

多智能体系统的鲁棒故障估计观测器的设计

樊 谦¹, 杨阔松², 严元咏¹

(1. 武汉科技大学 冶金自动化与检测技术教育部工程研究中心, 武汉 430081;

2. 华中港航物流集团有限公司, 武汉 430021)

摘要: 针对线性变参数多智能体系统设计了有限频域鲁棒故障估计观测器; 首先, 根据每个智能体的绝对可测输出和相对可测输出建立了每个节点的动力学方程, 结合无向通讯拓扑图及拉普拉斯矩阵得到了多智能体系统的动力学方程, 通过合适的变换对多智能体系统模型进行了解耦; 然后, 根据解耦后的系统动力学方程设计了故障估计观测器, 并通过 LMI 优化技术得到了故障估计观测器增益矩阵和优良的鲁棒性能指标; 最后, 通过微型飞行器纵向飞行运动的例子验证了所设计的故障估计观测器的有效性, 及系统参数在一定的范围内发生变动的时候, 故障估计观测器依然可以准确的估计系统所发生的故障。

关键词: 多智能体, 鲁棒控制, 故障估计, 线性矩阵不等式

Design of Robust Fault Estimation Observer for Multi-agent Systems

Fan Qian¹, Yang Minsong², Yan Yuanyong¹

(1. Wuhan University of Science and Technology, Ministerial Engineering Research Center of Metallurgy Automation and Detection Technology, Wuhan 430081, China; 2. Central China Logistics Corporations, Wuhan 430021, China)

Abstract: The fault estimation observer is designed for linear parameter varying multi-agent systems in finite frequency domain. First, the dynamic equation of each node is established according to the absolute measurable output and relative measurable output of each agent. The dynamic equation of multi-agent system is obtained by combining the undirected communication topology and Laplace matrix. The multi-agent system model was decoupled through appropriate transformation. Then, the fault estimation observer is designed based on the decoupled system dynamics equation, the gain matrix of the observer and the better robust performance index are obtained by the LMI optimization technique. Finally, the simulation of longitudinal flight motion of MAV are given to demonstrate the effectiveness of the designed fault estimation observer, when the system parameters change in a certain range, the fault estimation observer can still accurately estimate the faults occurring in the system.

Keywords: multi-agent; robust control; fault estimation; finite frequency domain; linear matrix inequality

0 引言

随着计算机技术和人工智能研究的发展, 多智能体系统的研究已经成为了当今计算机领域研究的一个热点, 是分布式人工智能研究的一个重要分支, 其目标是将大的复杂系统建造成小的、彼此相互通讯及协调的、易于管理的系统。近些年来, 多智能体系统受到了学者们广泛的关注和大量的研究, 由于它在一些领域里的应用, 例如机器人协作的控制^[1]、无人机编队飞行的控制^[2]、传感器网络^[3]等。大多数情况下, 学者们都会假设多智能体系统中的每个单元都是正常工作的, 没有发生故障, 但是实际运行过程中, 由于环境变化等因素, 执行器或者传感器发生故障是个大概率事件, 所以考虑故障是很有必要的, 因此多智能体系统中的故障检测和估计成为了学者们研究的热点问题。在文献 [4] 中, 针对一类受到未知干扰的非线性多智能体系统, 首先设计了每个智能体系统的未知输入非线性观测器, 然后基于观测器的状态估计信息, 设计了鲁棒一致性控制协议, 考虑智能体出现故障的情况, 提出了分布式故障检测算法。在文献 [5] 中, 针对一类非线性大规模系统, 提出了一种基于滑模观测器的鲁棒分散式执行器故障检测与估计

方法。在文献 [6] 中, 针对一类存在未知非线性的多智能体系统, 研究具有执行器故障的“领导—跟随”协同控制问题, 提出了分布式模糊容错协同控制器的设计方案。

在文献 [7] 中, 研究了线性时不变多智能体系统混合 H_2/H_∞ 故障检测滤波器设计问题, 利用他们的方法, 不仅可以检测出自己的故障, 也可以检测到邻近智能体的故障。在文献 [8] 中, 针对一类具有马尔可夫传递时滞的非线性网络控制系统, 提出了一种基于滑模观测器的故障估计方法。以上文献都研究多智能体故障检测与估计问题, 在全频域内设计了故障检测和估计观测器, 这具有较强的保守性。需要指出的是, 系统的外界扰动频率很多情况下都是处于有限频域内, 因此, 为了满足特定性能指标, 在有限频域内设计更少保守性的故障估计观测器具有重要的研究意义。由于外界环境的变化, 系统运行时间的延长等因素, 系统的某些参数可能会在一定范围内发生变化, 因此为了使所设计的观测器能更好的满足实际情况, 考虑参数变化具有重要的实际意义。

基于以上分析, 本文在有限频域内, 针对线性变参数多智能体系统设计故障估计观测器并进行了仿真分析, 验证了算法的有效性。本文结构如下, 第二部分是系统的描述和问题的公式化; 第三部分是故障估计观测器的设计和证明过程; 第四部分是数值仿真与分析; 第五部分是文章的总结。

1 系统的描述和问题的公式化

考虑具有 N 个节点的线性变参数多智能体系统, 其中每个独立节点的动力学方程表示如下:

收稿日期: 2017-08-19; 修回日期: 2017-10-23。

作者简介: 樊 谦(1991-), 男, 湖北武汉人, 硕士研究生, 主要从事鲁棒控制、故障检测方向的研究。

通讯作者: 杨阔松(1972-), 男, 湖北武汉人, 硕士研究生, 主要从事机电自动控制方向的研究。

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= A^i(p(t))x_i + B_u^i(p(t))u_i(t) + B_d^i(p(t))d_i(t) + \\ & B_f^i(p(t))f_i(t)v_i(t) = C^i x_i(t) + D_d^i d_i(t) + D_f^i f_i(t) \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $x_i(t) \in R^n, u_i(t) \in R^m$ 和 $v_i(t) \in R^p$ 分别代表状态, 控制输入和可测输出; 时变参数 $p(t)$ 为实时可测的; $d_i(t)$ 表示外部的扰动信号; $f_i(t)$ 表示故障, 若 $f_i(t) = 0$, 则说明没有故障, 若 $f_i(t) \neq 0$, 则说明存在故障. $A^i, B_u^i, B_d^i, B_f^i, C^i, D_d^i, D_f^i$ 表示合适维度的矩阵. 假设这 N 个智能体的通讯网络图可以用一个无向拓扑图来表示.

假设每个智能体的不确定性系统矩阵可以表示为若干个顶点矩阵的凸组合, 即:

$$M(p(t)) = [A(p(t)), B_u(p(t)), B_d(p(t)), B_f(p(t))],$$

$$C, D_d, D_f] \in \Omega = \{M(p(t)) \mid M(p(t)) = \sum_i^N \alpha_i M_i,$$

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i = 1, \alpha_i \geq 0\}$$

其中: $M_i = (A^i, B_u^i, B_d^i, B_f^i, C^i, D_d^i, D_f^i)$ 为多面体 Ω 的顶点矩阵.

通过通讯网络, 每个智能体都能探测到附近智能体的信息, 因此可以假设每个智能体都具有绝对可测输出 $v_i(t)$ 和相对可测输出 $w_i(t), j \in N_i$ 表示智能体 j 的邻接智能体为 N_i , 则:

$$w_i(t) = \sum_{j \in N_i} (v_i(t) - v_j(t))$$

拉普拉斯矩阵 $L \in R^{N \times N}$ 的定义如下:

$$L_{ii} = |N_i|$$

$$L_{ij} = \begin{cases} -1, & j \in N_i \\ 0, & j \notin N_i \end{cases} \quad (2)$$

$|N_i|$ 表示第 i 个节点的度, L 是半正定的非满秩矩阵, 最小的特征值是 0.

则第 i 个独立节点的动力学模型如下所示,

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= A^i(p(t))x_i(t) + B_u^i(p(t))u_i(t) + \\ & B_d^i(p(t))d_i(t) + B_f^i(p(t))f_i(t) \\ y_i(t) &= v_i(t) + w_i(t) = Cx_i(t) + D_d d_i(t) + D_f f_i(t) + \\ & C \sum_{j \in N_i} (x_i(t) - x_j(t)) + D_d \sum_{j \in N_i} (d_i(t) - d_j(t)) + \\ & D_f \sum_{j \in N_i} (f_i(t) - f_j(t)) \end{aligned} \quad (3)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, N$.

通过联立公式 (2) 和 (3), 可以得到多智能体系统的动力学等式如下,

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (I_N \otimes A(p(t)))x(t) + (I_N \otimes B_u(p(t)))u(t) + \\ & (I_N \otimes B_d(p(t)))d(t) + (I_N \otimes B_f(p(t)))f(t)y(t) = \\ & ((L + I_N) \otimes C)x(t) + ((L + I_N) \otimes D_d)d(t) + \\ & ((L + I_N) \otimes D_f)f(t) \end{aligned} \quad (4)$$

其中:

$$\begin{aligned} x(t) &= [x_1(t), \dots, x_N(t)]^T \\ y(t) &= [y_1(t), \dots, y_N(t)]^T \\ u(t) &= [u_1(t), \dots, u_N(t)]^T \\ f(t) &= [f_1(t), \dots, f_N(t)]^T \\ d(t) &= [d_1(t), \dots, d_N(t)]^T \end{aligned}$$

为了方便描述算法, 给出相关引理.

引理 1: $M = [M_{ij}]_{N \times N}$ 表示对称矩阵, 且满足 $i \neq j, M_{ij} \leq 0; \sum_{j=1}^N M_{ij} = 0, i = 1, 2, \dots, N$. 设 $R = \text{diag}\{r_1, r_2, \dots, r_N\}$,

$r_i \geq 0$, 则矩阵 $M + R$ 的所有特征值都是正定的.

引理 2: 假设 (1) 中每个智能体的系统 $\sum(A, C)$ 都是状态完全可观测的, 则 (4) 中系统 $\sum(I_N \otimes A, (L + I_N) \otimes C)$ 也是状态可观测的.

证明: 由 PBH 判据可知, 对于所有的 $s \in \psi, \psi$ 为矩阵 A 的特征值的集合, 如果所有的 s 都能使 $\varphi(s)$ 为满秩, 则系统 $\sum(I_N \otimes A, (L + I_N) \otimes C)$ 是可观测的,

$$\varphi(s) = \begin{bmatrix} (L + I_N) \otimes C \\ sI_{Nn} - (I_N \otimes A) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (L + I_N) \otimes C \\ I_N \otimes (sI_N - A) \end{bmatrix} \quad (5)$$

由引理 1 可知 $L + I_N$ 是正定矩阵, 对其进行特征值分解可以得到 $L + I_N = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^T$, 其中 $\mathbf{V} \in R^{N \times N}$ 为特征向量, $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_N) \in R^{N \times N}$ 为特征值, 且都为实数, 定义以下正交矩阵,

$$T_l = \begin{bmatrix} \mathbf{V}^T \otimes I_p & 0 \\ 0 & \mathbf{V}^T \otimes I_n \end{bmatrix}, T_r = [\mathbf{V} \otimes I_n]$$

若 $T_l \varphi(s) T_r$ 满秩, 当且仅当对于所有的 $s \in \psi, \varphi(s)$ 也是满秩. 因为 $\mathbf{V}^T \mathbf{V} = I_N$, 则 $\mathbf{V}^T (L + I_N) \mathbf{V} = \mathbf{\Lambda}$, 所以可以得到:

$$\begin{aligned} T_l \varphi(s) T_r &= \begin{bmatrix} (\mathbf{V}^T \otimes I_p) ((L + I_N) \otimes C) \\ (\mathbf{V}^T \otimes I_n) (I_N \otimes (sI_N - A)) \end{bmatrix} [\mathbf{V} \otimes I_n] = \\ & \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda} \otimes C \\ I_N \otimes (sI_N - A) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{diag}(\lambda_1 C, \dots, \lambda_N C) \\ I_N \otimes (sI_N - A) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

因为 $\sum(C, A)$ 是可观测的, 则 $[C^T, (sI - A)^T]^T$ 是满秩的, 且 $\lambda_i, i = 1, \dots, N$ 为正值, 所以:

$$\text{rank}(T_l \varphi(s) T_r) = \sum_{i=1}^N \text{rank} \left(\begin{bmatrix} \lambda_i C \\ sI_N - A \end{bmatrix} \right) = N \times n$$

所以 $\sum(I_N \otimes A, (L + I_N) \otimes C)$ 是状态可观测的.

多智能体系统的故障估计观测器设计问题是非常复杂的, 特别是当智能体个数很大的时候, 所以为了研究的方便性, 需要对多智能体系统进行解耦, 下面是解耦的具体过程.

定义一个状态变换 $x \rightarrow Tx = \zeta, T = V^T \otimes I_N$, 则:

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= T(I_N \otimes A(p(t)))T^{-1} = I_N \otimes A(p(t)) \\ \tilde{B}_u &= T(I_N \otimes B_u(p(t))) = V^T \otimes B_u(p(t)) = \\ & (I_N \otimes B_u(p(t)))(V^T \otimes I_m)\tilde{B}_d = T(I_N \otimes B_d(p(t))) = \\ & V^T \otimes B_d(p(t)) = (I_N \otimes B_d(p(t)))(V^T \otimes I_r)\tilde{B}_f = \\ & T(I_N \otimes B_f(p(t))) = V^T \otimes B_f(p(t)) = \\ & (I_N \otimes B_f(p(t)))(V^T \otimes I_q) \end{aligned}$$

定义:

$$\begin{aligned} \tilde{u}(t) &= (V^T \otimes I_m)u(t), \tilde{d}(t) = (V^T \otimes I_r)d(t), \\ \tilde{f}(t) &= (V^T \otimes I_q)f(t), \tilde{y}(t) = (\mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{V}^{-1} \otimes I_p)y(t) \end{aligned}$$

通过简单的计算可以将 (4) 中的系统动力学方程改写成状态变化后的系统动力学方程如下:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\zeta}}(t) &= (I_N \otimes A(p(t)))\tilde{\zeta}(t) + (I_N \otimes D_d(p(t)))\tilde{u}(t) + \\ & (I_N \otimes B_d(p(t)))\tilde{d}(t) + (I_N \otimes B_f(p(t)))\tilde{f}(t)\tilde{y}(t) = \\ & (I_N \otimes C)\tilde{\zeta}(t) + (I_N \otimes D_d)\tilde{d}(t) + (I_N \otimes D_f)\tilde{f}(t) \end{aligned} \quad (7)$$

由公式 (7) 可以得到解耦后的系统状态方程如下, 其中 $i = 1, \dots, N$,

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\zeta}}_i(t) &= A(p(t))\tilde{\zeta}_i(t) + B_u(p(t))\tilde{u}_i(t) + \\ & B_d(p(t))\tilde{d}_i(t) + B_f(p(t))\tilde{f}_i(t) \\ \tilde{y}_i(t) &= C\tilde{\zeta}_i(t) + D_d\tilde{d}_i(t) + D_f\tilde{f}_i(t) \end{aligned} \quad (8)$$

为了重构故障信号 $\tilde{f}_i(t)$, 使用文献 [20] 中的方法, 可

以得到如下故障估计观测器的形式:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\zeta}}_i(t) &= A(p(t))\hat{\zeta}_i(t) + B_u(p(t))\hat{u}_i(t) + \\ & B_f(p(t))\hat{f}_i(t) + H[\hat{y}_i(t) - \hat{y}_i(t)] \\ \hat{y}_i(t) &= C\hat{\zeta}_i(t) + D_f\hat{f}_i(t) \\ \dot{\hat{f}}_i(t) &= F(\hat{y}_i(t) - \hat{y}_i(t)) \end{aligned} \quad (9)$$

其中: $\hat{\zeta}_i(t) \in R^n$ 是状态变量 $\zeta_i(t)$ 的估计值, $\hat{y}_i(t) \in R^n$ 是输出的估计值, $H \in R^{n \times r}$, $F \in R^{n \times p}$ 是将要设计的滤波器系数矩阵。

令 $e_{\zeta_i}(t) = \zeta_i(t) - \hat{\zeta}_i(t)$, $e_{y_i}(t) = \hat{y}_i(t) - \hat{y}_i(t)$, $e_{f_i}(t) = \hat{f}_i(t) - \tilde{f}_i(t)$, 为了叙述的方便性 $A(p(t))$, $B_u(p(t))$, $B_d(p(t))$, $B_f(p(t))$ 分别简写为 A, B_u, B_d, B_f , 由公式以下误差动力学方程,

$$\begin{aligned} \dot{e}_{\zeta_i}(t) &= (A - HC)e_{\zeta_i}(t) + (B_d - HD_d)\tilde{d}_i(t) + \\ & (B_f - HD_f)e_{f_i}(t) \\ e_{y_i}(t) &= Ce_{\zeta_i}(t) + D_d\tilde{d}_i(t) + D_f e_{f_i}(t) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\dot{e}_{\tilde{f}_i}(t) = -FCe_{\zeta_i}(t) - FD_d\tilde{d}_i(t) - FD_f e_{f_i}(t) + \dot{\tilde{f}}_i(t)$$

由公式 (10) 可以得到以下动力学方程,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{e}_{\zeta_i}(t) \\ \dot{e}_{\tilde{f}_i}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A - HC & B_f - HD_f \\ -FC & -FD_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{\zeta_i}(t) \\ e_{\tilde{f}_i}(t) \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} B_d - HD_d \\ -FD_d \end{bmatrix} \tilde{d}_i(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ I_q \end{bmatrix} \dot{\tilde{f}}_i(t) \\ e_{\tilde{f}_i}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & I_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{\zeta_i}(t) \\ e_{\tilde{f}_i}(t) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{令 } \bar{e}_i(t) = \begin{bmatrix} e_{\zeta_i}(t) \\ e_{\tilde{f}_i}(t) \end{bmatrix}, \bar{A} = \begin{bmatrix} A & B_f \\ 0_{q \times n} & 0_q \end{bmatrix}, \bar{B}_d = \begin{bmatrix} B_d \\ 0_{q \times r} \end{bmatrix}, \bar{B}_f =$$

$$\begin{bmatrix} 0_{n \times q} \\ I_q \end{bmatrix}, \bar{C} = \begin{bmatrix} C & D_f \end{bmatrix}, \bar{H} = \begin{bmatrix} H \\ F \end{bmatrix}, \bar{E} = \begin{bmatrix} 0 & I_q \end{bmatrix}$$

因此可以得到:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{e}}_i(t) &= \bar{A}_H \bar{e}_i(t) + \bar{B}_H \tilde{d}_i(t) + \bar{B}_f \dot{\tilde{f}}_i(t) \\ e_{\tilde{f}_i}(t) &= \bar{E} \bar{e}_i(t) \end{aligned} \quad (11)$$

其中: $\bar{A}_H = \bar{A} - \bar{H}\bar{C}$, $\bar{B}_H = \bar{B}_d - \bar{H}D_d$, $i = 1, \dots, N$.

假设 $\tilde{f}_i(t)$ 属于 $L_2[0, \infty)$, 为了得到故障估计观测器, 系统矩阵 $\bar{A}_H, \bar{B}_H, \bar{B}_f, \bar{E}$ 中的 H, F 是需要设计的矩阵, 在系统时变参数 $p(t)$ 的范围内, 它们需使得 \bar{A}_H 的所有特征值实部都是负数, 且外部扰动 $\tilde{d}_i(t)$ 和故障信号 $\tilde{f}_i(t)$ 对故障估计误差的影响尽可能要小。

本文提出的在有限频域内所设计的 H_∞ 故障检测观测器需要满足以下条件:

$$1) \bar{A}_H \text{ 所有特征值的实部都是负数} \quad (12)$$

$$2) \|G_{e_{\tilde{f}_i} \tilde{d}_i}\|_{[\omega_d, \omega_d]} < \gamma_1, \forall |\omega| < \omega_d \quad (13)$$

$$3) \|G_{e_{\tilde{f}_i} \tilde{f}_i}\|_{[\omega_f, \omega_f]} < \gamma_2, \forall |\omega| < \omega_f \quad (14)$$

其中:

$$G_{e_{\tilde{f}_i} \tilde{d}_i}(s) = \bar{E}(sI - \bar{A}_H)^{-1} \bar{B}_H = \begin{bmatrix} \bar{A}_H & \bar{B}_H \\ \bar{E} & 0 \end{bmatrix},$$

$$G_{e_{\tilde{f}_i} \tilde{f}_i}(s) = \bar{E}(sI - \bar{A}_H)^{-1} \bar{B}_f = \begin{bmatrix} \bar{A}_H & \bar{B}_f \\ \bar{E} & 0 \end{bmatrix}$$

分别是 $\tilde{d}_i(t)$ 到 $e_{\tilde{f}_i}(t)$ 和 $\tilde{f}_i(t)$ 到 $e_{\tilde{f}_i}(t)$ 的传递函数。

2 故障估计观测器的设计

为了推导出条件 (12) - (14), 引入以下引理。

引理 3: 广义 KPY 引理, 对于给定的对称矩阵 Π , 以下两个条件是等价的,

$$1) \begin{bmatrix} G(j\omega) \\ I \end{bmatrix}^T \Pi \begin{bmatrix} G(j\omega) \\ I \end{bmatrix} < 0, \forall \omega \in \Omega \quad (15)$$

2) 存在对称矩阵 P 和 $Q \in H_n$, 且 $Q > 0$, 则:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ I & 0 \end{bmatrix}^T \Xi \begin{bmatrix} A & B \\ I & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C & D \\ 0 & I \end{bmatrix} \Pi \begin{bmatrix} C & D \\ 0 & I \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

其中: $\bar{\omega}_c = (\bar{\omega}_1 + \bar{\omega}_2)/2$

表 1 不同频率范围中的 Ω, Ξ

	LF	MF	HF
Ω	$ \omega \leq \omega_l$	$\omega_l \leq \omega \leq \omega_2$	$ \omega \geq \omega_h$
Ξ	$\begin{bmatrix} -Q & P \\ P & \bar{\omega}_l^2 Q \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -Q & P + j\omega_c Q \\ P - j\omega_c Q & -\omega_1 \omega_2 Q \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} Q & P \\ P & -\omega_h^2 Q \end{bmatrix}$

引理 4 (投影引理): Γ, Λ, Θ 为给定的矩阵, 存在矩阵 G 满足 $\Gamma G \Lambda + (\Gamma G \Lambda)^T + \Theta < 0$ 成立, 当且仅当下面不等式成立:

$$\Gamma^\perp \Theta \Gamma^\perp < 0, (\Lambda^T)^\perp \Theta (\Lambda^T)^\perp < 0 \quad (17)$$

引理 5: 无源系统 $\bar{x}(t) = A\bar{x}(t)$ 渐进稳定, 即 A 的所有特征值实部都小于 $-\sigma$, $\text{Re} \lambda_i(A) < -\sigma, \sigma \geq 0, i = 1, \dots, n$, 当且仅当存在矩阵 $p_s > 0$ 使得:

$$2\sigma P_s + A^T P_s + P_s A < 0 \quad (18)$$

基于 GKYP 引理和投影引理, 可以得到满足条件 (12) - (14) 的定理。

定理: 在有限频域内, (11) 中的系统动力学模型渐进稳定, 系统矩阵 \bar{A}_H 的所有的特征值实部都小于 $-\sigma$, 即 $\text{Re} \lambda_i(\bar{A}_H - \bar{H}\bar{C}) < -\sigma, \sigma \geq 0, i = 1, 2, \dots, n+q$. 如果条件 (19), (20), (21) 成立, 其中对称矩阵 $P_f, P_r, P_s > 0$, 且 $Q_f > 0, Q_r > 0, G$ 为常数矩阵, 那么公式 (13) 和 (14) 中的 H_∞ 性能指标成立。

$$\begin{bmatrix} -G - G^T & P_s - G + G^T \bar{A} - Y^T \bar{C} + \sigma G^T \\ * & \bar{A}^T G + G^T \bar{A} - Y^T \bar{C} - \bar{C}^T Y + \sigma G + \sigma G^T \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} Q_r & P_r - G & 0 & 0 \\ * & \omega_d^2 Q_r + \bar{A}^T G + G^T \bar{A} - \bar{C}^T Y - Y^T \bar{C} & G^T \bar{B}_d - Y^T D_d & \bar{E}^T \\ * & * & -\gamma_1^2 I & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} Q_f & P_f - G & 0 & 0 \\ * & \omega_f^2 Q_f + \bar{A}^T G + G^T \bar{A} - \bar{C}^T Y - Y^T \bar{C} & G^T \bar{B}_f & \bar{E}^T \\ * & * & -\gamma_2^2 I & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

稳定性证明: 考虑到以下不等式 (22):

$$\begin{bmatrix} -G - G^T & P_s - G + G^T \bar{A} - G^T \bar{H} \bar{C} + \sigma G^T \\ * & \bar{A}^T G + G^T \bar{A} - G^T \bar{H} \bar{C} - \bar{C}^T \bar{H}^T G + \sigma G + \sigma G^T \end{bmatrix} < 0 \quad (22)$$

通过计算, 不等式 (22) 等价于以下不等式:

$$\begin{bmatrix} 0 & P_s \\ P_s & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -I \\ \bar{A}_H + \sigma I \end{bmatrix} G \begin{bmatrix} I & I \end{bmatrix} +$$

$$\left(\begin{bmatrix} -I \\ \bar{A}_H^T + \sigma I \end{bmatrix} G \begin{bmatrix} I & I \end{bmatrix} \right)^T < 0 \quad (23)$$

矩阵 $[-I \ \bar{A}_H + \sigma I]^T$ 的零空间是 $[\bar{A}_H^T + \sigma I \ I]$, 矩阵 $[I \ I]^T$ 的零空间是 $[I \ -I]$, 因此可以得到以下式子,

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_H^T + \sigma I & I \\ P_s & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A}_H + \sigma I \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_H^T P_s + P_s \bar{A}_H + 2\sigma P_s \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} I & -I \\ P_s & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ -I \end{bmatrix} = -2P_s < 0 \quad (25)$$

由引理 5 可以知道, 当且仅当 $P_s > 0$ 使得 $\bar{A}_H^T P_s + P_s \bar{A}_H + 2\sigma P_s < 0$ 成立, 那么系统就是渐进稳定的, 所以 (24) < 0 , 系统渐进稳定. 令 $Y = \bar{H}^T G$, 则可以得到条件 (19).

鲁棒性证明: 取对称矩阵 $\Pi = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix}$, 代入到公 (15) 中, 得到 $G_{e_{f_i} \delta_i}(j\omega)^T G_{e_{f_i} \delta_i}(j\omega) < \gamma^2 I$.

即 $\|G_{e_{f_i} \delta_i}\|_{\infty} < \gamma, \forall |\omega| < \omega_d$. 由引理 3 可知, 如果公式 (15) 成立, 那么公式 (16) 就成立.

需要指明的是, $J = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix}^T, Z = \begin{bmatrix} 0 & \bar{E} & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}^T, \Gamma = [-I \ \bar{A}_H \ \bar{B}_H]^T, \Lambda = [0 \ I \ 0]$, 则可以得到,

$$J E J^T + Z \Pi Z^T + H e(\Gamma G \Lambda) = \begin{bmatrix} Q_r & P_r - G & 0 \\ * & \omega_d^2 Q_r + \bar{E}^T \bar{E} + \bar{A}_H^T G + G^T \bar{A}_H & G^T \bar{B}_H \\ * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \quad (26)$$

由引理 3 可知, 如果 (26) < 0 成立, 当且仅当 (27) 成立,

$$\begin{aligned} W^T (J E J^T + Z \Pi Z^T) W &< 0 \\ U (J E J^T + H \Pi H^T) U^T &< 0 \end{aligned} \quad (27)$$

其中: Λ 是 $W = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}^T$ 的零空间, Γ 是 $U =$

$\begin{bmatrix} \bar{A}_H^T & I & 0 \\ \bar{B}_H^T & 0 & I \end{bmatrix}$ 的零空间.

公式 (27) 可以写成以下形式,

$$\begin{aligned} W^T (J E J^T + Z \Pi Z^T) W &= \begin{bmatrix} -Q_r & 0 \\ 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \\ U (J E J^T + H \Pi H^T) U^T &= \begin{bmatrix} \bar{A}_H & \bar{B}_H \\ I & 0 \end{bmatrix}^T \Xi \begin{bmatrix} \bar{A}_H & \bar{B}_H \\ I & 0 \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} \bar{E} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}^T \Pi \begin{bmatrix} \bar{E} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} < 0 \end{aligned}$$

所以 (26) < 0 成立.

使用 Schur 补引理, 由 (26) 可以得到不等式 (28),

$$\begin{bmatrix} Q_r & P_r - G & 0 & 0 \\ * & \omega_d^2 Q_r + \bar{A}_H^T G + G^T \bar{A}_H & G^T \bar{B}_H & \bar{E}^T \\ * & * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (28)$$

其中: $\bar{A}_H = \bar{A} - \bar{H}C, \bar{B}_H = \bar{B}_d - \bar{H}D_d$, 则可以得到,

$$\begin{bmatrix} Q_r & P_r - G & 0 & 0 \\ * & \omega_d^2 Q_r + \bar{A}^T G - \bar{C}^T \bar{H}^T G + G^T \bar{A} - G^T \bar{H}C & G^T \bar{B}_d - G^T \bar{H}D_d & \bar{E}^T \\ * & * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (29)$$

令 $Y = \bar{H}^T G$, 可以得到下面的不等式,

$$\begin{bmatrix} Q_r & P_r - G & 0 & 0 \\ * & \omega_d^2 Q_r + \bar{A}^T G + G^T \bar{A} - \bar{C}^T Y - Y^T \bar{C} & G^T \bar{B}_d - Y^T D_d & \bar{E}^T \\ * & * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (30)$$

则公式 (20) 成立, 同理可证明公式 (21) 成立.

本部分主要设计了故障估计观测器, 提出了系统稳定性条件及在有限频域内得到了鲁棒性条件并且进行了证明.

3 数值仿真

为了验证所提出的故障估计观测器算法在线性变参数系统中的有效性, 本文引入微型飞行器的游荡飞行模式中的纵向飞行运动, 游荡飞行模式主要受升降输入的控制^[9], 假设每个微型飞行器的单输入输出升降模型所对应的矩阵如下所示,

$$A(p(t)) = \begin{bmatrix} -13.517 & -16.832 & -7.3005 & -1.0576 \\ 32 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 + p(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_u = B_d = B_f = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [-0.7289 \ -0.1073 \ 1.6084 \ -0.6188],$$

$$D_d = [0.18], D_f = [1.26]$$

其中: $B_f = B_u$ 是执行器故障矩阵; $B_d = B_u$ 是外界扰动的矩阵, 因为在很多工业应用中, 外部扰动都是通过输入通道进入到系统中的; $p(t)$ 是随时间变化的参数, 假设 $p(t) \in [0, 0.5]$.

四个微型飞行器的拉普拉斯矩阵和网络拓扑图如下所示,

$$L = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

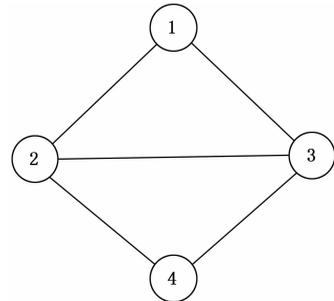


图 1 网络拓扑图

设定参数 $\sigma = 0, |\omega| \leq \omega_l = 0.2$, 根据解耦后的系统所设计的故障估计观测器及提出的算法, 通过 LMI 优化技术, 在所设定的变参 $p(t)$ 的范围内, 可以得到外界扰动鲁棒性能指标 $\gamma_1 = 0.0527$, 故障鲁棒性能指标 $(\gamma_2)_{\max} = 0.8871$, 可以看出所设计的故障估计观测器对故障和外界具有良好的鲁棒性, 所对应的故障估计观测器增益矩阵为:

$$H = \begin{bmatrix} H \\ F \end{bmatrix} =$$

$[2.2079 \quad -0.0509 \quad -2.8141 \quad -0.7320 \quad 13.1986]^T$

系统矩阵 $\bar{A}_H = \bar{A} - \bar{H}\bar{C}$, 通过验证可知, 在 $p(t)$ 的范围内, 它的所有特征值都为负, 说明所设计的故障估计观测器是稳定的。

假设系统时变参数 $p(t) = 0$, 当外界扰动 $d(t) = 0.5$ 发生在 $t = 200$ s 的时候, 实际故障 $f(t) = 1$ 时, 由图 2 可以看出, 在 $[0, 200$ s) 的区间内故障估计误差为 0, 在 200 s 时候加入了扰动信号, 此时故障估计误差产生比较大的波动, 最后稳定在 0.026 37, 说明所设计的故障估计观测器能及时且比较准确的估计故障的误差值; 由图 3 可以看出, 故障的实际值和估计值的大小很相近, 估计值最后稳定在 0.973 6, 验证了故障估计观测器的有效性。当外界扰动 $d(t) = 0.2 * \sin(0.2 * t)$, 实际故障 $f(t) = 1$ 时, 由图 4 可以看出, 故障的估计误差近似处于区间 $[-0.03431, 0.03457]$ 内, 且上下波动, 误差值较小, 验证了故障估计观测器的对故障估计的准确性; 由图 5 可以看出, 故障的估计值围绕着实际值上下波动且波动范围非常小, 及实际值和估计值很相近。

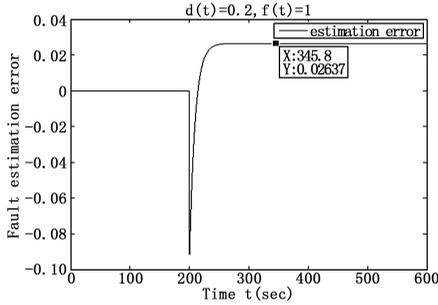


图 2 故障估计误差 ($p(t) = 0$)

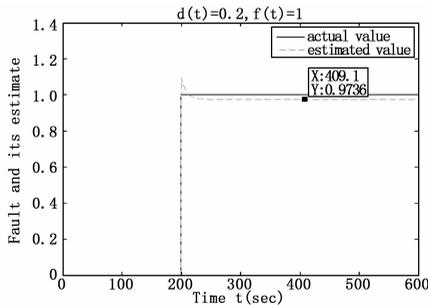


图 3 故障的实际值和估计值 ($p(t) = 0$)

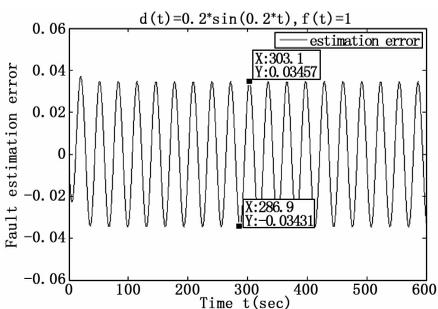


图 4 故障估计误差 ($p(t) = 0$)

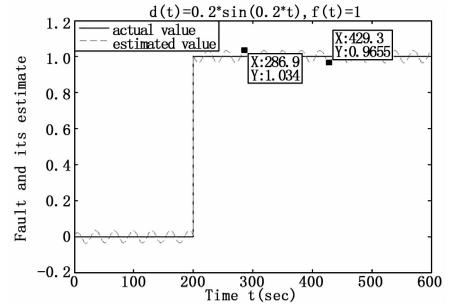


图 5 实际故障和估计故障 ($p(t) = 0$)

扰动 $d(t) = 1$ 时, 所得到的故障估计误差如图 6 所示, 故障实际值和估计值如图 7 所示; 当实际故障 $f(t) = 1$, 外界扰动 $d(t) = 0.5 * \sin(0.2 * t)$ 时, 所得到的的故障估计误差如图 8 所示, 故障实际值和估计值如图 9 所示, 同理分析, 可以知道所设计故障估计观测器可以比较好的估计故障信号的大小, 且估计误差很小。

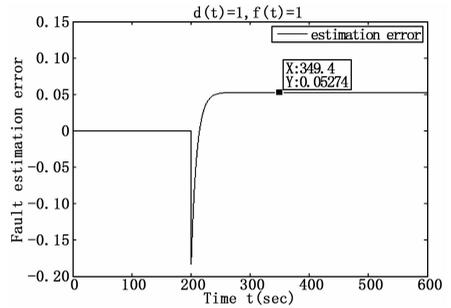


图 6 故障估计误差 ($p(t) = 0.5$)

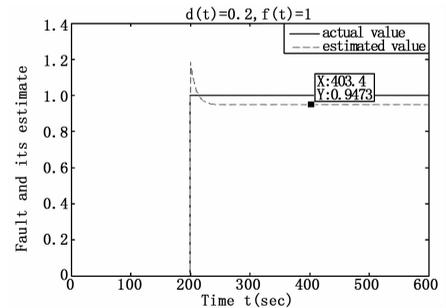


图 7 实际故障和估计故障 ($p(t) = 0.5$)

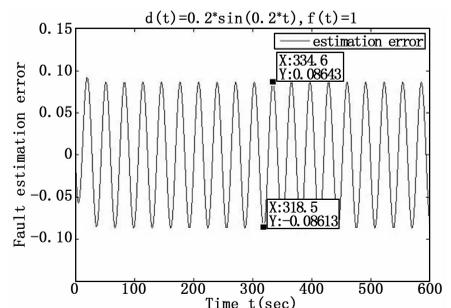


图 8 故障估计误差 ($p(t) = 0.5$)

同理可以得到, 在时变参数 $p(t)$ 的范围内, 故障估计观测器具有良好的鲁棒性能指标且故障估计误差较小, 验证了所提出的算法的有效性。

假设系统时变参数 $p(t) = 0.5$, 当实际故障 $f(t) = 1$, 外界

(下转第 161 页)