

修正钟差和方位误差的 X 射线脉冲星导航

王璐¹, 史晨曦¹, 李建勋^{1,2}, 张爽¹

(1. 西安理工大学 自动化与信息工程学院, 西安 710048;

2. 中国科学院 西安光学精密机械研究所瞬态光学与光子技术国家重点实验室, 西安 710119)

摘要: 为了减小时钟漂移和脉冲星方位误差对自主导航系统的影响, 提出了一种考虑钟差修正和方位误差的脉冲星导航方法; X 射线脉冲星导航以脉冲到达时间为量测量, 同时将星载时钟钟差和方位偏差造成的系统偏差作为增广状态构成状态变量, 建立导航系统, 利用无迹卡尔曼滤波器 (unscented Kalman filter, UKF) 进行状态估计; 仿真结果表明, 该方法可以抑制方位偏差对导航的影响, 控制星载时钟钟差, 同脉冲星导航相比, 该方法提供更高的导航估计精度。

关键词: X 射线脉冲星导航; 时钟钟差; 脉冲星方位偏差

X-ray Pulsar Navigation to Correct for Clock Errors and Direction Errors

Wang Lu¹, Shi Chenxi¹, Li Jianxun^{1,2}, Zhang Shuang¹

(1. School Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China;

2. State Key Laboratory of Transient Optics and Photonics, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics of Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710119, China)

Abstract: In order to reduce the impact of clock drift and pulsar direction error on the autonomous navigation system, a method of pulsar navigation considering clock error correction and a direction error is proposed. X-ray pulsar navigation is measured by pulsearrival time, sets the clock error and the system deviation caused by the direction error of the on-board clock as the augmented state to form the state variable, establishes the navigation system, and uses unscented Kalman filter (UKF) controls navigation information. The simulation results show that this method can suppress the influence of azimuth deviation on navigation, control the clock error of satellite, and provide higher navigation estimation accuracy.

Keywords: X-ray pulsar navigation; clock error; pulsar direction error

0 引言

目前, 深空探测器一般都需要地面站的支持才能进行导航。但随着深空探测器距离地面越来越远, 该导航方式无法提供高精度、实时性的导航信息^[1]。而提供精确实时的导航信息是所有深空探测的前提和基础。所以, 深空探测器的自主导航已成为近年来国内外研究的热门课题^[2]。

然而深空探测器经过较长时间的探测任务后, 探测器的时钟会发生漂移^[3]。而时钟漂移会造成系统偏差^[2], 从而降低 X 射线脉冲星导航的定位精度。并且脉冲星本身存在的方位偏差也会影响 X 射线脉冲星导航的定位精度^[4]。

针对以上问题, 本文提出一种考虑钟差修正与脉冲星方位误差的 X 射线脉冲星导航方法。首先, 使用 X 射线探测器测量脉冲星导航航天器的时间。根据钟差修正模型来处理时钟钟差对导航的影响。其次, 分析脉冲星系统偏差对导航的影响。时钟漂移造成的系统偏差与脉冲星方位误差造成的系统偏差, 同时作为状态向量的增广分量。最后, 本文采用无迹 UKF 对导航信息进行处理。

1 量测模型

1.1 X 射线脉冲星量测模型

脉冲星信号到达太阳系质心 (sun system barycenter, SSB) 的时间可以由脉冲计时模型预报得到。通过处理量测值也得到一个脉冲到达 SSB 的时间。通过时间转换模型外推可以获得该脉冲信号到达 SSB 处的时间^[5-6]。再根据脉冲星的时间相位模型可以计算出脉冲真实达到 SSB 的时间^[7]。外推的脉冲到达时间 (time-of-arrival, TOA) 与真实的到达时间之差反映了航天器的位置偏差和钟差。在航天器上测量的脉冲 TOA 可以转换到 SSB 处对应的 TOA^[8]:

$$t_b^i = t_{sc}^i + \frac{n^i r_{sc}}{c} + \frac{2\mu_s}{c^3} \ln \left| \frac{n^i \cdot r_{sc} + r_{sc}}{n^i \cdot b + b} + 1 \right| + \frac{1}{2cD_0^i} \cdot [-r_{sc}^2 + (n^i \cdot r_{sc})^2 - 2b \cdot r_{sc} + 2(n^i \cdot b)(n^i \cdot r_{sc})] \quad (1)$$

式中, t_b^i 是脉冲到达 SSB 的脉冲 TOA; t_{sc}^i 是脉冲到达航天器的脉冲 TOA; r_{sc} 是航天器相对于 SSB 的位置矢量; c 为光速; $n^i = [\cos \lambda^i \cos \alpha^i, \cos \lambda^i \sin \alpha^i, \sin \lambda^i]^T$ 是第 i 颗脉冲星的方向矢量, λ^i 和 α^i 分别为第 i 颗脉冲星的赤经和赤纬; 上标 i 用来区分不同的脉冲星; D_0^i 是第 i 颗脉冲星到 SSB 的距离; b 是 SSB 相对于太阳的位置矢量; μ_s 为太阳的引力常数。

1.2 方位偏差造成的系统偏差

脉冲星的实际单位方向向量为 n , 但我们只能得到一个测量值 \hat{n} 。将公式 (1) 中的 n 用 \hat{n} 进行替换:

收稿日期: 2017-12-20; 修回日期: 2018-01-10。

基金项目: 国家自然科学基金 (61004122); 陕西省自然科学基金 (2015JM6270); 校科技创新计划项目 (2015CX027, 2016CX043)。

作者简介: 王璐 (1986-), 女, 陕西渭南人, 博士, 讲师, 主要从事脉冲星信号处理方向的研究。

$$t_b^i = t_{sc}^i + \frac{\hat{n}^i \cdot r_{sc}}{c} + \frac{2\mu_s}{c^3} \ln \left| \frac{\hat{n}^i \cdot r_{sc} + r_{sc}}{\hat{n}^i \cdot b + b} + 1 \right| + \frac{1}{2cD_0^i} [-r_{sc}^2 + (\hat{n}^i \cdot r_{sc})^2 - 2b \cdot r_{sc} + 2(\hat{n}^i \cdot b)(\hat{n}^i \cdot r_{sc})] + \frac{1}{c} \mathbf{B}^i \quad (2)$$

式中, \mathbf{B}^i 是第 i 颗脉冲星造成的系统偏差。根据公式 (1) 与 (2), \mathbf{B}^i 可表示为:

$$\mathbf{B}^i = (n^i - \hat{n}^i) \cdot r_{sc} + \frac{2\mu_s}{c^3} (\ln \left| \frac{n^i \cdot r_{sc} + r_{sc}}{n^i \cdot b + b} + 1 \right| - \ln \left| \frac{\hat{n}^i \cdot r_{sc} + r_{sc}}{\hat{n}^i \cdot b + b} + 1 \right|) + \frac{1}{2cD_0^i} [(n^i \cdot r_{sc})^2 + (\hat{n}^i \cdot r_{sc})^2 + 2(n^i \cdot b)(\hat{n}^i \cdot r_{sc}) - 2(n^i \cdot b)(\hat{n}^i \cdot r_{sc})] \quad (3)$$

在地心惯性坐标系中公式 (3) 的第三项与第四项可以省略^[2], 因此, \mathbf{B}^i 可简化为:

$$\mathbf{B}^i = (n^i - \hat{n}^i) \cdot r_{sc} \quad (4)$$

在 SSB 惯性系统中, X 射线脉冲星信号的时间相位模型为:

$$\varphi(t) = \varphi(t_0) + f[t - t_0] + \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{d^{n-1} f}{dt^{n-1}} (t - t_0)^n \quad (5)$$

式中, t_0 为参考时间原点; f 为脉冲星的辐射频率。则由上式可以获得脉冲信号 φ_k 到达 SSB 的时间为:

$$t'_{b_i} = \arg(\varphi_k) \quad (6)$$

星载时钟的钟面时间 t_{sc} 对应的真实时间为 t'_{sc} , 钟差为 δ_i , 则有 $t_{sc} = t'_{sc} - \delta_i$; 航天器的位置误差为 δr , 航天器的真实位置为 r'_{sc} , 则 $r_{sc} = r'_{sc} - \delta r$, 故式(1)可重写为:

$$t_b^i = t_{sc}^i - \delta_i + \frac{\hat{n}^i \cdot (r_{sc}' - \delta r)}{c} + \frac{2\mu_s}{c^3} \ln \left| \frac{\hat{n}^i \cdot (r_{sc}' - \delta r) + r_{sc}}{\hat{n}^i \cdot b + b} + 1 \right| + \frac{1}{2cD_0^i} [-r_{sc}^2 + (\hat{n}^i \cdot (r_{sc}' - \delta r))^2 - 2b \cdot (r_{sc}' - \delta r) + 2(\hat{n}^i \cdot b)(\hat{n}^i \cdot (r_{sc}' - \delta r))] + \frac{1}{c} \mathbf{B}^i \quad (7)$$

脉冲信号 φ_k 到达 SSB 原点真实时间 t'_{b_i} 与估算的到达时间 t_b 之差为:

$$\Delta t = t'_b - t_b = \delta t + \frac{(n - \hat{n}) \cdot r_{sc}'}{c} + \frac{\hat{n} \cdot \delta r}{c} - \frac{(n - \hat{n}) \cdot (r_{sc}' - \delta r)}{c} = \delta t + \frac{n \cdot \delta r}{c} \quad (8)$$

2 动力学模型

2.1 轨道动力学模型

选取地心惯性坐标系, 导航系统的轨道动力学模型为:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v + w_r \\ \frac{dv}{dt} = a_e + a_m + a_s + a_{sr} + w_v \\ \frac{dB}{dt} = w_B \end{cases} \quad (9)$$

其中: $r = [x \ y \ z]^T$ 和 $v = [v_x \ v_y \ v_z]^T$ 分别为航天器相对于地球的位置矢量和速度矢量。 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 是航天器与地球之间的距离。 $[x \ y \ z \ v_x \ v_y \ v_z]^T$ 是状态向量。 x, y, z, v_x, v_y, v_z 分别为航天器在 3 个坐标轴上的速度和位置分量。

$a_e = -\mu_e r/r^3$ 是地球的引力加速度, μ_e 是地球的引力常数。

$a_m = -\mu_m(r - r_m)/|r - r_m|^3 + r_m/|r_m|^3$ 是月球的引力加速度, μ_m 是月球的引力常数, r_m 是月球相对于地球的位置矢量。

$a_s = -\mu_s(r - r_s)/|r - r_s|^3 + r_s/|r_s|^3$ 是太阳的引力加速度, μ_s 是太阳的引力常数, r_s 是太阳相对于地球的位置矢量。

$a_{sr} = -k\rho_e r_s^2(S/m)(r - r_m)/|r - r_m|^3$ 是太阳压力加速度, $k(1 \leq k \leq 2)$ 是吸光度, ρ_e 是太阳光压强度, S 是面积, m 是航天器的质量。

公式 (9) 可以简写为:

$$\dot{\mathbf{X}} = f(\mathbf{X}, t) + w(t) \quad (10)$$

式中, 状态向量 $\mathbf{X} = [r, v, \mathbf{B}]^T$ 。 $\mathbf{B} = [B^1 \ B^2 \ \dots \ B^m]^T$ 是第 i 颗脉冲星的方位误差造成的系统偏差, m 为脉冲星的总个数。 $w(t) = [w_r, w_v, w_B]^T$ 是状态过程噪声, 将其假定为协方差为 \mathbf{Q} 的零均值高斯白噪声^[8]。

2.2 星载时钟钟差模型

星载时钟的同步可以通过估计相对于标准时间的时钟钟差、钟差漂移率和钟差漂移率的变化率获得, 因此星载时钟性能可用白噪声驱动的二态多项式进行仿真, 离散过程的模型和模型噪声方差^[9-10]为:

$$\begin{bmatrix} x_1(t_{k+1}) \\ x_2(t_{k+1}) \\ x_3(t_{k+1}) \end{bmatrix} = \Phi_c(\tau) \begin{bmatrix} x_1(t_k) \\ x_2(t_k) \\ x_3(t_k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{c1}(k) \\ w_{c2}(k) \\ w_{c3}(k) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{Q}_c(k, \tau) = E[w_c(k)w_c(k)^T] =$$

$$\begin{bmatrix} q_1\tau + \frac{1}{3}q_2\tau^3 + \frac{1}{20}q_3\tau^5 & \frac{1}{2}q_2\tau^2 + \frac{1}{8}q_3\tau^4 & \frac{1}{6}q_3\tau^3 \\ \frac{1}{2}q_2\tau^2 + \frac{1}{8}q_3\tau^4 & q_2\tau + \frac{1}{3}q_3\tau^3 & \frac{1}{2}q_3\tau^2 \\ \frac{1}{6}q_3\tau^3 & \frac{1}{2}q_3\tau^2 & q_3\tau^2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\Phi_c(\tau) = \begin{bmatrix} 1 & \tau & \frac{\tau^2}{2} \\ 0 & 1 & \tau \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中, x_1, x_2, x_3 分别表示时钟钟差、钟差漂移率和钟差漂移率的变化率; τ 为时间间隔; w_{c1}, w_{c2}, w_{c3} 为白噪声; q_1, q_2, q_3 为噪声的功率谱密度; $\Phi_c(\tau)$ 为状态转移矩阵。

2.3 钟差修正模型

将星载时钟钟差作为组合导航的增广状态变量, 则增广之后的状态向量为 $\hat{\mathbf{X}} = [\delta x \ \delta y \ \delta z \ \delta v_x \ \delta v_y \ \delta v_z \ x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T$ 。则钟差修正的 X 射线脉冲星导航系统的状态方程 $\hat{\mathbf{X}}_{k+1}$ 为:

$$S_k = \begin{bmatrix} \frac{\mu_s(3x^2 - r^2)}{r^5} & \frac{3\mu_s xy}{r^5} & \frac{3\mu_s xz}{r^5} \\ \frac{3\mu_s xy}{r^5} & \frac{\mu_s(3y^2 - r^2)}{r^5} & \frac{3\mu_s yz}{r^5} \\ \frac{3\mu_s xz}{r^5} & \frac{3\mu_s yz}{r^5} & \frac{\mu_s(3z^2 - r^2)}{r^5} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{S}(k) & \mathbf{O}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1} = \begin{bmatrix} \delta r \\ \delta v \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{S}(k) & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \Phi_e & \mathbf{O}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_k + \mathbf{W}_k \quad (16)$$

式中, Φ 为增广后的系统状态转移矩阵; $\mathbf{W}_k = [\omega(k)^T \ \omega_{c1}(k) \ \omega_{c2}(k) \ \omega_{c3}(k)]^T$ 为噪声项; $\mathbf{O}_{3 \times 3}$ 与 $\mathbf{O}_{6 \times 3}$ 为零矩阵; Φ_e 为式 (10) 经离散线性化得到的状态转移矩阵。

增广后的脉冲星导航量测方程为:

$$\mathbf{Z}_1(k) = \begin{bmatrix} \Delta t_1 \\ M \\ \Delta t_i \end{bmatrix} = \mathbf{H}_1(k) \hat{\mathbf{X}}_1 + \mathbf{w}_1(k) \quad (17)$$

式中, i 用来区分不同的脉冲星; \mathbf{w}_1 为脉冲星观测的噪声项; \mathbf{H}_1 为脉冲星导航的观测矩阵:

$$\mathbf{H}_1(k) = \begin{bmatrix} n_{1x}/c & n_{1y}/c & n_{1z}/c & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ n_{ix}/c & n_{iy}/c & n_{iz}/c & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

3 仿真实验与分析

3.1 仿真条件

为了验证本文方法的有效性, 将之分别与 X 射线脉冲星导航方法和 X 射线脉冲星与多普勒组合导航 (X-ray Pulsar/Doppler Integrated Navigation, XPDIN) 方法的估计结果相比较。本文使用的脉冲星的参数信息^[12]见表 1; X 射线背景辐射流量 B_x 为 0.005 ph/cm²/s; 时间间隔设定为 500 s; X 射线探测器面积为 1 m²; 各脉冲的噪声协方差分别为 109 m、334 m、1 866 m、325 m。

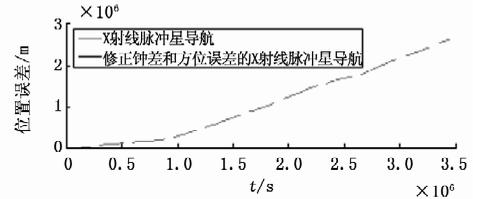
深空探测器的标称位置初值与标称速度初值分别设置为 (1.270 × 10⁵, 7.124 × 10⁴, 3.090 × 10⁴) km, (-17.012, 25.573, 11.411) km/s; 星载时钟的噪声谱密度为 $q_1 = 1.0 \times 10^{-22} \text{ s}^2/\text{s}$, $q_2 = 2.0 \times 10^{-32} \text{ s}^2/\text{s}^3$, $q_3 = 6.0 \times 10^{-45} \text{ s}^2/\text{s}^5$; 多普勒测速精度为 0.01 m/s。

表 1 脉冲星的参数

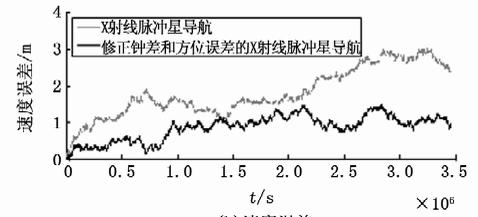
| Pulsar | B0531+21 | B1937+21 | B1957+20 | B1821-24 |
|------------------|----------|----------|----------|----------|
| $\alpha/(\circ)$ | 86.63 | 294.12 | 59.20 | 276.13 |
| $\delta/(\circ)$ | 22.01 | 21.58 | -4.70 | -24.87 |
| D_0/kpo | 2.0 | 3.6 | 1.53 | 5.5 |
| P/s | 0.0334 | 0.00156 | 0.00160 | 0.00305 |

3.2 仿真结果及分析

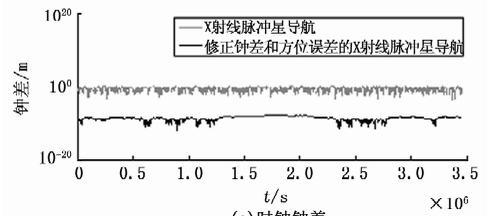
图 1 给出了修正钟差和方位误差的 X 射线脉冲星导航和 X 射线脉冲星导航的对比结果。航天器长时间航行时, 航天器的时钟会发生偏移, 同时脉冲星的方位不可避免的存在偏差, 时钟偏差与方位偏差都造成了系统偏差。修正钟差和方位误差的 X 射线脉冲星导航有效的抑制了时钟钟差和方位偏差对导航精度的影响。同 X 射线脉冲星导航相比, 该方法有更好的导航精度和钟差修正能力。



(a) 位置误差

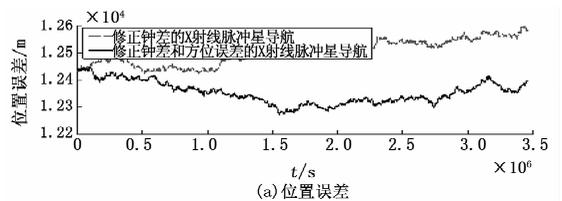


(b) 速度误差

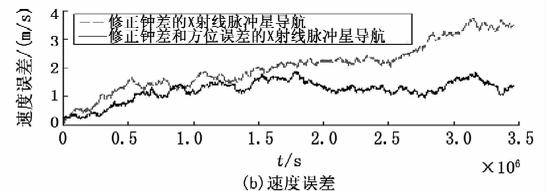


(c) 时钟钟差

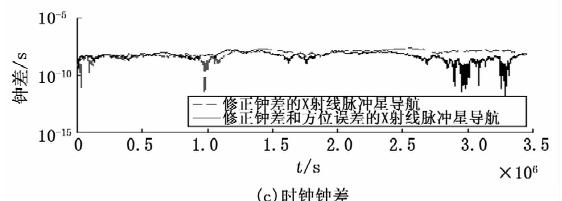
图 1 修正钟差和方位误差的 X 射脉冲星导航与 X 射线脉冲星导航对比



(a) 位置误差



(b) 速度误差



(c) 时钟钟差

图 2 修正钟差和方位误差的 X 射脉冲星导航与修正方位误差 X 射线脉冲星导航对比