

不同时变延迟下的多 AUV 编队协调控制

唐会林¹, 周佳加², 何东旭², 赵俊鹏²

(1. 中国人民解放军 92213 部队, 广东 湛江 524064; 2. 哈尔滨工程大学 自动化学院, 哈尔滨 150001)

摘要: 针对无领航者 AUV 编队协调控制问题, 提出了一种不同时变通信延迟下的一致性协调控制方法; 首先考虑到 AUV 之间水下通信存在时间延迟和数据丢失的问题, 利用状态反馈线性化理论处理 AUV 数学模型中的非线性耦合项, 从而将复杂的 AUV 模型转换为双积分器动态模型; 其次, 针对不同延迟通信情况, 设计了位置和速度双独立的拓扑结构以减少编队成员之间发送每个数据包中的数据量; 最后, 提出了无领航者的多 AUV 稳定条件, 进而将多 AUV 编队控制问题看作是一致性问题, 基于 Laypunov-Razumikhin 定理证明时延多 AUV 编队系统的稳定性; 该控制方法不仅能够克服不同时变延迟和数据丢失对编队的影响, 使所有以随机位置和速度出发的 AUV 的三维轨迹均能达到一致状态, 同时能抑制外界干扰; 仿真结果与所提控制方法理论结果一致。

关键词: 多自主水下航行器; 时变延迟; 编队协调控制; 一致性理论

Formation Coordination Control for AUVs Under Different Time-varying Delays

Tang Huiling¹, Zhou Jiajia², He Dongxu², Zhao Junpeng²

(1. Unit of 92213, Zhanjiang 524064, China;

2. College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: Aiming at the coordination control problem of AUVs formation without a pilot, this paper proposes a consensus method for different time-varying communication delay. Firstly, considering the problem that the underwater communication between AUVs is interrupted due to time delay or data loss, the nonlinear coupling term in the AUV mathematical model is processed by the state feedback linearization theory to convert it into a dual integrator dynamic model. Secondly, the position and velocity dual-independent topology are designed to reduce the amount of data in each packet sent between the formation members for different delay communication situations. Finally, the multi-AUV stability condition is proposed; and then the multi-AUV formation control problem is regarded as the consistency problem. Based on the Laypunov-Razumikhin theorem, the formation coordination control system has been proved to be stable. The control method can not only overcome the influence of different time delay and data loss on the formation, so that all AUVs starting at random positions and speeds can reach the same state, but also suppress external interference. The simulation results are consistent with the theoretical results of the proposed control method.

Keywords: AUVs; time-varying delays; formation coordination control; consensus theory

0 引言

随着海洋技术和应用需求的快速发展, 自主水下航行器 (autonomous underwater vehicle, AUV) 在深海调查、海底地图绘制、资源勘探以及探测定位鱼雷等民用和军事领域具有重要的作用^[1-2]。多 AUV 可以克服单个 AUV 不能完成复杂的任务的缺点, 尤其系统中存在不确定性、不完全信息和分布式控制。因此, 近年来多 AUV 的编队控制已经引起了控制界的广泛关注^[3-4]。

然而, 与陆地或空中多智能体编队控制相比, 在多 AUV 的编队控制中, 成员之间的信号传递采用水声作为通讯手段, 随着通讯距离的增加以及声学设备的限制其通信质量有时难以保障, 主要表现在信号的延迟、衰减、甚至失真^[5-6]。在基于

一致性方法的多 AUV 编队控制的方面, 文献 [7] 提出了有限时间位置一致性算法和一种新颖的分布式有限时间观测器, 用于无领航者或具有领航者的编队控制。在大多数有关一致性算法的研究中, 通信延迟是不可避免的, 通常利用 Lyapunov-Krasovskii 理论作为充要条件证明具有强连接和平衡通信拓扑编队的稳定性^[8-9]。文献 [10] 将其作为时变混合时延动态系统网络中的一致性问题以解决航行器编队控制问题, 并基于 Lyapunov-Razumikhin 泛函证明了航行器编队系统的稳定性。

文献 [11] 通过忽略非线性和耦合参数来构造 AUV 的线性模型, 这导致建立模型缺乏准确性。与其不同, 本文利用状态反馈线性化方法简化具有极小不准确性的模型, 从而将编队控制协调算法中复杂的 AUV 模型转换为双积分器动态模型。此外, 与文献 [12-13] 不同, 本文提出的速度和位置变量的通信拓扑结构分别用于传递随时间变化的位置和速度信息, 在不同通信拓扑结构和不同时间延迟的情况下完成多 AUV 编队。

1 问题描述

1.1 AUV 模型的反馈线性化

AUV 的动态模型可以被描述为在大地坐标系 $E-\xi\eta\zeta$ 和体

收稿日期: 2017-04-10; 修回日期: 2017-04-28。

基金项目: 国家自然科学基金 (51609048); 哈尔滨市应用技术与开发项目 (2016RAQXJ080); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目 (2572014BB03)。

作者简介: 唐会林 (1973-), 男, 江苏泰州人, 本科生, 工程师, 主要从事水下探测技术、水下作业工程方向的研究。

坐标系 $O-xyz$ 下的 6-DOF 模型, 如图 1 所示。

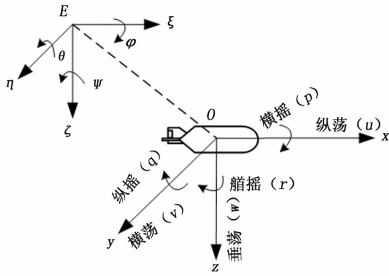


图 1 大地坐标系和体坐标系

由于横摇对平移运动的影响很小, 因此忽略横摇运动。

$$\dot{\eta}_i = J(\eta_i)v_i \quad (1)$$

$$M_i\dot{v}_i + C_i(v_i)v_i + D_i(v_i)v_i + g(\eta_i) = \tau_i + \omega_i$$

其中: $\eta_i = [x_i, y_i, z_i, \varphi_i, \theta_i, \psi_i]^T$, $x_i, y_i, z_i, \varphi_i, \theta_i, \psi_i$ 表示第 i 个 AUV 在 x, y, z 方向上的位置以及绕轴 x, y, z 转动的欧拉角; $v_i = [u_i, v_i, w_i, p_i, q_i, r_i]$ 表示线速度和角速度。 $M_i, C_i(v)$ 和 $D_i(v)$ 分别表示惯性矩阵, 科里奥利矩阵和阻尼矩阵, 而 $g_i(\eta)$ 是广义的重力和浮力的矩阵。 $J(\eta_i), M_i, C_i(v_i), D_i(v_i)$ 和 $g_i(\eta)$ 的详细物理意义可以参考文献 [14]。在本文中, 假设 AUV 在平面和垂直方向上是对称的。因此, $g(\eta)$ 等于 0, 且 $M_i, C_i(v_i)$ 是对称矩阵。

根据上述描述有:

$$M_i\dot{v}_i + C_i(v_i)v_i + D_i(v_i)v_i = \tau_i \quad (2)$$

其中: $\hat{u} = [T_u, T_v, T_w, \delta_s, \delta_r]^T$ 表示力和舵角。 $g'(\zeta)$ 可以描述为:

$$g'(\zeta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & g'_{25} \\ 0 & 0 & 1 & g'_{34} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g'_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g'_{55} \end{bmatrix}$$

其中: g'_{ij} 是由舵引起的流体动力学系数。

根据式 (1) 和 (2), 可以得到:

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta} \\ \dot{v}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -M_i^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J(\eta_i)v_i \\ N_i(v_i)v_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M_i^{-1}(\zeta) \end{bmatrix} \hat{u}_i \quad (3)$$

以单个 AUV 模型为例, 标准的 AUV 非线性化函数可以描述为:

$$\begin{aligned} \dot{\zeta} &= f(\zeta) + g(\zeta)\hat{u} \\ \mu &= h(\zeta) \end{aligned} \quad (4)$$

其中: $\zeta = [\eta^T, v^T]^T, h(\zeta) = \eta, g(\zeta) = \begin{bmatrix} 0 \\ M_i^{-1}g'(\zeta) \end{bmatrix}, f(\zeta)$

$$= \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -M_i^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J(\eta)v_i \\ N_i(v_i)v_i \end{bmatrix}.$$

此外, 对于 $h(\zeta)$ 的前 5 个元素, $h_i(\zeta)$ 的李导数可以定义为:

$$L_j h_i(\zeta) = f_i(\zeta), 1 \leq i \leq 5 \quad (5)$$

$h_i(\zeta)$ 的第二个李导数可以定义为:

$$L_j^2 h_1(\zeta) = (w \cos \psi \cos \theta - u \cos \psi \sin \theta) f_4(\zeta) +$$

$$\begin{aligned} & (-u \sin \psi \cos \theta - v \cos \psi) f_5(\zeta) - \\ & w \sin \psi \sin \theta f_5(\zeta) + \cos \psi \cos \theta f_6(\zeta) - \\ & \sin \psi f_7(\zeta) + \cos \psi \sin \theta f_8(\zeta) \\ L_j^2 h_2(\zeta) &= (w \sin \psi \cos \theta - u \sin \psi \sin \theta) f_4(\zeta) + \\ & (u \cos \psi \cos \theta - v \cos \psi) f_5(\zeta) + \\ & w \cos \psi \sin \theta f_5(\zeta) + \sin \psi \cos \theta f_6(\zeta) - \\ & \cos \psi f_7(\zeta) + \sin \psi \sin \theta f_8(\zeta) \\ L_j^2 h_3(\zeta) &= (-u \cos \theta - w \sin \theta) f_4(\zeta) - \\ & \sin \theta f_6(\zeta) + \cos \theta f_8(\zeta) \\ L_j^2 h_4(\zeta) &= f_9(\zeta) \end{aligned} \quad (6)$$

$$L_j^2 h_5(\zeta) = \frac{r \sin \theta}{\cos^2 \theta} f_4(\zeta) + \frac{f_{10}(\zeta)}{\cos \theta}$$

定义两个新的向量 $x \in \mathbf{R}^5$ 和 $v \in \mathbf{R}^5$ 为:

$$x = [h_i(\zeta)]^T, v = [L_j h_i(\zeta)]^T, i = 1, 2, \dots, 5 \quad (7)$$

$$\Gamma(\zeta) = [\Gamma_{ij}(\zeta)] \in \mathbf{R}^{5 \times 5}, B(\zeta) = [L_j^2 h_i(\zeta)]^T \quad (8)$$

其中: $\Gamma_{ij}(\zeta) = L_{v_j} L_j h_i(\zeta), 1 \leq i \leq p, 1 \leq j \leq p$ 。

在线性化系统中使用的新的控制输入可以被定义为:

$$u = B(\zeta) + \Gamma(\zeta)\hat{u} \quad (9)$$

其中: \hat{u} 是非线性系统 (2) 的输入。

因此, 第 i 个 AUV 的数学模型可以通过如下反馈线性化被修改为标准双积分器动态模型:

$$\dot{x}_i = v_i, \dot{v}_i = u_i \quad (10)$$

其中: $x_i \in \mathbf{R}^5, v_i \in \mathbf{R}^5, u_i \in \mathbf{R}^5, i = 1, 2, \dots, n$ 。

1.2 图论知识

一个加权有向图或无向图可用于表示 AUV 编队时成员之间的信息交换^[15]。设 $G = (V, \epsilon, A)$ 为由节点集合 $V = \{1, 2, \dots, N\}$, 边集合 $\epsilon \subset V \times V$ 和加权邻接矩阵 $A = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{N \times N}$ 组成的加权图, 其中 $a_{ij} > 0$, 当 $(j, i) \in \epsilon$ 时。否则 $a_{ij} = 0$ 。此外, $a_{ii} = 0, \forall i \in V$ 。相邻节点的 i 集合表示为。当 $j = i$ 时, 或者 $l_j = -a_{ij}$, 当 $j \neq i$ 时, 加权图的拉普拉斯矩阵 $L = [l_{ij}]$ 定义为 $l_{ij} = \sum_{k=1, k \neq i}^N a_{ik}$ 。

有向图 $G = (V, \epsilon, A)$ 是一些形式为 $(i_1, i_2), (i_2, i_3), \dots, i_n \in V$ 的有向图中的边的序列。当且仅当所有节点都是平衡的时, 有向图 $G = (V, \epsilon, A)$ 被称为平衡图, $\sum_{j=1}^N \alpha_{ij} = \sum_{j=1}^N \alpha_{ji}$, 并且如果图的任何两个不同节点可以通过有向路径连接, 则它可以被称为强连接。在有向图中 $G = (V, \epsilon, A)$, 如果从节点 i 到节点 j 存在有向边, 则将节点 i 定义为父节点, 将节点 j 定义为子节点。有向树是一个图, 其中每个节点只有一个父节点, 除了一个节点 (称为根节点, 没有父节点), 并且根节点具有到每个其他节点的有向路径。图的有向生成树是由连接图的所有节点的图边生成的有向树。如果至少存在一个节点, 具有到其他所有节点的有向路径, 则这个图具有有向生成树。

1.3 基本引理

以下是后续稳定性分析的 4 个引理^[10-13]。

引理 1: L 至少有一个零特征值, 并且相关联的特征向量是 1。所有非零特征值都在开放的左半平面中。此外, 当且仅当与之相关联的有向图 G 具有生成树时, L 恰好只有一个零特征值。

在下文中, G_p 和 G_v 分别表示位置和速度相互作用拓扑图。类似地, L_p, L_v, N_p^i, N_v^i 分别表示 G_p 和 G 拉普拉斯矩

阵以及第 i 个 AUV 的邻集。

引理 2: 假设 ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 是连续的, 非负非递减的函数, 并且当 $s>0$ 时和 $\phi_1(s)=0, \phi_2(s)=0$ 时, $\dot{\phi}_1(s)>0, \dot{\phi}_2(s)>0, \dot{\phi}_3(s)>0$ 。如果存在连续函数 $V(t, x)$ (李雅普诺夫函数) 满足:

$$\phi_1(\|x\|) \leq V(t, x) \leq \phi_2(\|x\|), t \in R; x \in R^n \quad (11)$$

并且存在一个连续非递减函数 $\phi_1(s), s>0$, 满足:

$$\dot{V}(t, x) \leq -\phi_3(\|x\|) \quad (12)$$

在 $V(t+\theta, x(t+\theta)) < \phi_1(V(t, x))$, $\theta \in [-r, 0]$ 时, 那么原点 $x=0$ 是一致渐近稳定的。

引理 3: 对于一个给定的对称矩阵 $S \in R^{n \times n}$, 它的表示形式为:

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}, \text{ 其中 } S_{11} \in R^{r \times r}, S_{12} \in R^{r \times (n-r)}, S_{21} \in R^{(n-r) \times r}, S_{22} \in R^{(n-r) \times (n-r)}, \text{ 当且仅当 } S_{11} < 0, S_{22} - S_{21}S_{11}^{-1}S_{12} < 0, \text{ 或者 } S_{22} < 0, S_{11} - S_{12}S_{22}^{-1}S_{21} < 0 \text{ 时, } S < 0.$$

引理 4: 假设 $\xi_1 \in R^{n_1}, \xi_2 \in R^{n_2}$ 和 $A \in R^{n_1 \times n_2}$ 是在区间 Ω 上定义的。则对于任意矩阵, $X \in R^{n_1 \times n_2}, Y \in R^{n_1 \times n_2}$ 和 $Z \in R^{n_1 \times n_2}$ 满足:

$$-2 \int_{\Omega} \xi_1^T A \xi_2 dt < \int_{\Omega} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} X & Y-A \\ (Y-A)^T & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} dt \quad (13)$$

$$\text{其中: } \begin{bmatrix} X & Y \\ Y^T & Z \end{bmatrix}.$$

2 基于独立拓扑结构的协调控制器设计

与传统编队协调控制问题中的通信拓扑不同, 本文将编队成员之间的通信拓扑结构分为位置和速度拓扑结构, 考虑到实际海洋环境中, 由于通信距离, 密度等因素的不同, 相同的时间延迟是难以实现的。因此, 假设在位置和速度拓扑结构中的时间延迟是不同并且随着时间不断变化的。同时, 假设位置和速度拓扑结构都包含生成树。在 (10) 中采用 AUV 的标准双积分器动态模型, 基于分布式一致性算法可以设计多 AUV 的协调控制器:

$$u_j = - \sum_{i \in N_i^f} \alpha_{ij}(t)(x_i(t-\tau_1) - x_j(t-\tau_2)) - k \sum_{i \in N_i^v} b_{ij}(t)(v_i(t-\tau_1) - v_j(t-\tau_2)) \quad (14)$$

其中: τ_1, τ_2 分别代表位置和速度拓扑结构中的不同时变的时间延迟, $\alpha_{ij}(t)$ 和 $b_{ij}(t)$ 是邻接矩阵 A_p 和 A_v 的元素 (i, j) 。

那么, 在线性化模型 (10) 的基础上, 通过引入 (14), 可以得到由 n 个 AUV 成员所组成的编队系统的模型, 如下所示:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v(t) \\ \dot{v} &= -(L_p \otimes I_n)x(t-\tau_1) - k(L_v \otimes I_n)v(t-\tau_2) \end{aligned} \quad (15)$$

其中: \otimes 表示 Kronecker 乘积。 L_p 和 L_v 表示位置和速度拓扑结构的拉普拉斯矩阵。同时, 假设两个拓扑结构的拉普拉斯矩阵可以互相转换, 即满足 $L_v = UL_p$, 其中 U 表示变换矩阵。

根据位置拓扑 L_p 和速度拓扑 L_v 的假设以及引理 1 可知, L_p 和 L_v 中都有且仅有一个零特征值, 那么, 一定分别存在两

个非奇异矩阵, 使得:

$$Q_p^{-1}L_pQ_p = \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ 0 & H_p \end{bmatrix}, Q_v^{-1}L_vQ_v = \begin{bmatrix} 0 & b \\ 0 & H_v \end{bmatrix} \quad (16)$$

其中: $H_p, H_v \in R^{(n-1) \times (n-1)}, \alpha, b \in R^{n-1}$ 。

利用非奇异矩阵 Q_p 和 Q_v , 状态向量 x 和 v 可以有与 (16) 相似的模块化转化过程, 转化后可得两个运动状态向量分别为 $\bar{x} = (Q_p^{-1} \otimes I_m)x = [\bar{x}_1 \bar{x}_2]^T$ 和 $\bar{v} = (Q_v^{-1} \otimes I_m)v = [\bar{v}_1 \bar{v}_2]^T$ 。其中, \bar{x}_1, \bar{v}_1 对应 (16) 中零模块, \bar{x}_2, \bar{v}_2 则对应非零模块 H_p, H_v 。然后, (15) 可以根据零模块和非零模块分为两部分 $\epsilon = (\bar{v}_1 \bar{x}_1)^T$ 和 $\xi = (\bar{v}_2 \bar{x}_2)^T$ 。分别对应的系统状态方程为:

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= A\xi + B\xi(t-\tau_1) + C\xi(t-\tau_2) = \\ & \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ I & 0 \end{bmatrix} \otimes I_m \right) \xi \left(\begin{bmatrix} 0 & -H_p \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes I_m \right) \xi_{\tau_1} + \\ & \left(\begin{bmatrix} -kH_v & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \otimes I_m \right) \xi_{\tau_2} \end{aligned} \quad (17)$$

其中: ξ, ξ_{τ_1} 和 ξ_{τ_2} 分别是 $\xi(t), \xi(t-\tau_1)$ 和 $\xi(t-\tau_2)$ 的缩写。

根据 Leibniz-Newton 公式, 时变延迟 ξ_{τ_1} 和 ξ_{τ_2} 可写为:

$$\begin{aligned} \xi_{\tau_1} &= \xi - A \int_{-\tau_1}^0 \xi(t+s)ds - B \int_{-\tau_1}^0 \xi(t-\tau_1+s)ds - \\ & C \int_{-\tau_1}^0 \xi(t-\tau_2+s)ds \end{aligned} \quad (18)$$

以及:

$$\begin{aligned} \xi_{\tau_2} &= \xi - A \int_{-\tau_2}^0 \xi(t+s)ds - B \int_{-\tau_2}^0 \xi(t-\tau_1+s)ds - \\ & B \int_{-\tau_2}^0 \xi(t-\tau_2+s)ds \end{aligned} \quad (19)$$

把式 (18) 和 (19) 代入式 (17), 可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= (A+B+C)\xi - BA \int_{-\tau_1}^0 \xi(t+s)ds - \\ & B^2 \int_{-\tau_1}^0 \xi(t-\tau_1+s)ds - CA \int_{-\tau_2}^0 \xi(t+s)ds - \\ & CB \int_{-\tau_2}^0 \xi(t-\tau_2+s)ds - BC \int_{-\tau_1}^0 \xi(t-\tau_2+s)ds - \\ & C^2 \int_{-\tau_2}^0 \xi(t-\tau_2+s)ds \end{aligned} \quad (20)$$

根据式 (16) 以及引理 1 可知, H_p 和 H_v 是正定矩阵, 基于 Lyapunov 稳定性定理, 那么一定存在正定矩阵 P_p 和 P_v 分别满足 $P_p H_p + H_p^T P_p = -I, P_v H_v + H_v^T P_v = -I$ 。

定理 1: 对于具有位置和速度双拓扑结构下的多 AUV 系统 (1), 在位置和速度通信拓扑不相同且都包含生成树的假设下, 其非线性模型可线性化, 且多 AUV 系统可达到在不同时延下的全局稳定状态, 其一致性条件满足:

$$k < \sqrt{\frac{2\mu_p}{1+(\bar{\lambda}-\lambda_v)^2}} \quad (21)$$

并且两个延迟具有边界值:

$$\tau_1 < \frac{-\gamma}{6(1+k) + 2 \sum_{i=1}^n q_i}, \tau_2 < \frac{-\gamma}{6(1+k) + 2 \sum_{i=1}^m r_i} \quad (22)$$

其中: μ_p 是 P_p 的最小特征值; λ_v 是 P_v 的最小特征值。 $\bar{\lambda}$ 是 $P_v H_p + H_p^T P_p$ 的最大特征值; γ 是 $P(A+B) + (A+B)^T P$ 的最大特征值; $k>0; q_i>1$ 和 $r_i>1, (i=1, 2, 3)$ 表

示恒定增益。

证明: 为了分析多 AUV 编队系统的运动状态收敛性。

首先从非零模块角度分析, 定义 Lyapunov-Razumikhin 函数为:

$$V(\xi) = \xi^T P \xi \quad (23)$$

其中: $P = \begin{bmatrix} kP_v & -P_p \\ -P_p & kP_v \end{bmatrix} \otimes I_m$ 是对称正定矩阵。

则对式 (23) 两边求导, 并且引入式 (20) 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\xi) = & \xi^T [P(A+B+C) + (A+B+C)^T P] \xi - \\ & 2\xi^T PBA \int_{-\tau_1}^0 \xi(t+s) ds - 2\xi^T PBC \int_{-\tau_1}^0 \xi(t-\tau_2+s) ds - \\ & 2\xi^T PB^2 \int_{-\tau_1}^0 \xi(t-\tau_1+s) ds - 2\xi^T PC^2 \int_{-\tau_2}^0 \xi(t-\tau_2+s) ds - \\ & 2\xi^T PCA \int_{-\tau_2}^0 \xi(t+s) ds - 2\xi^T PCB \int_{-\tau_2}^0 \xi(t-\tau_1+s) ds \end{aligned} \quad (24)$$

为了便于计算, 把式 (24) 中 7 个多项式分为 7 个子函数, 即 $\dot{V}(\xi) = \sum_{i=1}^7 \dot{V}_i(\xi)$ 。

根据各部分的不同, 分为以下两部分, 第一部分为第一个子函数, 即:

$$\dot{V}_1(\xi) = \xi^T [P(A+B+C) + (A+B+C)^T P] \xi \quad (25)$$

第二部分由其他子函数组成, 那么, 假设 $X_i = (1+k)I$, $Z_i = P, (i=2,3,\dots,7), Y_2 = PBA, Y_3 = PCA, Y_4 = PB^2, Y_5 = PCB, Y_6 = PBC, Y_7 = PC^2$, 则可以得到:

$$\begin{bmatrix} X_i & Y_i \\ Y_i^T & Z_i \end{bmatrix} \geq 0, (i=2,3,\dots,7) \quad (26)$$

由引理 4, 可以得到第二部分各子函数满足以下不等式:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(\xi) & \leq (1+k)\tau_1 \xi^T \xi + \int_{-\tau_1}^0 \xi^T(t+s) P \xi(t+s) ds \\ \dot{V}_3(\xi) & \leq (1+k)\tau_2 \xi^T \xi + \int_{-\tau_2}^0 \xi^T(t+s) P \xi(t+s) ds \\ \dot{V}_4(\xi) & \leq (1+k)\tau_1 \xi^T \xi + \int_{-\tau_1}^0 \xi^T(t-\tau_1+s) P \xi(t-\tau_1+s) ds \\ \dot{V}_5(\xi) & \leq (1+k)\tau_2 \xi^T \xi + \int_{-\tau_1}^0 \xi^T(t-\tau_2+s) P \xi(t-\tau_2+s) ds \\ \dot{V}_6(\xi) & \leq (1+k)\tau_1 \xi^T \xi + \int_{-\tau_1}^0 \xi^T(t-\tau_2+s) P \xi(t-\tau_2+s) ds \\ \dot{V}_7(\xi) & \leq (1+k)\tau_2 \xi^T \xi + \int_{-\tau_2}^0 \xi^T(t-\tau_2+s) P \xi(t-\tau_2+s) ds \end{aligned} \quad (27)$$

取函数 $\phi_1(s) = qs$, 其中常量 $q > 1$ 。根据引理 2 中的条件 (12), 则:

$$V(\xi(t+\theta)) < \phi_1(\xi(t)) = qV(\xi(t)), -\tau \leq \theta \leq 0 \quad (28)$$

取 $q_i > 1, r_i > 1, (i=1, 2, 3)$, 则 (24) 可以转换为不等式 (29), 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\xi) & \leq \xi^T [P(A+B+C) + (A+B+C)^T P] \xi + \\ & 3(1+k)\tau_1 \xi^T \xi + 3(1+k)\tau_2 \xi^T \xi + \\ & \sum_{i=i}^n q_i \tau_i \xi^T P \xi + \sum_{i=i}^m r_i \tau_i \xi^T P \xi \end{aligned} \quad (29)$$

其中: $m=n=3$ 。

不等式 (29) 可写为:

$$\dot{V}(\xi) \leq -\psi_3(\|\xi\|) \quad (30)$$

其中:

$$\begin{aligned} \psi_3(\|\xi\|) = & \xi^T [P(A+B+C) + (A+B+C)^T P] \xi - \\ & 3(1+k)(\tau_1 + \tau_2) \xi^T \xi - \sum_{i=i}^n q_i \tau_i \xi^T P \xi - \\ & \sum_{i=i}^m r_i \tau_i \xi^T P \xi \end{aligned} \quad (31)$$

如上所示, $G = P(A+B+C) + (A+B+C)^T P$ 是对称矩阵, 则:

$$-G = \begin{bmatrix} k^2 I + 2P_p & -kM - kP_v \\ -kM^T - kP_v & I \end{bmatrix} \otimes I_m \quad (32)$$

其中: $M = P_v H_p - H_v^T P_p$ 。那么一个新的矩阵构造为 $F = (M+P_v)(M^T+P_v) - I$, 容易得到 F 是正定的。

则根据引理 4, $P(A+B+C) + (A+B+C)^T P$ 是对称矩阵, 并且如果 k 满足 (21), 则 $-P(A+B+C) - (A+B+C)^T P$ 是正定的。此外, 在式 (22) 中通信延迟的边界条件下, 可以得出 $\dot{V} \leq -\beta \xi^T \xi$, 其中常量 $\beta > 0$ 。式 (28) 和 (30) 满足引理 2 的条件, 随时间 $t \rightarrow \infty, \xi(T) \rightarrow 0$ 。

另一方面, 与文献 [13] 中相同时间延迟情况类似, 状态 $\varepsilon(t)$ 在不同时间延迟情况下也是收敛的, 由式子 (15) 和 (16) 可知, 零模块与非零模块的收敛特性相关联, 并且根据上文非零模块 $\xi(t) \rightarrow 0$ 可知, 该收敛过程以指数形式收敛, 那么我们可以得知零模块也一定可以收敛, 并且满足:

$$\varepsilon(t) \rightarrow \begin{bmatrix} \bar{v}_1(0) \\ \bar{v}_1(0)t + \bar{x}_0(0) \end{bmatrix} \quad (33)$$

综合零模块与非零模块的收敛过程, 可以得知编队中各 AUV 满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} (x_i - x_j) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} (v_i - v_j) = 0$, 即各成员的位置状态与速度状态可以稳定收敛。因此定理 1 得证。

3 仿真结果

仿真中, 多 AUV 编队时的速度和位置拓扑结构如图 2 所示, 且所有 AUV 的位置和速度是随机设置 (仿真所用模型参数详见文献 [7])。

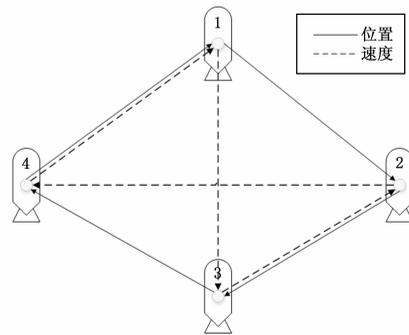


图 2 多 AUV 编队时的位置和速度通信拓扑结构

根据图 2 中的 G_p 和 G_v 的拓扑结构, 可以获得其对应的拉普拉斯矩阵分别为:

$$L_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, L_v = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

在不同时变延迟下的编队任务满足定理 1 的条件，时间延迟设定为 τ_1 和 τ_2 ，满足 $0 < \tau_1 + \tau_2 < 0.29$ s。根据式 (22)，假定 $0 < \tau_1 < 0.145$ s, $0 < \tau_2 < 0.145$ s, $\tau_1 \neq \tau_2$ ，且 $k=0.75$ 。根据 (14)，多 AUV 在 τ_1 和 τ_2 下执行编队任务，其仿真结果如图 3~5 所示。

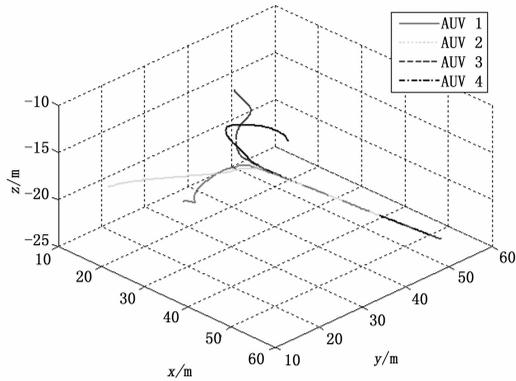


图 3 具有不同延迟的所有 AUV 的三维轨迹曲线

由图 3 可以看出，所有 AUV 的三维轨迹均以随机的位置和速度出发且能达到一致状态。图 4 为 AUVs 在接近稳定状态时的位置 x, y, z 和姿态角 θ, ψ 的变化情况。此外，所有 AUV 继续以相同的运动状态和与其相邻 AUV 的相对位置前进。

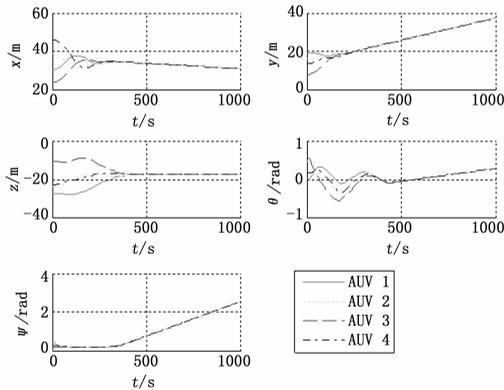


图 4 具有不同延迟的 AUV 的位置和姿态变化曲线

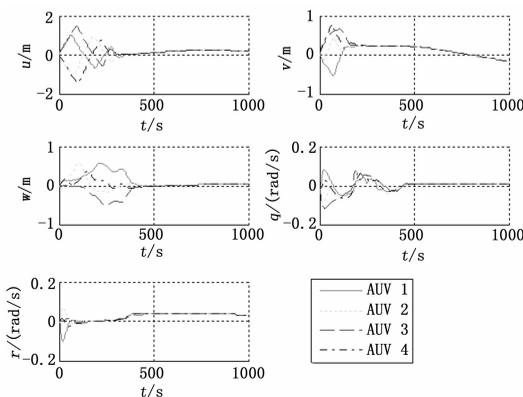


图 5 具有不同延迟的 AUV 的速度变化曲线

图 5 为 AUVs 的速度状态变化图，其初始状态全部为零。由图 5 可以看出，所有的 AUV 在不同位置和速度的情况下也

能达到一致状态。

4 结论

本文基于一致性理论解决了不同通信延迟下的具有两种独立拓扑结构的多 AUV 编队控制问题。利用 Lyapunov-Razumikhin 理论和状态反馈线性化方法，提出了无领航者的多 AUV 稳定条件，进而将多 AUV 编队控制问题可以看作是一致性问题，对于特定的多 AUV 一致性问题，这些条件可以保证其编队一致最终稳定。本文设计了位置和速度双独立拓扑以减少编队成员之间发送每个数据包中的数据量，仿真结果验证了所提算法的有效性。

参考文献:

- [1] Fiorelli E, Leonard N, Bhatta P, et al. Multi-AUV control and adaptive sampling in Monterey Bay [J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2006, 31 (4) : 935-948.
- [2] 边信黔, 牟春晖, 张 勋, 等. 基于路径跟踪的欠驱动 UUV 编队协调控制 [J]. 华中科技大学学报 (自然科学版), 2012, 40 (4) : 37-42.
- [3] 徐 博, 白金磊, 郝燕玲, 等. 多 AUV 协同导航问题的研究现状与进展 [J]. 自动化学报, 2015, 41 (3) : 445-461.
- [4] 徐 澎, 冯正平. 受通信延迟影响的多 UUV 队形控制 [J]. 舰船科学技术, 2015, 37 (2) : 67-72.
- [5] Lin P, Jia Y. Consensus of a class of second-order multi-agent systems with time-delay and jointly-connected topologies [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2010, 55 (3) : 778-784.
- [6] 王 品, 姚佩阳. 存在时延的分布式无人机编队控制方法 [J]. 计算机测量与控制, 2016 (9) : 181-183, 187.
- [7] Li S H, Wang X Y. Finite-time consensus and collision avoidance control algorithms for multiple AUVs [J]. Automatica, 2013, 49 (11) : 3359-3367.
- [8] Olfati-saber R, Murray R. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49 (9) : 1520-1533.
- [9] 袁 健, 唐功夫. 采用一致性算法与虚拟结构的多自主水下航行器编队控制 [J]. 智能系统学报, 2011, 6 (3) : 248-253.
- [10] Bernardo M D, Salvi A, Santini S. Distributed consensus strategy for platooning of vehicles in the presence of time-varying heterogeneous communication delays [J]. IEEE Transaction on Intelligent Transport System, 2015, 16 (1) : 102-112.
- [11] Shojaei K, Arefi M M. On the neuro-adaptive feedback linearising control of underactuated autonomous underwater vehicles in three-dimensional space [J]. IET Control Theory and Application, 2015, 9 (8) : 1264-1273.
- [12] Hu J P, Lin Y S. Consensus control for multi-agent systems with double-integrator dynamics and time delays [J]. IET Control Theory and Application, 2010, 4 (1) : 109-118.
- [13] Yan Z P, Liu Y B, Zhou J J, et al. Coordinate control of multi-AUVs under double independent topologies and time delay [A]. Oceans, 2016.
- [14] Fossen T I. Models for Ships, Offshore Structures and Underwater Vehicles [M]. 2011.
- [15] Chen L, Qin K, Hu J. Adaptive tracking control of second-order multiagent systems with jointly connected topologies [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2016.