时域波形、频谱及包络谱列于图 4。可以看出：(1) 时域波形中，脉冲较原始信号得到了明显的增强、幅值变大，但脉冲的周期性不明显，也就是说随机脉冲干扰了 MED，所增强的脉冲并没有表现出调制特性；(2) 频谱中，整个频谱结构发生了较大的变化，260 Hz 处的谱线已不是全谱最大值，253 Hz 处仍存在相对明显的谱线；(3) 包络谱中，7 Hz 处存在明显的谱线，14 Hz 处存在不太明显的谱线。因此，直接对信号进行 MED，频谱变得杂乱，不利于后续分析，包络谱较原始信号稍有改善，也就是说，信号直接 MED，故障特征增强不明显。

对 MED 降噪信号进行 VMD，按照前述方法得到敏感分量，其时域波形、频谱及包络谱如图 5 所示。可以看到：(1) 时域

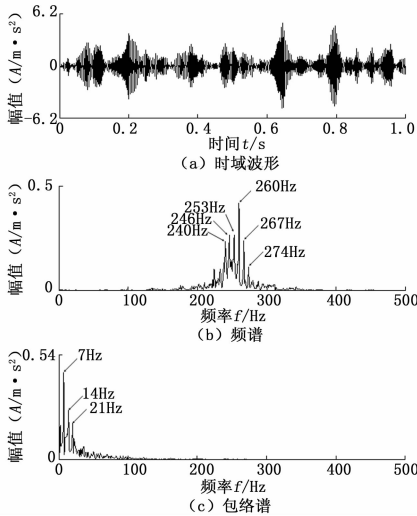


图 3 VMD—MED 降噪信号的时域波形、频谱和包络谱

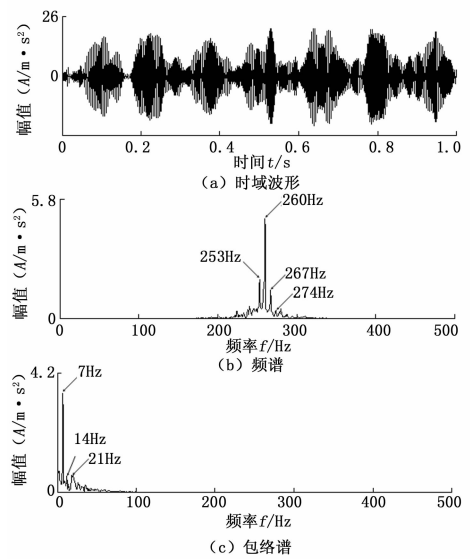


图 5 MED—VMD 降噪信号的时域波形、频谱和包络谱

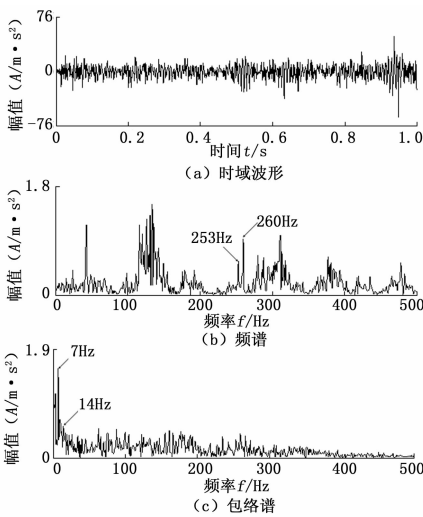


图 4 MED 降噪信号的时域波形、频谱和包络谱

波形中, 周期性脉冲及调制特性较原始信号及降噪信号得到了明显的增强, 与 VMD—MED 信号的结果类似; (2) 频谱中, 260 Hz 的谱线仍然是全谱最大值, 253 Hz、267 Hz 及 274 Hz 处存在明显的谱线; (3) 包络谱中, 7 Hz、14 Hz 及 21 Hz 处存在相对明显的谱线。也可给出齿轮存在局部故障的结论。

但是, 比较 VMD—MED 与 MED—VMD 的结果, 前者的频谱中, 调制边频带更为丰富; 前者的包络谱中 14 Hz、21 Hz 的谱线的相对幅值更大, 更清晰。因此, 在齿轮振动信号分析中, VMD—MED 的效果优于 MED—VMD。

最后, 从峭度值的变化上说明算法的有效性。分别计算原始信号、VMD 信号、VMD—MED 信号、MED 信号及 MED—VMD 信号的峭度值, 并列于表 2。可以看出, (1) 原始信号的峭度值比较小, 经 VMD 分解, 峭度反而降低; (2) 原始信号经过 MED 处理, 峭度值能得到明显的提高, VMD—MED 能得到最大的峭度值; (3) 对原始信号先进行 MED, 再进行 VMD 分解, 其敏感分量的峭度值只有 2.67, MED 降噪信号经 VMD 处理, 峭度值反而降低。在基于振动信号的齿轮故障诊断中, 峭度的提高有利于突出故障特征, 而 VMD 分解

在提高峭度方面并没有优势, 因此, 建议将 MED 作为后置处理方法。

表 2 各信号的峭度值

信号	峭度
原始信号	2.46
VMD 信号	2.08
VMD—MED 信号	5.07
MED 信号	4.85
MED—VMD 信号	2.67

5 结论

本文结合变分模态分解与最小熵解卷积, 给出了一种新的故障诊断方法。对齿轮振动信号, 采用变分模态分解进行分解, 结合啮合频率选取敏感分量, 由最小熵解卷积实现信噪分离, 对所得降噪信号求取包络谱, 根据故障特征频率进行故障诊断。以齿轮断齿故障振动信号为例, 验证了方法的有效性。

参考文献:

- [1] 钟秉林, 黄仁. 机械故障诊断学 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2013.
- [2] 于德介, 程军圣, 成 琼. 基于复小波变换相位谱的齿轮故障诊断 [J]. 振动、测试与诊断, 2004, 24 (4): 275—276.
- [3] 田福庆, 罗 荣, 李 万, 等. 改进的谐波小波包峭度图及其应用 [J]. 上海交通大学学报, 2014, 48 (1): 39—44.
- [4] Huang N E, Shen Z, Long R S, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis [J]. Proc. Roy. Soc. London, 1998, 454: 903—995.
- [5] Smith J S. The local mean decomposition and its application to EEG perception data [J]. Journal of the Royal Society Interface, 2005, 2 (5): 443—454.
- [6] 于德介, 程军圣. EMD 方法在齿轮故障诊断中的应用 [J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 2002, 29 (6): 48—51.