

# 基于 RBF—ARX 模型的四旋翼飞行器的预测控制

刘丽丽<sup>1,2</sup>, 左继红<sup>1,2</sup>, 吴军<sup>1,3</sup>

(1. 中南大学 信息科学与工程学院, 长沙 410083; 2. 湖南铁道职业技术学院, 湖南 株洲 412001;  
3. 长沙理工大学 电气与信息工程学院, 长沙 410083)

**摘要:** 四旋翼飞行器运行中具有不稳定、非线性和强耦合特性, 较难建立其准确的数学模型, 针对这个问题, 提出了基于 RBF—ARX 模型的预测控制设计方法; RBF—ARX 模型是线性自回归 (Auto—Regressive eXogenous, ARX) 模型和高斯径向基函数 (Radial Basis Function, RBF) 神经网络相结合设计的模型, 可用于建立非线性系统的全局模型, 描述非线性系统的非线性特征。预测控制算法根据系统输入、输出信号预测对象未来输出变化趋势, 并将其与系统实际输出的误差反馈校正, 使误差最小; 该法首先建立四旋翼飞行器的 RBF—ARX 模型结构, 就模型参数的辨识、优化给出了详细分析; 并基于该模型设计了系统预测控制器, 最后通过仿真和实时控制效果证实了该方法的可行性和有效性。

**关键词:** 四旋翼飞行器; RBF—ARX 模型; 预测控制

## Predictive Control for a Quad—Rotor Helicopter Based on RBF—ARX Mode

Liu Lili<sup>1,2</sup>, Zuo Jihong<sup>1,2</sup>, Wu Jun<sup>1,3</sup>

(1. School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China;  
2. College of hunan railway professional technology, Zhuzhou 412001, China)

**Abstract:** The Quad—Rotor Helicopter which is unsteady, nonlinear and coupled with each other makes it difficult to establish accurate mathematical model. for the problem, the design of predictive controller based on RBF—ARX mode were discussed. The RBF—ARX model is a combination model of linear autoregressive (Auto—Regressive eXogenous, ARX) model and Gauss radial basis function (Radial Basis Function) neural network (RBF), It can be used to establish the global model of nonlinear system and describe the nonlinear characteristics of nonlinear system. Predictive control strategy predicts the trend of the system's output according to the input and output of the system , and the error feedback of the system's actual output is adjusted to minimize the error. The structure of the RBF—ARX model was built firstly, the parameters' identification, optimization were analyzed in detail. The predictive controller is designed based on this model. Finally, the simulation results and real time control verify the feasibility and validity of the method.

**Keywords:** quad—rotor Helicopter; RBF—ARX mode ; predictive control

## 0 引言

近年来四旋翼飞行器的型号多样化, 并广泛应用于很多领域<sup>[1]</sup>。四旋翼飞行器以自身特点优于其他飞行器, 如: 具有优异的垂直起降能力, 对起降环境适应性强<sup>[2]</sup>; 飞行姿态受控于机身的四个驱动电机, 使飞行更加平稳<sup>[3]</sup>; 四旋翼飞行器无需额外的方向控制系统, 其方向随着各个电机的速度改变而改变<sup>[4]</sup>。但是, 四旋翼飞行器是一种强耦合、非线性、复杂的飞行系统, 假设模型及控制方法选择不当, 将会使其失去平衡<sup>[5]</sup>, 严重则引起坠机。因此, 如何对四旋翼飞行器建立有效数学模型及有效控制, 已经成为该领域的一个热点难点问题。

目前, 对四旋翼飞行器控制方法的研究主要包括基于最小二乘算法的四旋翼飞行器控制方法<sup>[7]</sup>、基于遗传算法的四旋翼

飞行器控制方法和基于神经网络 PID 算法的四旋翼飞行器控制方法<sup>[8]</sup>, 其中基于神经网络 PID 算法最为常用<sup>[9]</sup>。

但是, 上述方法大部分基于物理模型而进行的研究, 由于系统本身的非线性导致很难建立准确的物理模型, 影响控制效果。并且上述控制方法较复杂, 使得系统动态响应慢、控制误差相对大等缺陷。

针对上述问题, 提出基于 RBF—ARX 模型的预测控制算法, 首先建立四旋翼飞行器的 RBF—ARX 模型, 通过离线参数辨识获得模型最优参数, 基于该模型设计了系统闭环最优反馈的预测控制器, 设定寻优目标函数, 得出与期望目标误差最小的预测输出。

## 1 四旋翼飞行器系统建模、参数辨识及结果分析

### 1.1 四旋翼飞行器系统介绍

本文所研究对象四旋翼飞行器平台呈十字正交结构, 应用于检验建模及控制方法的实验中。如图 1 所示, 为避免飞行器损坏和降低飞行控制的复杂性, 锁定其三个自由度。故本飞行器有 4 个输入, 分别是驱动 3 个水平旋翼和 1 个竖直旋翼电机的控制电压, 3 个水平旋翼控制飞行器姿态中的俯仰和翻转

收稿日期:2017-01-05; 修回日期:2017-02-11。

基金项目:2015 年度湖南省教育厅科学研究资助项目(15C0903); 2015 年度国家自然科学基金(61403045)。

作者简介:刘丽丽(1985-), 女, 河南驻马店人, 硕士研究生, 工程师, 主要从事控制科学与工程方面的教学与科研工作。

角，竖直旋翼控制其巡航方向。系统的输出分别是巡航角翻转角和俯仰角共 3 个输出。安装在支点处的编码器用于采集并解码姿态信息，与上位机的控制信息进行交换，在 MATLAB/Simulink 环境下，可以完成控制程序的调试和检验。



图 1 四旋翼飞行器本体

## 1.2 RBF-ARX 模型介绍

RBF-ARX 模型结合线性自回归 (Auto-Regressive exogenous, ARX) 模型和高斯径向函数 (Radial Basis Function, RBF) 基神经网络，可以描述非线性系统的全局特性，建立非线性系统数学模型，为其控制策略的研究奠定了基础。

对于单输入单输出非线性系统，动态运行过程中输入输出之间非线性变化，根据 RBF-ARX 建模思想，将每个工作点处的输入和输出局部线性化，则可用 ARX 模型组来描述动态特性，即：

$$y(t) = f(X(t-1)) + \zeta(t) \quad (1)$$

式中，

$$\begin{aligned} X(t-1) &= y(t-1), \dots, y(t-n_y), u(t-1), \dots, \\ &u(t-n_u), v(t-1), \dots, v(t-n_v) \end{aligned}$$

其中：输出用  $y(t)$  表示，输入用  $u(t)$  表示，干扰信号用  $v(t)$  表示， $\zeta(t)$  是噪声。

将式 (1) 数学模型用 Taylor 在某个  $x_0$  处离散差分后得：

$$\begin{aligned} y(t) &= [\varphi_0 + \varphi_1(X(t-1))] + [\Phi_0 + \Phi_1(X(t-1))] \times \\ X(t-1) + \zeta(t) &= \pi_0(X(t-1)) + \sum_{i=1}^{n_u} \pi_i^u(X(t-1)) u(t-i) + \\ &\sum_{i=1}^{n_v} \pi_i^v(X(t-1)) v(t-i) + \zeta(t) \quad (2) \end{aligned}$$

式中，

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= f(X_0) - f'(X_0)^T X_0 + \frac{1}{2} X_0^T f''(X_0) X_0 + \dots \\ \varphi_1(X(t-1)) &= r_n(X(t-1)) \\ \Phi_0 &= f'(X_0)^T - \frac{1}{2} X_0^T f''(X_0) - \frac{1}{2} X_0^T f(X_0)^T + \dots \\ \Phi_1 &= \frac{1}{2} X(t-1)^T f''(X_0) + \dots \\ \pi_0(X(t-1)) &= \varphi_0 + \varphi_1(X(t-1)) \\ \Phi_0 + \Phi_1(X(t-1)) &= [\pi_1^y(X(t-1)), \dots, \pi_{n_y}^y(X(t-1)), \\ \pi_1^u(X(t-1)), \dots, \pi_{n_u}^u(X(t-1)), \\ \pi_1^v(X(t-1)), \dots, \pi_{n_v}^v(X(t-1))] \end{aligned}$$

(2) 式中所示的依存于状态模型的系数，采用神经网络逼近。因为 RBF 网络逼近非线性标量函数时效果好，可得到 RBF-ARX 模型如式 (3) 所示：

$$\begin{aligned} y(t) &= \varphi_0(X(t-1)) + \sum_{i=1}^{p_y} \varphi_{y,i}(X(t-1)) y(t-i) + \\ &\sum_{i=1}^{p_u} \Phi_{u,i}(X(t-1)) u(t-i) + e(t) \quad (3) \end{aligned}$$

式中，

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_0(X(t-1)) = c_0^0 + \sum_{k=1}^m c_k^0 \exp\{-\lambda_k^0 \|X(t-1) - Z_k^y\|_2^2\} \\ \varphi_{y,i}(X(t-1)) = c_{i,0}^y + \sum_{k=1}^m c_{i,k}^y \exp\{-\lambda_k^y \|X(t-1) - Z_k^y\|_2^2\} \\ \Phi_{u,i}(X(t-1)) = c_{i,0}^u + \sum_{k=1}^m c_{i,k}^u \exp\{-\lambda_k^u \|X(t-1) - Z_k^u\|_2^2\} \end{array} \right.$$

模型阶次用  $p_y, p_u, m$  和  $n_X = \dim\{X(t-1)\}$  表示； $Z_k(k=1, 2, \dots, m; i=y, u)$  表示 RBF 网络的中心； $\lambda_k(k=1, 2, \dots, m)$  是缩放比例参数。

## 1.3 四旋翼飞行器的 RBF-ARX 模型

对于 4 输入 3 输出四旋翼飞行器系统，其 RBF-ARX 模型如下：

$$\begin{aligned} Y(t) &= C(w(t-1)) + \sum_{k=1}^{n_y} A_k(w(t-1)) Y(t-k) + \\ &\sum_{k=d}^{n_u} B_k(w(t-1)) U(t-k) + \xi(t) \\ C(w(t-1)) &= [\varphi_0^{-1}(w(t-1)) \quad \varphi_0^2(w(t-1)) \quad \varphi_0^3(w(t-1))]^T \\ \varphi_0^i(w(t-1)) &= c_0^i + \sum_{m=1}^h c_m^i \exp\{-\|w(t-1) - z_{Y,m}\|_{\lambda_{Y,m}}^2\} \\ A_k(w(t-1)) &= \begin{bmatrix} a_{11,k}(w(t-1)) & \dots & a_{13,k}(w(t-1)) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{31,k}(w(t-1)) & \dots & a_{33,k}(w(t-1)) \end{bmatrix} \\ B_k(w(t-1)) &= \begin{bmatrix} b_{11,k}(w(t-1)) & \dots & b_{14,k}(w(t-1)) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{31,k}(w(t-1)) & \dots & b_{34,k}(w(t-1)) \end{bmatrix}^T \\ a_{ij,k}(w(t-1)) &= c_{k,0}^{ij} + \sum_{m=1}^h c_{k,m}^{ij} \exp\{-\|w(t-1) - z_{Y,m}\|_{\lambda_{Y,m}}^2\} \\ b_{ij,k}(w(t-1)) &= d_{k,0}^{ij} + \sum_{m=1}^h d_{k,m}^{ij} \exp\{-\|w(t-1) - z_{U,m}\|_{\lambda_{U,m}}^2\} \\ z_{j,m} &= [z_{j,m,1} \quad z_{j,m,2} \quad \dots \quad z_{j,m,\dim(w)}]^T, j = Y, U \end{aligned} \quad (4)$$

式中， $\varphi_0^i$  是模型系数， $c_{i,k}^j (i=1, 2, \dots, n_j, j=y, u, v; k=0, 1, 2, \dots, m)$  为线性权系数， $n_y, n_u$  为模型阶次， $h$  是非线性环节的个数， $z_j, m$  为 RBF 网络的中心， $\xi(t)$  为干扰白噪声信号， $\dim\{w(t-1)\}$  为  $w(t-1)$  列向量的维数， $\mathbf{Y}(t) = [p(t) \quad r(t) \quad y(t)]^T \in R$  是俯仰角、翻转角和巡航角的输出矩阵， $\mathbf{U}(t) = [u_f(t) \quad u_r(t) \quad u_t(t) \quad u_b(t)]^T \in R$  是电机电压输入量矩阵， $\lambda_k^{ij} (k=1, 2, \dots, m; i=y, u; j=1, 2)$  是缩放比例系数。

$$\lambda_k^{ij} = -\frac{\log \epsilon_k}{\max_{t=1}^T \{\|w(t-1) - Z_k^{ij}\|_2^2\}} \quad (0.0001 < \epsilon_k < 0.1) \quad (5)$$

式中， $\|\cdot\|_2$  代表矢量的 2-范数。

如式 (4) 所示的 4 输入 3 输出 RBF-ARX 模型可表述时变的多变量非线性系统四旋翼飞行器的动态特征。采用局部线性化的思想，模型骨架是一个基本线性 ARX 模型，并采用神

经网络函数逼近其回归矩阵的元素。 $w(t)$  是模型的指数, 体现非线性的变量, 主要包括非线性因素, 四旋翼飞行器的非线性主要通过俯仰角和翻转角反映, 故选取  $w(t-1) = [p(t-1), r(t-1)]^T$ 。

#### 1.4 四旋翼飞行器的模型参数辨识

飞行器 RBF-ARX 模型中的参数辨识采用一种快速收敛离线的参数分类辨识优化的方法。它是一种列维布格奈奎特方法 (Levenberg-Marquardt Method, LMM)<sup>[10]</sup> 和线性最小二乘法 (Least Square Method, LSM)<sup>[11]</sup> 相结合的没有限制的结构化非线性参数优化方法 (Structured Nonlinear Parameter Optimization Method, SNPOM), 这种优化策略步骤如下<sup>[12]</sup>:

##### 1) 参数分类:

模型 (4) 中的参数被分成线性参数:

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_{L1} \stackrel{\Delta}{=} \left\{ \begin{array}{l} c_k^{01}, c_{i,k}^{1b}, c_{h,k}^{1c} \mid b=1,2,3; c=1,2,3,4; \\ k=0,1,\dots,m; i=1,\dots,p_y; h=1,\dots,p_u \end{array} \right. \\ \theta_{L2} \stackrel{\Delta}{=} \left\{ \begin{array}{l} c_k^{02}, c_{i,k}^{2b}, c_{h,k}^{2c} \mid b=1,2,3; c=1,2,3,4; \\ k=0,1,\dots,m; i=1,\dots,p_y; h=1,\dots,p_u \end{array} \right. \\ \theta_{L3} \stackrel{\Delta}{=} \left\{ \begin{array}{l} c_k^{03}, c_{i,k}^{3b}, c_{h,k}^{3c} \mid b=1,2,3; c=1,2,3,4; \\ k=0,1,\dots,m; i=1,\dots,p_y; h=1,\dots,p_u \end{array} \right. \end{array} \right.$$

和非线性参数:

$$\theta_N \stackrel{\Delta}{=} \{\lambda_k^{yb}; z_k^{uc} \mid k=1,\dots,m; b=1,2,3; c=1,2,3,4\} \quad (6)$$

令:

$$y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \end{bmatrix}, \theta_L = \begin{bmatrix} \theta_{L1} \\ \theta_{L2} \\ \theta_{L3} \end{bmatrix}, e(t) = \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

则模型 (4) 可写成:

$$\left\{ \begin{array}{l} y(t) = \psi(\theta_N, X(t-1))\theta_L + e(t) \\ \psi(\theta_N, X(t-1)) = \begin{bmatrix} \varphi_1^T & 0 & 0 \\ 0 & \varphi_2^T & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_3^T \end{bmatrix} \\ \varphi_i = \varphi(\theta_N, X(t-1)) \quad (i=1,2,3) \end{array} \right. \quad (8)$$

##### 2) 模型阶次确定

根据先前经验,  $m$  一般选择 1~2。采用 AIC (Akaike information criterion) 信息准则<sup>[13]</sup>, 该法常用于估算相应参数值, 效果比较好, 计算如下:

$$AIC = N \log \hat{\delta}_e^2 + 2(s+1) \quad (9)$$

其中:  $N$  表示对象数据的长度,  $S$  代表所有参数之和,  $\hat{\delta}_e$  为模型的残差。通过采集飞行器基于物理模型下运行输入、输出数据作为辨识数据, 当  $m=2$  时, 比较不同阶次组合下模型的 AIC 值, 通过上式计算出 aicvalue 最小值为 -8.126 1, 此时  $na=3$ ,  $nb=1$ 。

##### 3) 初始化

模型 (4) 的阶次选取后, 初始值  $\theta_N$  根据系统的先验知识确定, 固定  $\theta_N$  用 LSM 计算  $\theta_L$ , 得:

$$\theta_L^0 = [R(\theta_N)^T R(\theta_N)]^{-1} R(\theta_N)^T \bar{Y} \quad (10)$$

其中:

$$\begin{aligned} \bar{Y} &= [\bar{Y}_1(\tau); \bar{Y}_2(\tau); \bar{Y}_3(\tau)]^T \\ \bar{Y}_1(t) &= [\bar{y}_1(\tau+1), \bar{y}_1(\tau+2), \dots, \bar{y}_1(M)]^T \\ \bar{Y}_2(t) &= [\bar{y}_2(\tau+1), \bar{y}_2(\tau+2), \dots, \bar{y}_2(M)]^T \\ \bar{Y}_3(t) &= [\bar{y}_3(\tau+1), \bar{y}_3(\tau+2), \dots, \bar{y}_3(M)]^T \end{aligned} \quad (11)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} r_i(\theta_N^0) = \begin{bmatrix} \varphi_i(\theta_N^0, \bar{X}(\tau))^T \\ \varphi_i(\theta_N^0, \bar{X}(\tau+1))^T \\ \vdots \\ \varphi_i(\theta_N^0, \bar{X}(M-1))^T \end{bmatrix} \\ R(\theta_N^0) = \begin{bmatrix} r_1(\theta_N^0) & 0 & 0 \\ 0 & r_2(\theta_N^0) & 0 \\ 0 & 0 & r_3(\theta_N^0) \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (i=1,2,3) \quad (12)$$

$\{\bar{y}_1(i), \bar{y}_2(i), \bar{X}(i-1) \mid i=\tau+1, \tau+2, \dots, M\}$  是采样输出数据集合,  $\tau$  是模型中最大时间延迟,  $M$  是测量数据集合的大小,  $r_i(\theta_N^0)(i=1,2,3)$ , 为避免求逆失败估算  $[R(\theta_N^0)^T R(\theta_N^0)]^{-1}$  时采取 SVD<sup>[3]</sup> 方法。

##### 4) 优化

确定目标函数<sup>[14]</sup>为:

$$V(\theta_N, \theta_L) \stackrel{\Delta}{=} \frac{1}{2} \|F(\theta_N, \theta_L)\|_2^2 \quad (13)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{y}(t) = [\bar{y}_1(t), \bar{y}_2(t), \bar{y}_3(t)]^T \\ \bar{y}(t+1|t) = [\bar{y}_1(t+1|t), \bar{y}_2(t+1|t), \bar{y}_3(t+1|t)]^T \\ F(\theta_N, \theta_L) \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} \bar{y}(\tau+1|\tau) - \bar{y}(\tau+1) \\ \bar{y}(\tau+2|\tau+1) - \bar{y}(\tau+2) \\ \vdots \\ \bar{y}(M|M-1) - \bar{y}(M) \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (14)$$

寻优过程就是循环计算:

$$(\hat{\theta}_N, \hat{\theta}_L) = \arg \min_{\theta_N, \theta_L} V(\theta_N, \theta_L) \quad (15)$$

此时, 就得到了模型中的所有参数。

#### 1.5 辨识结果分析

图 2 所示为 RBF-ARX 模型对四旋翼飞行器建模的精度。图中  $y(1)t, y(2)t, y(3)t$  分别是三个输出角的实际输出与模型预测输出;  $e(1)t, e(2)t, e(3)t$  分别代表相应角两者输出误差, 为了清晰的看出误差分布情况采用应残差直方图。显然, RBF-ARX 模型下系统输出跟随期望输出的效果优良, 误差波动范围小且成高斯状分布, 建模效果比较理想, 建模精度比较高, 能很好地描述四旋翼飞行器的非线性动态特性。

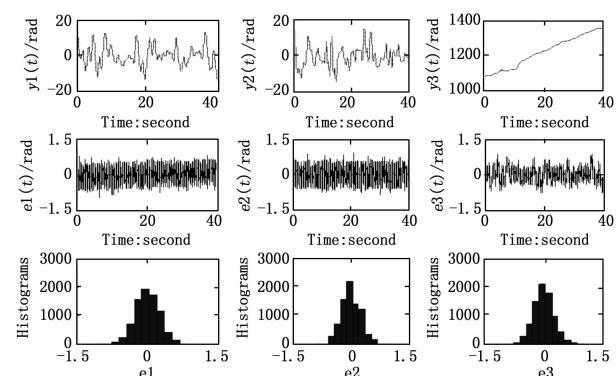


图 2 RBF-ARX 模型的建模精度

#### 2 基于 RBF-ARX 模型的预测控制算法

针对复杂非线性系统, 可采用基于 RBF-ARX 模型的预

测控制算法, 控制结构如图 3 所示, 采用闭环预测输出的一种控制策略。

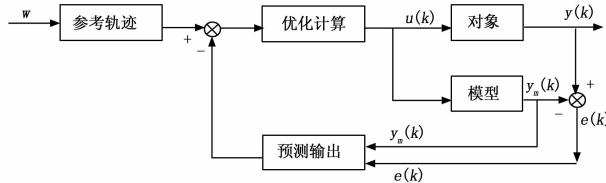


图 3 基于 RBF-ARX 模型预测控制策略的结构框图

图中, 采用 RBF-ARX 模型, 根据已知的输入和输出信号预测对象未来输出变化趋势, 并将其与系统实际输出的误差反馈校正, 再与参考轨迹比较, 使系统在未来一段时间内预测输出值与参考期望轨迹之间的误差最小, 并优化计算出使性能指标函数最小的控制器的最优输出。

若将模型 (4) 改写成如式 (16) 所示的形式<sup>[15-16]</sup>。

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1(t) = A_0^{-1} + \sum_{i=1}^{py} A_{11}(i)y_1(t-i) + \sum_{i=1}^{py} A_{12}(i)y_2(t-i) + \\ \quad \sum_{i=1}^{pu} B_{11}(i)u_1(t-i) + \sum_{i=1}^{pu} B_{12}(i)u_2(t-i) + \xi(t) \\ y_2(t) = A_0^{-2} + \sum_{i=1}^{py} A_{21}(i)y_1(t-i) + \sum_{i=1}^{py} A_{22}(i)y_2(t-i) + \\ \quad \sum_{i=1}^{pu} B_{21}(i)u_1(t-i) + \sum_{i=1}^{pu} B_{22}(i)u_2(t-i) + \xi(t) \\ y_3(t) = A_0^{-3} + \sum_{i=1}^{py} A_{31}(i)y_1(t-i) + \sum_{i=1}^{py} A_{32}(i)y_2(t-i) + \\ \quad \sum_{i=1}^{pu} B_{31}(i)u_1(t-i) + \sum_{i=1}^{pu} B_{32}(i)u_2(t-i) + \xi(t) \end{array} \right. \quad (16)$$

其中:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_0^j = c_0^{0,1} + \sum_{k=0}^m c_k^{0,1} \exp\{-\lambda_k^{yj} \| X(t-1) - Z_k^{yj} \|_2^2\} \\ A_{1j}(i) = c_{i,0}^{yj,1} + \sum_{k=0}^m c_{i,k}^{yj,1} \exp\{-\lambda_k^{yj} \| X(t-1) - Z_k^{yj} \|_2^2\} \\ A_{2j}(i) = c_{i,0}^{yj,2} + \sum_{k=0}^m c_{i,k}^{yj,2} \exp\{-\lambda_k^{yj} \| X(t-1) - Z_k^{yj} \|_2^2\} \\ A_{3j}(i) = c_{i,0}^{yj,3} + \sum_{k=0}^m c_{i,k}^{yj,3} \exp\{-\lambda_k^{yj} \| X(t-1) - Z_k^{yj} \|_2^2\} \\ B_{1j}(i) = c_{i,0}^{uj,1} + \sum_{k=0}^m c_{i,k}^{uj,1} \exp\{-\lambda_k^{uj} \| X(t-1) - Z_k^{uj} \|_2^2\} \\ B_{2j}(i) = c_{i,0}^{uj,2} + \sum_{k=0}^m c_{i,k}^{uj,2} \exp\{-\lambda_k^{uj} \| X(t-1) - Z_k^{uj} \|_2^2\} \\ B_{3j}(i) = c_{i,0}^{uj,3} + \sum_{k=0}^m c_{i,k}^{uj,3} \exp\{-\lambda_k^{uj} \| X(t-1) - Z_k^{uj} \|_2^2\} \end{array} \right. \quad (j=1,2) \xi(t)$$

表示高斯白噪声, 满足如下关系式:

$$E\{\xi(t) | F_{t-1}\} = 0, E\{\xi(t)\xi(t)^T\} = \Omega \quad (17)$$

其中:  $F_{t-1}$  表示  $\sigma$  代数,  $\Omega$  表示有限正值矩阵。

模型 (4) 则可转换成矩阵形式如式 (18) 所示:

$$A_t(q^{-1})y(t) = A_{0,t} + B_t(q^{-1})u(t-1) + \Xi(t) \quad (18)$$

其中:  $q^{-1}$  表示单位延迟运算符,

$$\left\{ \begin{array}{l} A_t(q^{-1}) = \begin{bmatrix} 1, -A_{11}(1), -A_{11}(2), \dots, -A_{11}(py), \\ 0, -A_{21}(1), -A_{21}(2), \dots, -A_{21}(py), \\ 0, -A_{12}(1), -A_{12}(2), \dots, -A_{12}(py) \\ 1, -A_{22}(1), -A_{22}(2), \dots, -A_{22}(py) \end{bmatrix} \\ y(t) = [y_1(t), y_1(t-1), \dots, y_1(t-py), y_2(t), \\ \quad y_2(t-1), \dots, y_2(t-py)]^T \\ B_t(q^{-1}) = \begin{bmatrix} B_{11}(1), B_{11}(2), \dots, B_{11}(pu), B_{12}(1), \\ B_{21}(1), B_{21}(2), \dots, B_{21}(pu), B_{22}(1), \\ \quad B_{12}(2), \dots, B_{12}(pu) \\ B_{22}(2), \dots, B_{22}(pu) \end{bmatrix} \\ u(t-1) = [u_1(t-1), u_1(t-2), \dots, u_1(t-pu), \\ \quad u_2(t-1), u_2(t-2), \dots, u_2(t-pu)]^T \\ A_{0,t} = \begin{bmatrix} A_0^1 \\ A_0^2 \end{bmatrix}, \Xi(t) = \begin{bmatrix} \xi(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (19)$$

采取预测控制算法得到模型 (18) 的  $j$  步向前预测输出为:

$$\hat{y}(t+j/t) = E\{y(t+j | t)F_t\} = G'_{t,j} \\ (q^{-1})u(t+j-1) + y_0(t+j | t) \quad (20)$$

式中,

$$y_0(t+j | t) = E'_{t,j}a_{0,t} + F_{t,j}y(t) + H_{t,j}(q^{-1})u(t-1) \quad (21)$$

其中多项式:

$$E'_{t,j}, F_{t,j}, G'_{t,j}, H_{t,j}(q^{-1}) \text{ 是方程} \quad (22)$$

$$1 = E'_{t,j}(q^{-1})A_t(q^{-1}) + q^{-j}F_{t,j}(q^{-1}) \quad (22) \\ E'_{t,j}B_t(q^{-1}) = G'_{t,j} + q^{-j}H_{t,j}(q^{-1}) \quad (23)$$

的解。其中,

$$\deg(E'_{t,j}) = j-1; \deg(F_{t,j}) = py-1; \\ \deg(G'_{t,j}) = j-1; \deg(H_{t,j}) = pu-2 \quad (24)$$

令:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{Y}(t) = [\hat{y}(t+1 | t), \hat{y}(t+2 | t), \dots, \hat{y}(t+N_1 | t)]^T \\ Y_0(t) = [y_0(t+1 | t), y_0(t+2 | t), \dots, y_0(t+N_1 | t)]^T \\ U(t) = [u(t), u(t+1), \dots, u(t+N_u-1)]^T \\ Y_r(t) = [y_r(t+1), y_r(t+2), \dots, y_r(t+N_1)]^T \end{array} \right. \quad (25)$$

其中:  $Y_r(t)$  是设定的期望输出序列,  $N_1$  表示预测时域,  $N_u$  表示控制时域, 且有  $u(t+j) = u(t+N_u-1)$  ( $j \geq N_u$ ), 由式 (20) 可得:

$$\hat{Y}(t) = G_t U(t) + Y_0(t) \quad (26)$$

式中,

$$G_t = \begin{bmatrix} g_{t,0} & & & & 0 \\ g_{t,1} & g_{t,0} & & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \\ g_{t,N_u-1} & g_{t,N_u-2} & \cdots & g_{t,0} & \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \\ g_{t,N_1-1} & g_{t,N_1-2} & \cdots & \sum_{i=0}^{N_1-N_u} g_{t,i} & \end{bmatrix}_{N_1 \times N_u} \quad (27)$$

$$G'_{t,j}(q^{-1}) = g_{t,0} + g_{t,1}q^{-1} + \cdots + g_{t,j-1}q^{-j+1}$$

确定系统的优化目标函数如式 (28) 所示:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min J = \| \hat{Y}(t) - Y_r(t) \|_{I_N}^2 + \| U(t) \|_{R_1}^2 + \| \Delta U(t) \|_{R_2}^2 = \\ \| G_t U(t) + Y_0(t) - Y_r(t) \|_{I_N}^2 + U^T(t) R_1 U(t) + \\ \Delta U^T(t) R_2 \Delta U(t) \\ s.t. \quad Y_{\min} \leq \hat{Y}(t) \leq Y_{\max}, U_{\min} \leq U(t) \leq U_{\max}, \\ \Delta U_{\min} \leq \Delta U(t) \leq \Delta U_{\max} \end{array} \right. \quad (28)$$

式中, 权矩阵  $\mathbf{R}(R_1 \text{ 或 } R_2)$  常定义为  $R = rI_{Nu}$ ,  $r$  通常是一个常数。

实际中, 如果只考虑输入限制, 可不使用二次规划, 控制信号  $U(t)$  可表示下式所示:

$$\tilde{U}(t) = (G_t^T G_t + R_1 + F^{-T} R_2 F^{-1})^{-1} (G_t^T Y_r(t) + F^{-T} R_2 F^{-1} U_0(t-1) - G_t^T Y_0(t)); \tilde{u}(t) =$$

$$[1, 0, \dots, 0] \tilde{U}(t); \Delta \tilde{u}(t) = \tilde{u}(t) - \tilde{u}(t-1)$$

若  $\tilde{u}_{\min} \leqslant \tilde{u}(t) \leqslant \tilde{u}_{\max}$ , 且  $\Delta \tilde{u}_{\min} \leqslant \Delta \tilde{u}(t) \leqslant \Delta \tilde{u}_{\max}$

则  $u(t) = \tilde{u}(t)$

否则:

$\Delta \tilde{u}(t) \geqslant \Delta \tilde{u}_{\max}$ , 则  $u(t) = \tilde{u}(t) + \Delta \tilde{u}_{\max}$

$\Delta \tilde{u}(t) \leqslant \Delta \tilde{u}_{\min}$ , 则  $u(t) = \tilde{u}(t) + \Delta \tilde{u}_{\min}$

$\tilde{u}(t) \geqslant \tilde{u}_{\max}$ , 则  $u(t) = \tilde{u}_{\max}$

$\tilde{u}(t) \leqslant \tilde{u}_{\min}$ , 则  $u(t) = \tilde{u}_{\min}$

### 3 四旋翼飞行器基于 RBF-ARX 模型的预测控制结果分析

#### 3.1 仿真结果分析

针对具有非线性和强耦合的四旋翼飞行器系统, 采取基于 RBF-ARX 模型的预测控制策略。利用 MATLAB Simulink 工具箱建立系统控制仿真结构, 运行得到图 4、5 结果。图 4 是四个螺旋桨电机的输入电压  $u_1, u_2, u_3$  和  $u_4$  的值, 得到图 5 的  $y_1$  俯仰角、 $y_2$  翻转角和  $y_3$  巡航角的输出结果。

设定俯仰角、翻转角和巡航角目标值为  $[20, 30, 40]$  rad, 从仿真结果可以看出, 系统的运行效果良好, 稳态时的误差为 0, 过渡时间不长。因此, 可以推断该控制方法在实际运行时是可行的。

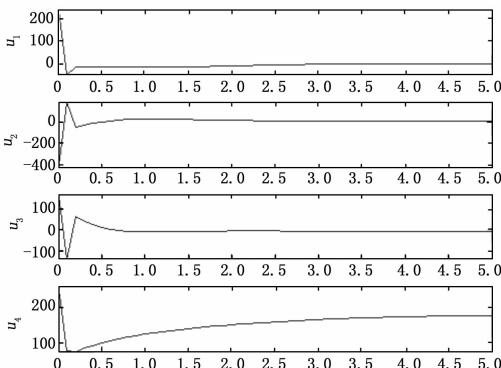


图 4 四个螺旋桨电机的输入电压值 (V)

#### 3.2 实时控制结果分析

控制三个输出角俯仰角, 翻转角和巡航角同时变化。将控制器的参数调整到最优。首先使四旋翼飞行器处于初始悬停状态, 此时俯仰角, 翻转角和巡航角分别为  $19, 21, 0$  (rad), 并保持一定时间, 然后控制其达到另一目标飞行姿态, 此时俯仰角, 翻转角和巡航角分别为  $32, 33, 10$  (rad), 并保持一段时间, 最后再控制其回到初始悬停状态。

从图 6 实时控制曲线可以看出, 在初始悬停位置, 输出曲线在很小幅度内震荡, 之后基本趋向于稳定状态, 没有大幅震荡情况出现; 控制输出目标突然变化后, 其动态响应快速, 只有微小超调量; 恢复初始水平悬停状态的过程中, 未见大幅震荡和超调。表明该建模及控制策略控制效果较好。从图中不难

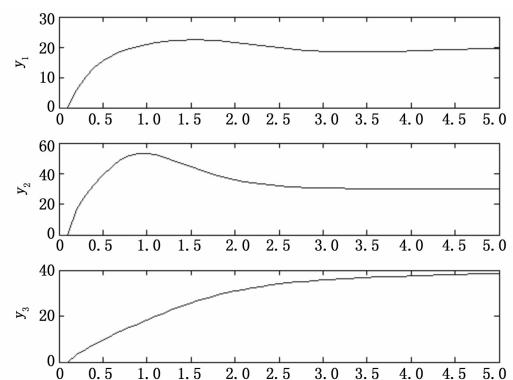


图 5 俯仰角、翻转角和巡航角 (rad) 的仿真输出结果

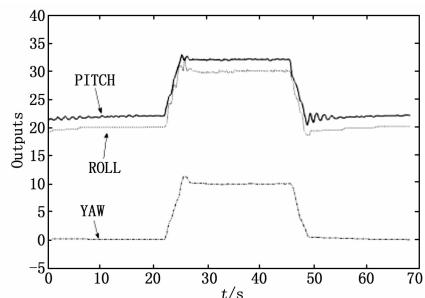


图 6 基于 RBF-ARX 模型的预测控制效果

发现, 相比其他两个输出角, 对巡航角的控制更加平稳, 主要与系统的结构特性有很大关系, 巡航角主要取决于尾部旋翼的控制, 和另外两个角之间没有耦合。俯仰角和翻转角同时受左、右和前部旋翼的控制, 且有很强的耦合性, 故控制起来相对困难。

#### 4 结语

针对含非线性和不确定性的四旋翼飞行器系统, 提出了一种基于 RBF-ARX 模型的自适应预测控制器的设计方法。采取快速收敛离线参数分类辨识优化的方法得到系统的 RBF-ARX 模型, 基于该模型设计了系统预测控制器。仿真和实时控制结果表明, 该方法能很好的描述系统的非线性特性, 预测输出值与目标期望轨迹之间的误差很小, 验证了该方法的可行性和有效性。

#### 参考文献:

- [1] 王凯, 张维, 周德新. 基于四旋翼飞行器的飞行航迹规划方法研究 [J]. 计算机仿真, 2014, (5): 84–88.
- [2] 张雪峰, 赵莉. 线性滤波运动舰船图像静态视点平滑过渡仿真 [J]. 科技通报, 2014, 12 (30): 148–150.
- [3] 王帅, 任振辉. 基于改进自适应遗传算法的风电场无功规划优化研究 [J]. 中国农机化学报, 2015, 36 (1): 261–265.
- [4] 王笑岩, 王石. 遗传算法在蔬菜移栽机参数优化中的应用 [J]. 中国农机化学报, 2015, 36 (1): 139–141.
- [5] 陈磊, 霍永亮. 利用改进的遗传算法求解约束优化问题 [J]. 重庆工商大学学报 (自然科学版), 2014, 31 (9): 63–67.
- [6] 吴志琪, 董朝阳, 贾臻. 基于分叉理论的变体飞行器稳定性分析及控制器设计 [J]. 沈阳航空航天大学学报, 2015, 32 (1): 32–37.

送。软件读取存储在硬盘上的真实目标序列，通过网络以工作周期向发射装置发送含有方向和高低模拟真实目标序列信息（在系统初始化时通过读取存储在硬盘上的文件将数据载入内存）的“控制命令”报文，控制发射装置完成作战任务，并接收“状态反馈”报文，“数据显示区”动态更新当前实际角位置等信息，“接收区”动态更新发射装置当前状态信息。

### 3.2.4 记录数据的执行过程

检测设备工作过程中，软件具有记录和显示实际位置、误差等数据的功能。软件通过网络以工作周期向发射装置发送“控制命令”报文，同时自动启动记录，保存相关数据至硬盘，并在虚拟仪器显示区显示实际位置、调转时间或实际误差。数据显示区动态更新当前实际角位置等信息，“接收”区动态更新发射装置当前状态<sup>[6]</sup>。

## 4 试验验证

为了验证倾斜瞄准式导弹发射装置检测设备设计合理性、功能正确性、性能是否满足导弹发射装置检测要求，利用该设备进行了导弹发射装置检测试验。将倾斜瞄准式导弹发射装置检测设备通过发射装置电缆与某型舰载末端反导导弹武器系统发射装置连接，检测设备和导弹发射装置加电开机。通过检测设备操作，分别在作战模式、训练模式、维护模式下控制发射装置完成功能检查、接口检查和随动精度检查。试验结果表明倾斜瞄准式导弹发射装置检测设备设计合理、功能正确，能够完成导弹发射装置功能检查、接口检查和随动精度检测，其性能能满足导弹发射装置检测要求。其中一次检测结果见表2所示。

## 5 结束语

为了便于开展倾斜瞄准式导弹发射装置技术状态检测，设计开发了倾斜瞄准式导弹发射装置检测设备。完成了检测设备的总体设计、硬件设计、软件设计，并开发了相应的设备。该设备可为舰载末端反导导弹武器系统发射装置技术状态检测提供独立于武器系统联调之外的技术手段，可提高武器系统技术状态检测的效率。试验验证表明，倾斜瞄准式导弹发射装置检测设备设计合理、功能正确，性能满足导弹发射装置检测要求。

### 参考文献：

- [1] 李喜仁. 防空导弹发射装置 [M]. 北京: 中国宇航出版社, 1993.
- (上接第 83 页)
- [7] 管萍, 刘小河, 汪赛, 等. 基于模糊系统的高超声速飞行器预测控制 [J]. 控制工程, 2014, 21(6): 823–828.
- [8] 王伟, 王昱, 夏旻. 微小型四旋翼无人飞行器姿态控制 [J]. 计算机仿真, 2014, 31(12): 59–63.
- [9] 赵铭明, 谢叶, 李梦柯, 等. 基于 DSP 的四旋翼无人飞行器控制系统 [J]. 电子世界, 2014, (16): 19–19.
- [10] Marquart D. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameter [J]. SIAM J Appl. Math., 1963, 11: 431–441.
- [11] 舒迪前. 自适应控制 [M]. 沈阳: 东北大学出版社, 1993.
- [12] 徐仲, 张凯院, 陆全, 等. 矩阵论简明教程 [M]. 北京: 科学出版社, 2001.
- [13] 秦宣云, 卜英勇, 夏毅敏. 基于 AIC 准则优化的径向神经网络微
- [2] 卢志刚, 吴杰, 吴潮. 数字伺服系统与设计 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2007.
- [3] 李洪涛, 何洋. 舰载导弹发射架状态动态测量系统设计 [J]. 计算机测量与控制, 2016, 24(11): 100–103.
- [4] 李戍, 陈建群, 高凤岐. 基于虚拟仪器的某型导弹发射装置自动检测系统的研制 [J]. 微计算机信息, 2005(5): 133–134.
- [5] 朱岩. 导弹发射装置测试系统的设计与实现 [J]. 电光与控制, 2008, 15(4): 74–77.
- [6] 李海龙, 肖明清, 胡斌, 等. 某型导弹发射装置通用检测设备自检与校准装置设计 [J]. 计算机测量与控制, 2013, 21(10): 2723–2725.
- [14] Peng H, Ozaki T, Toyoda Y, et al. RBF-ARX model-based nonlinear system modeling and predictive control with application to a NO<sub>x</sub> decomposition process [J]. Control Engineering Practice, 2004, 12: 191–203.
- [15] Peng H, Ozaki T, Toyoda Y, et al. Exponential ARX model-based long-range predictive control strategy for power plants [J]. Control Engineering Practice, 2001, 9: 1353–1360.
- [16] Peng H, Ozaki T, Toyoda Y, et al. Massafumi Mori. RBF-ARX model-based nonlinear system modeling and predictive control with application to a NO<sub>x</sub> decomposition process [J]. Control Engineering Practice, 2004, 12: 191–203.

表 2 导弹发射装置检查数据记录表

项目	指标要求		检查结果
静态 误差	方位	装定值: 0°	0.11°
		装定值: 30°	30.04°
		装定值: 120°	120.04°
		装定值: -60°	59.99°
等速 跟踪 误差	高低	装定值: 0°	0.05°
		装定值: 30°	30.04°
		装定值: 50°	50.04°
		装定值: 80°	80.02°
正弦 跟踪 误差	方位向左低速	10°/s	0.206°
	方位向左中速	25°/s	0.172°
	方位向左高速	40°/s	0.234°
	方位向右低速	10°/s	0.172°
	方位向右中速	25°/s	0.315°
	方位向右高速	40°/s	0.247°
	高低向上低速	10°/s	0.143°
	高低向上中速	25°/s	0.195°
	高低向上高速	40°/s	0.135°
	高低向下低速	10°/s	0.172°
正弦 跟踪 误差	高低向下中速	25°/s	0.097°
	高低向下高速	40°/s	0.219°
	方位小正弦	振幅: 20° 周期: 9.2s	0.344°
	方位大正弦	振幅: 80° 周期: 13.5s	0.407°
正弦 跟踪 误差	高低小正弦	振幅: 20° 周期: 9.2s	0.573°
	高低大正弦	振幅: 40° 周期: 13.5s	0.631°

- [2] 卢志刚, 吴杰, 吴潮. 数字伺服系统与设计 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2007.
- [3] 李洪涛, 何洋. 舰载导弹发射架状态动态测量系统设计 [J]. 计算机测量与控制, 2016, 24(11): 100–103.
- [4] 李戍, 陈建群, 高凤岐. 基于虚拟仪器的某型导弹发射装置自动检测系统的研制 [J]. 微计算机信息, 2005(5): 133–134.
- [5] 朱岩. 导弹发射装置测试系统的设计与实现 [J]. 电光与控制, 2008, 15(4): 74–77.
- [6] 李海龙, 肖明清, 胡斌, 等. 某型导弹发射装置通用检测设备自检与校准装置设计 [J]. 计算机测量与控制, 2013, 21(10): 2723–2725.
- [14] Peng H, Ozaki T, Toyoda Y, et al. RBF-ARX model-based nonlinear system modeling and predictive control with application to a NO<sub>x</sub> decomposition process [J]. Control Engineering Practice, 2004, 12: 191–203.
- [15] Peng H, Ozaki T, Toyoda Y, et al. Exponential ARX model-based long-range predictive control strategy for power plants [J]. Control Engineering Practice, 2001, 9: 1353–1360.
- [16] Peng H, Ozaki T, Toyoda Y, et al. Massafumi Mori. RBF-ARX model-based nonlinear system modeling and predictive control with application to a NO<sub>x</sub> decomposition process [J]. Control Engineering Practice, 2004, 12: 191–203.