文章编号:1671-4598(2017)10-0189-05 DOI:10.16526/j.cnki.11-4762/tp.2017.10.048 中图分类号:TM911 文献标识码:A

并联锂离子电池组的模型化与电流分配

施宝昌,沈爱弟

(上海海事大学物流科学与工程研究院,上海 201306)

摘要: 近些年发表了大量关于消除串联电池组能量不均衡方法的文献;然而,关于电池性能的变化对并联电池组的影响的研究还比较少;为探索具有不同特性的电池进行并联联接时的影响,基于锂电池的戴维宁等效电路模型建立了并联电池组的数学模型;在此基础 上,通过内阻差 ΔR 和容量差 ΔQ 两种参数情况分析了并联电池组内电流分配的基本机制;为进行对比分析,选择了4个不同老化程度的 锂电池以构建不同的电池组;采用非线性最小二乘法对模型的未知参数进行辨识,并利用 MATLAB 进行建模仿真比较;仿真实验结果 表明,对于有不同老化程度电池的并联电池组,并联电池组内的电流会发生很大的变化,这可能导致更严重的不一致性问题并进一步加 速电池老化。

关键词: 电流分配; 并联电池组; 等效电路模型; 锂电池

Modelling and Current Distribution of Parallel-connected Lithium Cells

Shi Baochang, Shen Aidi

(Institute of Logistics Science & Engineering, Shanghai Maritime University, Shanghai 201306, China)

Abstract: Methods of removing the energy imbalance of cells connected in series have been extensively reported within literature for the past years. However, there has been little discussion around the effect that the variation of the battery performance has when cells are connected electrically in parallel. In order to explore the impact of connecting cells, with varied properties, in parallel, the model of parallel battery pack is established based on the venin equivalent circuit model of lithium ion cell. On this basis, the basic mechanism of the current distribution in the parallel battery pack is analyzed by two parameter scenarios, resistance variation ΔR and capacity variation ΔQ . For comparative analysis, four different aging lithium ion cells are selected to build different battery packs. A nonlinear least squares algorithm was used to estimate the vector of unknown model parameters, and modeling and simulating in MATLAB. The simulation indicate that, with different degraded cells in parallel, there could be large difference in current, which may cause further accelerated degradation and a more serious inconsistency problem.

Keywords: current distribution; parallel-connected cells; equivalent circuit model; lithium cells

0 引言

锂离子电池性能的变化是不可避免的,制造公差和使用条件都会造成电池性能的变化。电池组中电池的不一致性问题降低了电池组的性能和运行效率^[1-2]。

为增加电池组容量以及满足功率的需求,电池组内的电池 可能是并联联接的^[3-4],特别是在像混合动力船舶这种对电池 组功率和容量要求很高的场合。并联电池组具有每个单体电池 端电压相同与负载电流等于各单体电池电流之和的性质,人们 一般认为只有串联电池组才需要能量均衡^[5],因为并联电池有 相同的端电压而保持均衡。然而,很少有实验数据对此进行进 一步探讨。内阻的变化意味着并联电池组内的单体电池会经历 不同的电流。然而,单体电池的电流通常不测定,所以电池管 理系统 (BMS)难以发现任何支路电流的变化。由于电流的 变化会改变锂电池的荷电状态 (SOC),温度以及各单体电池 的老化速度^[6-7],这意味着并联的单体电池尽管具有相同的端 电压但不一定具有相同的 SOC 和老化速度^[8]。

电池模型是用于描述电池在工作过程中电压、电流以及荷 电状态(SOC)等参数之间的数学关系, 锂离子电池动态模型

作者简介:施宝昌(1990-),男,江苏宿迁市人,硕士研究生,主要从 事电池组均衡方向的研究。 的研究不仅是电池状态估算、性能分析、科学评价以及使用的 基础,而且也是连接电池内部状态和电池外部特性的桥梁。常 用的锂离子电池动态模型有电化学模型、神经网络模型和等效 电路模型。其中,等效电路模型由于其相对简单,而且可以推 导出模型的状态空间方程,便于分析和应用,易于参数化和实 时可行性^[9],因此,等效电路模型在电池建模仿真中得到了广 泛的应用。

本文基于锂电池的戴维宁等效电路模型导出了一个一般的 并联电池组动态模型,从而可以对并联电池组内单体电池进行 深入的分析,当单体电池模型保持相同的模型结构,该电池组 模型允许计算并联电池组内单体电池的电流和状态。这意味着 可以以传统的结构对并联电池组进行建模和评估,而无需做出 关于单体电池一致性的假设。

关于电池性能变化对并联电池组的影响的研究还相对较 少,本文着重研究了并联电池组电流分配的特性,并进行了许 多仿真实验,以研究电池的不一致性问题对并联电池组的影 响。第2节针对内阻差 ΔR 和容量差 ΔQ 两种参数情况分析了 并联电池组内电流分配的基本机制。在第3节中,对3组并联 电池组的仿真结果进行了具体分析。在第4节中,给出了结论 以及进一步的工作。

1 锂电池模型的建立

为研究并联电池组内电流分配的特征,本文针对额定容量为 3.0 Ah 的磷酸铁锂电池,建立了锂电池的戴维宁电池

收稿日期:2017-03-28; 修回日期:2017-04-13。

基金项目:国家自然科学基金项目(61304186)。

模型[10]。

190

单体电池的等效电路模型(ECM)包含了多个元件,如图1(a)所示:开路电压 v_{α} ,欧姆电阻 R_d ,极化电阻 R_P 和极化电容 C_P 。并且,根据所需的响应的带宽和精度,可以串联使用多对 RC 模块。

通常,系统的状态方程写成等式(1)的形式:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned}$$
 (1)

则模型的状态方程为:

$$\begin{cases} SOC \\ \dot{v}_{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_{p}C_{p}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} SOC \\ v_{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{Q} \\ \frac{1}{C_{p}} \end{bmatrix} i_{adl} \\ \begin{bmatrix} v_{t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{f(SOC)}{SOC} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} SOC \\ v_{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_{d} \end{bmatrix} i_{adl} \end{cases}$$
(2)

其中:Q为单体电池容量, i_{cell} 为单体电池的支路电流, v_t 为单体电池的端电压, $v_{cc} \sim SOC$ 方程 $v_{cc} = f(SOC)$ 通常具有 典型的非线性关系。

对单体电池的 ECM 进行扩展以并联任意数量的电池。图 1(b)给出了4个单体电池并联的原理图,每个电池末端之间 都有一个互连电阻 *R*_c。每个单体电池由各自如图 1a 所示的 ECM 表示,并保持相同的模型结构。

除了单体电池的状态方程,也存在并联电池系统的代数约束,即基尔霍夫电流定律与基尔霍夫电压定律,如图1(c)与图1(d)。基于基尔霍夫定律进行推导时发现,使用 $v_{\alpha c}$ 而非 SOC 作为状态变量会更加方便。这使非线性方程 $v_{\alpha c} = f(SOC)$ 从系统的输出矩阵C转移到输入矩阵B,但不影响系统的状态矩阵A,因此系统的极点保持不变。为此,定义了一个电容 C_0 ,并由公式(3)给出:



图1 电路原理图

则单体电池模型的状态方程可改写为:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{v}_{\ell \alpha} \\ \dot{v}_{P} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_{P}C_{P}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\ell \alpha} \\ v_{P} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C_{0}} \\ \frac{1}{C_{P}} \end{bmatrix} i_{cell} \\ \begin{bmatrix} v_{t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\ell \alpha} \\ v_{P} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_{d} \end{bmatrix} i_{cell} \end{cases}$$
(4)

对于有 n个电池并联的电池系统,则有系统的状态方程:



通过分析方程结构和由式(5)的系统状态矩阵所得的特征值,可以看出,每个单体电池的动态特性保持独立,并且需要单体电池电流作为输入矢量。然而,单体电池电流通常不测定,因此,系统的输入需替换为负载电流 *i*₁。

由基尔霍夫电压定律可得:

$$R\begin{bmatrix}i_1\\i_2\\\vdots\\i_n\end{bmatrix} = Ex + Fi_1 \tag{6}$$

其中:矩阵 R 为等式 (7),矩阵 E 为等式 (8),矩阵 F 为等式 (9)。

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ R_{d,1} & -(R_{d,1} + & R_{d,2} & & & \\ & R_{d,2} + 2R_C) & R_{d,2} & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & R_{d,n-2} & -(R_{d,n-2} + & R_{d,n-1} & \\ & & R_{d,n-1} + 2R_C) & R_{d,n-1} & \\ & & & R_{d,n-1} & -(R_{d,n-1} + & R_{d,n} + 2R_C) \end{bmatrix}$$

$$(7)$$

(8)

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{9}$$

由基尔霍夫电流定律可得:

$$\begin{bmatrix} i_{cell,1} \\ i_{cell,n} \\ \vdots \\ i_{cell,n} \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix}$$
(10)

其中:

$$\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & & \\ & 1 & -1 & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & 1 & -1 \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

综上所述,即有并联电池组的状态方程:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B[GR^{-1}(Ex + Fi_1)] \\ y = Cx + D[GR^{-1}(Ex + Fi_1)] \end{cases}$$
(11)

此方程表明,使用相同的输入和输出可以写出所有并联电 池的状态。这便于使用已建立的控制理论方法对并联电池组的 整体响应进行更透彻的分析。

2 电流分配的基本机制

本节仅包含对并联电池组的电流分配的理论探讨,旨在说 明并联电池组内电流分配的基本机制。为提高以下讨论的方便 性和可理解性,对实际情况进行的简化:

1) 并联电池组仅包含两个单体电池;

2) 每个单体电池由简化的 ECM 表示;

3) $v_{\alpha} \sim SOC$ 曲线是线性化的,每个 $v_{\alpha} \sim SOC$ 曲线由一条直线表示;

4) R_d 是没有任何相关性的常量值;

5) 并联连接的附加阻抗, 例如互连电阻 R_c, 可被忽略;

6)极化电阻与极化电容有关系式: $R_{P,1}C_{P,1} = R_{P,2}C_{P,2}$ 。 对于并联电池组,考虑以下两种参数情况:

 ΔR 情况:两个单体电池的欧姆电阻有 5 m Ω 的差异,即 $R_{d,2} - R_{d,1} = 15 \text{ m}\Omega - 10 \text{ m}\Omega = 5 \text{ m}\Omega$ 。然而,两单体电池具有 相同的容量 Q 和相同的 OCV 曲线, $Q_1 = Q_2 = 3$ Ah。

 ΔQ 情况:两个单体电池的欧姆电阻相同, $R_{d,2} = R_{d,1} = 15$ m Ω 。然而,两单体电池具有不同的容量, $Q_1 = 3Ah > Q_2 = 2.5$ Ah。

在下文中,将通过对并联电池组模型施加 $i_1 = 6$ A 且持续 1 500 s 的电流脉冲来观察这两种参数情况下的电流分配。

图 2 (a) 给出了单体电池的电流 *i_{cell,1}* 和 *i_{cell,2}*。在电流脉冲的初始时刻,两个单体电池的 *voc* 相同,单体电池电流根据等式 (12) 进行分配。

$$i_{\alpha dl,1}/i_1 = R_{d,2}/(R_{d,1} + R_{d,2})$$
 (12)
单体电池的电阻压降关系由等式 (13) 给出:

$$i_{cell,1} \cdot R_{d,1} + v_{0C,1} = i_{cell,2} \cdot R_{d,2} + v_{0C,2}$$
 (13)

另外,图 2 (b) 给出了 v_{α} 曲线。在初始时刻,两个 v_{α} 具有相同的值。但是,由于不均衡电流分配的原因,导致单体 电池 1 充电速度更快,并使得 $v_{\alpha,1} > v_{\alpha,2}$,电流 $i_{edl,1}$ 平稳降 低。最终建立恒定的 $v_{\alpha} \not\equiv \Delta v_{\alpha}$,并且两个单体电池的电流恒 等为 $i_{edl,1} = i_{edl,2} = i_1/2$ 。由等式(13)即可得: $\Delta v_{\alpha} = i_1/2$ • $(R_{d,2} - R_{d,1})$ 。

在充电停止时刻,具有更低阻抗的单体电池1经历了一个 放电峰值,而具有更高阻抗的单体电池2的电流没有突然改变 其方向,而是缓慢降低。在这个放电阶段,最终达到 $v_{\alpha,1} = v_{\alpha,2}$ 的均衡状态。由此,将之前电池1比电池2多充的电荷量 ΔQ 转移至单体电池2。

图 3 (a) 给出了单体电池的电流 $i_{cell,1}$ 和 $i_{cell,2}$,图 3 (b) 给出了 v_{cc} 曲线。在充电初始时刻,由于 $R_{d,1} = R_{d,2}$ 且 $v_{cc,1} = v_{cc,2}$,所以有 $i_{cell,1} = i_{cell,2} = i_1/2$,因此导致电池 2 的 $v_{cc,2}$ 增速 更快。为了补偿两个 v_{cc} 之间的电压差 Δv_{cc} ,电流 $i_{cell,1}$ 平稳增 加,电流 $i_{cell,2}$ 平稳减小。 v_{cc} 与电流之间的相互关系可由等式 (14) 给出:

$$R_{d,1} \cdot (i_{cell,1} - i_{cell,2}) = v_{0C,2} - v_{0C,1}$$
(14)

在充电停止时刻,由于 v_{0C,2} > v_{0C,1},所以单体电池 2 对单



图 2 ΔR 情况下的仿真结果

体电池 1 进行充电。最终达到 $v_{\alpha,1} = v_{\alpha,2}$ 的均衡状态。由此, 将之前电池 2 比电池 1 多充的电荷量 ΔQ 转移至单体电池 1。



图 3 △Q 情况下的仿真结果

3 仿真结果与分析

在第1节中推出的并联电池组模型需要进行参数化以进行 仿真实验^[11]。文献 [11] 详细阐述了实验过程和数据采集方 法,运用此方法,对4个老化程度不同的锂离子电池的实验数 据进行了采集,并采用非线性最小二乘法对模型的未知参数向 量 Θ 进行辨识,即式(15),此成本函数旨在对测得的电压 v_t 和估计电压 v_t 之间的电压差进行极小化。

$$\overset{\operatorname{argmin}}{\Theta} \sum_{n=1}^{n} \left[v_{t_n} \hat{v}_{t_n} (t, i_{cell}, \Theta) \right]^2$$

$$\Theta = \left[R_d , R_{P,1} , C_{P,1} \cdots C_{P,n} \right]$$
(15)

4 个单体锂离子电池分别进行了 0、50、100 和 150 次老 化循环。锂离子电池老化的两个主要指标是阻抗的上升和容量 的衰减。表 1 中的结果表明,电池老化循环导致锂离子电池一 个稳定的阻抗增加和容量减少。

为分析并联电池组中老化程度不同的单体电池对电流分配 的影响,将4个电池组成3组,如表2所示,组1和组2均具 有两个并联的单体电池,但两单体电池的老化程度差不同,组 3具有4个并联的单体电池。

表 1 电池老化循环							
电池编号	老化循环次数	1C放电容量/Ah	阻抗/mΩ				
电池 1	0	2.99	45.8				
电池 2	50	2.84	51.6				
电池 3	100	2.71	58.4				
电池 4	150	2.59	63.7				

表	2	测试分组	l
~~	_		۰.

组号	电池编号					
1	电池 1	电池 2				
2	电池 1	电池 4				
3	电池 1	电池 2	电池 3	电池 4		

在 Matlab 中对已参数化的电池组模型进行仿真模拟,得 到3组并联电池组在负载电流下的电流分配情况,仿真结果 如下。

3.1 两电池并联联接

第1组和第2组在负载电流 $i_1 = -6$ A 下的电流分配情况 如图4和图5所示。组1中的电流差在1A内,比组2中的电 流差小得多。这可能是由具有相似老化程度的电池的内部特性 的相似性引起的。如图4和图6所示,当放电电流增加时,单 体电池间的电流差变大,循环电流也增加。在图6的放电终端 阶段单体电池间的电流差变大,这表明电池2的 SOC 比电池1 更早接近零,这导致电池2的 v_{α} 迅速下降。因此,单体电池 1 被迫流过更多的电流来维持电压平衡。



(1C速率: -6 A)

在电池组放电过程中,由于内阻和极化效应的差异使得电池组的电流分配出现不均衡。因此,每个单体电池的 SOC 以不同的速率变化。在放电结束时,当并联电池组达到低压限制时,每个单体电池的 SOC 不完全相同,使得放电结束时存在循环电流。

在图 6 中,与单体电池 4 相比,单体电池 1 的输出功率 在放电期间相对较高,特别是在放电阶段的末端附近,电流和 功率的增加导致更高的极化电压降和更多的散热。考虑到由高 温和电流引起的加速老化效应,在运行期间单体电池 1 将更快 老化。

3.2 四电池并联联接

第3组在负载电流 $i_1 = -12$ A 下的电流分配情况如图 7





图 6 电池 1 与电池 2 的放电电流 (1.5C 速率: -9 A)

所示。在整个放电过程中,相比于如果所有单体电池是一致 的,并联电池组产生了明显的电流波动,并且所有的单体电池 都经历了一个明显更高的峰值电流。尤其是老化程度最高的电 池4在放电的结束阶段经历了超过两倍的额定电流。随着电池 进入低 SOC 区域,在 1700 s 后电流分配有显著的变化。在放 电结束时,老化程度最高的单体电池(电池4)正经受最大的 电流, 而老化程度最低的单体电池(电池1)正经受最小的电 流,这与典型的所预期的电流分配不一致。其主要是由于发生 在低的 SOC 时阻抗的增加(相对于电池 4)。老化程度更低的 电池,其先前已经历了更多的电流,使其 SOC 相较其他电池 更低,因此,最终它们的阻抗会迅速增加并超过老化程度更高 电池的阻抗。从而导致老化程度更高的电池在放电结束时会经 历更大的电流。除了这一点,锂电池的 v_{α} 在低 SOC 时会更加 显著地降低。这意味着,在放电过程中 SOC 更低的电池的 v_{cc} 会更显著接近端电压,因此只能流过较少的电流。方程(16) 由方程(4)的输出方程得出以求解电流,为简单起见除去的 RC对上的电压。从这一点可以看出,该电阻的上升和更低的 v_{α} 一起作用而降低通过低 SOC 电池的电流。

$$i_{cell} = \frac{v_t - v_{CC}}{R_d} \tag{16}$$

仿真的结果意味着,并联电池组内的电流分配是非常动态 和多变的,因此假设并联电池组的电流分配是固定的以及老化 程度最高的电池会一直经受最小的支路电流是过于简单的。并







且,这些变化将依赖于电池的特性,如 $v_{0c} \sim SOC$ 曲线以及电 池的阻抗随 SOC 的变化是如何变化的。另外,并联电池组的 整体性能也依赖于电池组应用的具体情况,并与负载电流的幅 值、持续时间和频率等有关。例如,运用于混合动力汽车的电 池组的 SOC 通常保持在一个相对较窄的范围内,一般多集中 在约 50%的 SOC 范围内。这意味着它经历的电流分配情况与 在纯电动汽车中的电池组的电流分配情况不同。

总结 4

由仿真实验得出的主要结果表明,具有不同阻抗和容量电 池的并联电池组会表现出不均衡,单体电池间可能会有显著的 电流差异, 使部分单体电池可能产生高于预期的工作电流, 导 致部分单体电池老化更加迅速进而缩短了整个电池组的寿命, 降低了电池组的有效容量和安全性。目前,对并联电池组均衡 电路拓扑的研究还很少,接下来将借鉴串联电池组的均衡电路 拓扑以及均衡方法,通过探索抑制支路电流变化的方法,实现 对并联电池组能量均衡和管理的目的。

参考文献:

- [1] Piller S, Perrin M, Jossen A. Methods for state-of-charge determination and their applications [J]. Journal of Power Source, 2001, 96 (1): 113-120.
- [2] 刘文刚,周 波, 王晓丹, 等. 18650 型锂离子电池的循环容量衰减 研究「J]. 电源技术, 2012, 36 (3): 306-309.
- [3] Gong X, Xiong R, Mi C C. Study of the characteristics of battery packs in electric vehicles with parallel-connected lithium-ion battery cells [A]. Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 2014 Twenty - Ninth Annual IEEE [C]. 2014: 3218 - 3224
- [4] Zhang X, Mi C. Management of energy storage systems in EV, HEV and PHEV [J]. Veh. Power Manag., 2011, 259-286.
- [5] Lozano J G, Cadaval E R, Montero M I, et al. Battery equalization active methods [J]. Journal of Power Sources, 2014, 246, 934 - 949
- [6] Barre A, Deguilhem B, Grolleau S, et al. A review on lithiumion battery ageing mechanisms and estimations for automotive applications [J]. Journal of Power Sources, 2013 (241): 680-689.
- [7] Maher K, Yazami R. A study of lithium ion batteries cycle aging by thermodynamics techniques [J]. Journal of Power Sources, 2014, 247: 527 - 533.
- [8] Wu B, Yufit V, Marinescu M, et al. Coupled thermal-electrochemical modelling of uneven heat generation in lithium-ion battery packs [J]. Journal of Power Sources, 2013, 243: 544-554.
- [9] Hu X, Li S, Peng H. A comparative study of equivalent circuit models for Li-ion batteries [J]. Journal of Power Sources 2012, 198: 359-367.
- [10] 贾玉健, 解 大, 顾羽洁, 等. 电动汽车电池等效电路模型的分类 和特点 [J]. 电力与能源, 2011, 32 (6): 516-521.
- [11] Bruen T, Marco J. Modelling and experimental evaluation of parallel connected lithium ion cells for an electric vehicle battery system [J]. Journal of Power Sources, 2016, 310: 91-101.

(上接第188页) 四大原则。结合某航天器电气系统潜通路典型案例,分析了该



图 4 某航天器电气系统潜通路问题原理图

结束语 6

本文针对复杂航天器电气系统潜通路问题,分析了潜通路 问题存在的原因,介绍了潜通路问题仿真分析和故障定位分析 方法和流程,并提出了复杂航天器电气系统预防潜通路的设计 案例中潜通路问题存在的设计不合理因素以及改进措施。

参考文献:

- [1]张 翔,赵 岩,杨友超,等.潜通路分析在飞行器电气系统设 计中的应用 [J]. 宇航计测技术, 2016, 36 (4): 64-67.
- [2] 严殿启. 潜通路分析技术 [J]. 导弹与航天运载技术, 2000 (1): 43 - 47.
- [3] 邹 涛,马齐爽. 基于网络流仿真的潜通路分析方法 [J]. 北京 航空航天大学学报, 2012, 38 (4): 546-550.
- [4]梁 因,马齐爽,徐 萍.基于图论的潜通路分块分析方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2014, 40 (1): 115-119.
- [5] 焦建民,周 军,周凤岐.基于定性推理的潜在通路分析技术研 究 [J], 弹箭与制导学报, 2003, 23 (1): 220-222.
- [6] 严殿启, 孟鹏飞. 火工品控制及供配电系统减少潜在电路的设计 规则 [J]. 航天控制, 2016, 34 (3): 83-88.
- [7] 雒宝鹏,魏清新,杨 波. 电路仿真与故障诊断技术研究 [J]. 计算机测量与控制, 2012, 20 (10): 2619-2624.
- [8] 姚秀芳, 胡 杰. 复杂电路的潜通路分析 [J]. 装备指挥技术学 院学报, 2008, 19 (6): 76-79.
- [9] 徐 萍,马齐爽,邹 涛.开关电路潜通路分析的一种方法 [J]. 北京航空航天大学学报, 2011, 37 (3): 361-363.