

# 优化组合相关函数方法的二进制偏移载波无模糊跟踪性能研究

周艳玲, 张子佳, 潘永才, 刘文超, 曾张帆

(湖北大学 计算机与信息工程学院, 武汉 430062)

**摘要:** 二进制偏移载波 (Binary-Offset-Carrier, BOC) 调制广泛应用于现代化的全球导航卫星系统 (global navigation satellite system, GNSS) 中, 但 BOC 信号的自相关函数 (autocorrelation function, ACF) 的多副峰性质易产生跟踪模糊。针对该问题, 提出了一种基于优化组合相关函数方法来实现 BOC 信号无模糊跟踪; 该方法以自相关函数主峰为无模糊跟踪目标函数, 采用最小二乘法获得多组不同时延 BOC 信号自相关函数组合的加权系数, 并将获得的无模糊相关函数与原自相关函数相乘构成非相干鉴相器实现无模糊跟踪; 分析了正弦相位和余弦相位 BOC 信号的跟踪性能, 仿真结果表明该方法消除了 BOC 信号的跟踪模糊, 同时保持了良好的跟踪性能。

**关键词:** 二进制偏移载波; 组合相关函数; 无模糊跟踪; 跟踪精度

## Unambiguous Tracking Performance Research for BOC Signals Based on Optimizing Combined Correlation Function Method

Zhou Yanling, Zhang Zijia, Pan Yongcai, Liu Wenchao, Zeng Zhangfan

(School of Computer and Information Engineering, Hubei University, Wuhan 430062, China)

**Abstract:** Binary-Offset-Carrier (BOC) modulation is widely applied in the modernized global navigation satellite system (GNSS). However, ambiguity may be generated in the code tracking loop due to the multiple side-peaks in the BOC autocorrelation function (ACF). Aiming at this problem, an unambiguous tracking method based on optimizing combined correlation function for BOC signals is proposed. This technique set the main-peak of the BOC ACF as the unambiguous target function, then use the least square method to obtain weighted coefficients of combined ACF for BOC signals with multiple different delays. And a new non-coherent discriminator function that the obtained unambiguous correlation function multiplied by the primary ACF of BOC signals is employed to achieve unambiguous tracking. The tracking performance for both sin-phased BOC and cosine-phased BOC signals is analyzed. Simulations show that the proposed method can solve the ambiguity problem for BOC signals completely and maintain good accuracy in the tracking loop.

**Keywords:** binary-offset-carrier (BOC); combined correlation function; unambiguous tracking; tracking accuracy

## 0 引言

近年来全球导航卫星系统 (global navigation satellite system, GNSS) 的应用正迅速发展。为了改善跟踪性能和抗多径性能, 在新的 GNSS 接收机中使用具有显著优点的二进制偏移载波 (binary-offset-carrier, BOC) 调制<sup>[1]</sup>。BOC 调制信号采用副载波调制, 通过伪码码率  $n \times 1.023$  Mchips/s 的伪随机码 (Pseudo Random Noise, PRN) 乘以副载波频率  $m \times 1.023$  MHz 的二进制值方波副载波。方波副载波可以是正弦或余弦相位, 分别称为 sin-BOC ( $m, n$ ) 和 cos-BOC ( $m, n$ )<sup>[2]</sup>。BOC 信号在自相关函数 (Autocorrelation Function, ACF) 中具有分裂频谱和较窄的相关函数主峰, 从而具有更高的码跟踪性能和更好的抗多径性能, 因此现代化 GPS 新型信号和 Galileo 信号广泛地采用了 BOC 调制。同时 BOC 调制提出的新的挑战就是跟踪模糊问题, 由于 BOC 信号的自相关函数中的多个副峰, 若采用传统的跟踪方法, 容易使得接收机在

跟踪过程中误锁于副峰上, 从而产生很大的跟踪误差。

针对该问题已经提出了很多种适用于 BOC 信号的接收技术。文献 [3-4] 中的 BPSK-like 技术将 BOC 信号频谱简化为类似于 BPSK 信号, 该方法较为成熟, 但它牺牲了 BOC 信号的高精度的优点。Fine 在文献 [5] 中引入了一种称为峰跳法的跟踪架构, 该方法在传统跟踪环路的基础上加入了一组远超前和远滞后相关器, 与即时相关器的输出比较, 用于判断码跟踪环路是否锁定在主峰。这种方法在低载波噪声比和高阶 BOC 条件下是相对不可靠的。文献 [6] 中提出了自相关函数侧峰消除技术, 该方法通过两个相关函数的平方消除副峰, 可以解决 BOC 信号的跟踪模糊问题, 但是仅能消除 BOC ( $n, n$ ) 信号的侧峰。文献 [7] 提出了针对 BOC 信号的优化组合相关函数法, 为解决典型 BOC 信号的跟踪模糊问题提供了详细的理论方法。本文在其研究基础上进行扩展, 详尽呈现优化组合相关函数法的原理, 并改进了非相干鉴相器的设计以提高跟踪性能, 着重分析了 sin-BOC 信号和 cos-BOC 信号的跟踪性能。

## 1 组合相关函数优化法原理

### 1.1 BOC 调制信号模型

依据文献 [2, 7] 中的定义, 对于 BOC ( $m, n$ ) 信号, 定

收稿日期: 2017-08-09; 修回日期: 2017-08-23。

基金项目: 国家自然科学基金 (61301144; 61601175)。

作者简介: 周艳玲 (1981-), 女, 副教授, 博士, 主要从事卫星导航接收技术和信号设计方向的研究。

义  $M=2$  m/n 是 BOC 调制信号的调制指数。不考虑数据位，依据文献 [7] 中的定义，可得到 BOC 信号的基带信号：

$$S_{BOC}(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=0}^{L-1} c_l P_{BOC}(t - (iL + l) \cdot T_c) \quad (1)$$

其中： $\{c_l\}$  是伪随机噪声 (Pseudorandom Noise, PRN) 码序列； $T_c$  表示扩频符号周期； $P_{BOC}(t)$  表示 BOC 信号的扩频符号波形，只在  $[0, T_c)$  区间内非零，其中  $P_{BOCs}(t)$  和  $P_{BOCc}(t)$  分别表示正弦相位和余弦相位的 BOC 扩频符号波形，其定义如下：

$$\begin{cases} P_{BOCs}(t) = \text{sign}[\sin(2\pi f_s t)] \\ P_{BOCc}(t) = \text{sign}[\cos(2\pi f_s t)] \end{cases} \quad 0 \leq t \leq T_c \quad (2)$$

其中： $f_s$  是子载波频率，sign 为符号函数。对于 BOC 信号，利用具有理想相关特性的 PRN 码序列，其自相关函数表述如下：

$$R_{BOC}(t) = \int_{t=0}^{LT_c} S_{BOC}(t) S_{BOC}(t + \tau) dt = \int_0^{T_c} P_{BOC}(t) P_{BOC}(t - \tau) dt \quad (3)$$

Sin-BOC (10, 5) 信号和 cos-BOC (10, 5) 信号的自相关函数如图 1 和图 2 所示，可以看出，两者的自相关函数中除了一个主峰外有着多个副峰，因此，这些副峰会导导致跟踪环路中产生误锁并造成很大的码跟踪偏差。并且 cos-BOC 信号的自相关函数折线更多，相对较复杂。

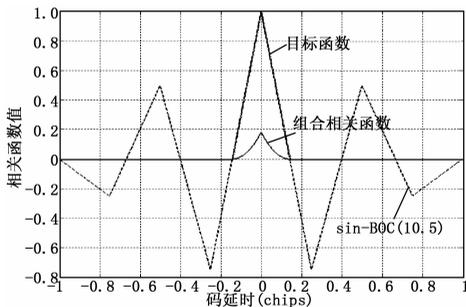


图 1 sin-BOC (10, 5) 的自相关函数，目标函数，组合相关函数

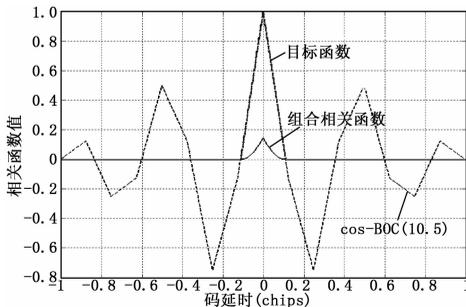


图 2 cos-BOC (10, 5) 的自相关函数，目标函数，组合相关函数

### 1.2 线性组合互相关函数结构

本文采用多个具有不同时延的相关器，将接收信号的不同时延信号进行线性组合，得到一个线性组合码：

$$l(t) = \sum_{j=1}^J \alpha_j S_{BOC}(t - d_j) \quad (4)$$

式中： $\alpha_j$  是线性加权系数， $d_j$  表示第  $J$  个相关器的延时， $j=1, 2, \dots, J$ 。跟踪环路将接收到的原始信号与线性组合码进行互相关，可得无模糊的组合相关函数：

$$\begin{aligned} R_{combine}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{BOC}(t) l(t - \tau) dt = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{BOC}(t) \sum_{j=1}^J \alpha_j S_{BOC}(t - \tau - d_j) dt = \\ &= \sum_{j=1}^J \alpha_j \int_{-\infty}^{\infty} S_{BOC}(t) S_{BOC}(t - \tau - d_j) dt = \\ &= \sum_{j=1}^J \alpha_j R^j(\tau) \end{aligned} \quad (5)$$

式中： $R(\tau)$  代表 BOC 调制信号的自相关函数，加权系数  $\alpha_j$  需要通过优化算法计算得出。

由公式 (5) 可看出，线性组合码与原始的接收信号之间的互相关等效于多个自相关函数的线性组合<sup>[8]</sup>。因此，本文提出的方法相当于构造一个特殊的本地参考波形代替多个不同时延的相关器输出。

### 1.3 目标函数曲线的设定

本文提出的优化组合相关函数方法的目的是通过计算加权系数  $\alpha_j$  和  $d_j$ ， $j=1, 2, \dots, J$ ，使合成后的相关函数曲线接近于设定的目标曲线，从而得到无模糊的信号波形。理想的目标函数曲线应满足：

- 1) 目标函数是无模糊的，即只有一个主峰，无其他副峰；
- 2) 目标函数的主峰与 BOC 信号的主峰一致。

因此，基于上述条件，设定的目标函数分别与 sin-BOC 和 cos-BOC 调制信号的自相关函数的的主峰重合，并且除了主峰左右两边第一个过零点外的相关值均为 0。通常，对应 sin-BOC 信号和 cos-BOC 信号的目标。

函数  $R_{ideal}(\tau)$  分别表示如下：

$$\begin{cases} R_{ideal}(\tau) = \begin{cases} R_{BOCs}(\tau), & -\frac{T_c}{2k-1} \leq \tau \leq \frac{T_c}{2k-1} \\ 0, & -T_c \leq \tau \leq -\frac{T_c}{2k-1} \text{ or } \frac{T_c}{2k-1} \leq \tau \leq T_c \end{cases} \\ R_{ideal}(\tau) = \begin{cases} R_{BOCc}(\tau), & -\frac{T_c}{2k+1} \leq \tau \leq \frac{T_c}{2k+1} \\ 0, & -T_c \leq \tau \leq -\frac{T_c}{2k+1} \text{ or } \frac{T_c}{2k+1} \leq \tau \leq T_c \end{cases} \end{cases} \quad (6)$$

sin-BOC (10, 5) 和 cos-BOC (10, 5) 的目标函数曲线分别如图 1 和图 2 所示。

一般先设计取样间隔  $d_j$ ，接下来的关键是获得优化组合函数的加权系数。式 (7) 表明了组合相关函数曲线无限接近设定的目标函数曲线的曲线拟合过程，其中线性加权系数  $\alpha_j$  可据此式计算得出：

$$\min_{\alpha_j} \left( \sum_i R_{combine}(i) - R_{ideal}(i) \right)^2 \quad (7)$$

$$\alpha_j = \min_{(\alpha_j)} \sum_{j=1}^J (R_{combine} \alpha_j - R_{ideal})^2 \quad (8)$$

针对式 (8) 的拟合过程，可通过傅里叶算法和传统的最

优化算法求得。本文采用了多组不同延时的 BOC 信号自相关函数的信号瞬时值的线性组合矩阵  $R_{\text{combine}}$  来构建线性方程, 再通过最小二乘法求解该线性方程, 定义如下:

$$R_{\text{combine}}\alpha = R_{\text{ideal}} \quad (9)$$

$$R_{\text{combine}} = \begin{bmatrix} R^1(1) & R^2(1) & \cdots & R^J(1) \\ R^1(2) & R^2(2) & \cdots & R^J(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R^1(I) & R^2(I) & \cdots & R^J(I) \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中,  $R_{\text{combine}}$  作为相关函数的采样点矩阵, 定义为式 (10)。  $R_{\text{ideal}} = \{[R_{\text{ideal}}(i)]\}_{I \times 1}$  是目标函数曲线的采样点矩阵, 并且  $\alpha = \{[\alpha_j]\}_{J \times 1}$  是加权系数向量。因此, 方程式 (9) 的最小二乘解为:

$$\alpha = R_{\text{combine}}^+ R_{\text{ideal}} \quad (11)$$

式中,  $R_{\text{combine}}^+$  是矩阵  $R_{\text{combine}}$  的 Moore-Penrose 广义逆矩阵。将求解得出的加权系数  $\alpha_j$  代入式 (4), 即可得出本地参考波形。

对于  $\sin$ -BOC (10, 5) 信号和  $\cos$ -BOC (10, 5) 信号, 本文设置延时控制点  $d_j = j, j=1, 2, \dots, J, J=501$ ; 曲线采样点数  $I=1000$ 。计算后得出的加权系数  $\alpha_j$  分别如图 3 和图 4 所示。

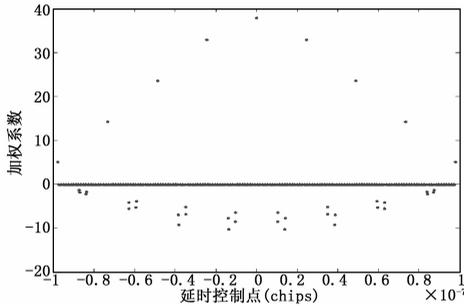


图 3  $\sin$ -BOC (10, 5) 的权重系数

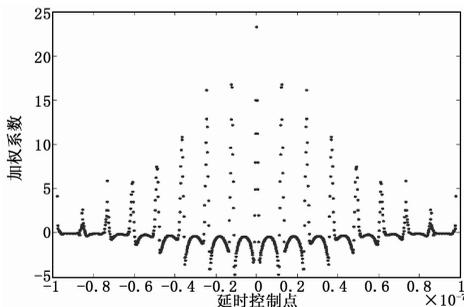


图 4  $\cos$ -BOC (10, 5) 的权重系数

虽然式 (11) 的求解过程是复杂的, 但是对于 BOC 调制信号, 权值是常数。因此,  $\alpha_j$  可以通过计算机计算后存储在接收机中。

## 2 跟踪性能分析

基于组合相关函数优化方法设计的跟踪环路如图 5 所示。相对于传统的延迟锁定环路, 该跟踪环路增加了两处不同的部分。首先, 接收机的超前 (E) 和滞后 (L) 支路不仅需要与本地接收信号进行相关运算, 还需增加本地参考信号与超前和滞后支路进行相关运算的部分。考虑到同相和正交支路, 需要

增加 4 个相关器。其次, 借助于本地参考信号, 跟踪环路中需采用特殊设计的非相干鉴别器<sup>[9]</sup>。

如图 5 所示, 接收信号与本地 BOC 信号的同相和正交支路的超前和滞后支路进行相关运算后得到 4 个分量, 即分别为  $IE_B, IL_B, QE_B, QL_B$ 。同时, 接收信号与本地参考信号的同相和正交支路的超前和滞后支路进行相关运算后得到 4 个分量, 分别表示为  $IE_C, IL_C, QE_C, QL_C$ 。

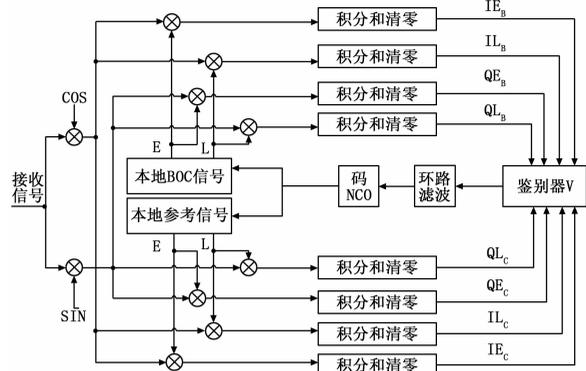


图 5 基于组合相关函数优化方法的码跟踪环路图

经过积分和清零后各支路输出如下:

$$\begin{cases} IE_B + jQE_B = \sqrt{2CR_B}(\Delta\tau - d/2) \text{sinc}(\pi\Delta f T_p) e^{j\Delta\theta} + n_B^{IE} + jn_B^{QE} \\ IL_B + jQL_B = \sqrt{2CR_B}(\Delta\tau + d/2) \text{sinc}(\pi\Delta f T_p) e^{j\Delta\theta} + n_B^{IL} + jn_B^{QL} \\ IE_C + jQE_C = \sqrt{2CR_C}(\Delta\tau - d/2) \text{sinc}(\pi\Delta f T_p) e^{j\Delta\theta} + n_C^{IE} + jn_C^{QE} \\ IL_C + jQL_C = \sqrt{2CR_C}(\Delta\tau + d/2) \text{sinc}(\pi\Delta f T_p) e^{j\Delta\theta} + n_C^{IL} + jn_C^{QL} \end{cases} \quad (12)$$

在延时估计  $\Delta\tau = 0$  时, 四条支路  $IE_B, IL_B, IE_C, IL_C$  的联合分布为:

$$(IE_B, IL_B, IE_C, IL_C)^T \sim N(\mu, \sigma) \quad (13)$$

跟踪环路中, Q 支路的输出与 I 支路的输出是独立的, 即  $QE_B, QL_B, QE_C, QL_C$  四条支路在  $\Delta\tau = 0$  时的联合分布为:

$$(QE_B, QL_B, QE_C, QL_C)^T \sim N(0, \sigma) \quad (14)$$

则有:

$$\mu = \sqrt{2C} \text{sinc}(\pi\Delta f T_p) \cos(\Delta\theta) [R_B(-d/2), R_B(d/2), R_C(-d/2), R_C(d/2)]^T \quad (15)$$

$$\sigma = \frac{N_0}{T_p} \begin{bmatrix} R_B(0) & R_B(d) & R_C(0) & R_C(d) \\ R_B(d) & R_B(0) & R_C(-d) & R_C(0) \\ R_C(0) & R_C(-d) & R_L(0) & R_L(d) \\ R_C(d) & R_C(0) & R_L(d) & R_L(0) \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中,  $R_B$  是 BOC 调制信号的自相关函数,  $R_C$  是无模糊的组合相关函数,  $R_L$  是本地参考信号的自相关函数。相对于传统的非相干超前减滞后鉴相方法, 为实现无模糊跟踪和较好地跟踪精度, 本文采用了接收信号和经优化设计后的本地参考信号相关获得的无模糊相关函数与接收信号和本地原信号自相关函数相乘的新型非相干鉴别器设计。新型的非相干鉴相器函数设计如下:

$$D(\tau) = (IE_B IE_C + QE_B QE_C) - (IL_B IL_C + QL_B QL_C) =$$

$$2C(R_m(\Delta\tau - \frac{d}{2}) - R_m(\Delta\tau + \frac{d}{2})) \quad (17)$$

式中,

$$R_m = R_B(\epsilon) \cdot R_C(\epsilon) \quad (18)$$

鉴别器采用该设计原因有两点: 首先, 从前文可以看出获得的无模糊相关函数增益相对较小, 直接利用传统的非相干超前减滞后鉴相器对应的鉴相器增益更小; 而组合相关函数与 BOC 信号自相关函数相乘后的非相干鉴相方法, 可以在消除模糊的前提下获得较高的鉴相器增益。其次, 区别于传统非相干超前减滞后鉴相器中的超前和滞后支路平方运算以消除残余载波相位的方法, 本文采用的两个函数相乘方法也可以消除残余载波相位差。

从式 (13) 和式 (14) 中, 可通过蒙特卡洛仿真分别得到 I 支路和 Q 支路的各四条支路的输出样本, 根据样本可求得鉴别器输出的标准差  $\sigma_\epsilon$ 。根据式 (17) 对鉴别曲线过零点附近求导, 可求得鉴别器增益 G。闭环码跟踪抖动的标准差  $\sigma_\tau$  [10] 可以通过如下表达式得到:

$$\sigma_\tau = \frac{\sqrt{2B_L T_P (1 - 0.5B_L T_P)}}{G} \sigma_\epsilon \quad (19)$$

式中,  $B_L$  是单边带环路带宽,  $T_P$  表示相干积分时间。当仿真参数设置为  $B_L = 1$  Hz,  $T_P = 1$  ms, 无限带宽情况下的  $\sin$ -BOC (10, 5) 信号和  $\cos$ -BOC (10, 5) 信号的码跟踪抖动标准差曲线分别如图 6 和图 7 所示。

为了便于比较, 图 6 和图 7 中显示了 3 种跟踪方法跟踪  $\sin$ -BOC (10, 5) 和  $\cos$ -BOC (10, 5) 的码跟踪抖动标准差曲线。从结果中可看出, 对于  $\sin$ -BOC (10, 5) 信号, 组合相关函数优化方法的抗噪声性能明显优于 BPSK-Like 方法。尽管在存在噪声的情况下, 本文所提出的方法比传统 DLL 法的跟踪精度差, 但在实际情况下的传统的 DLL 法存在模糊问题, 容易造成较大跟踪误差。图 7 是对  $\cos$ -BOC (10, 5) 信号跟踪的结果, 跟踪性能的优劣表现出与图 6 类似的趋势, 然而优化组合相关函数方法跟踪  $\cos$ -BOC 的跟踪性能略优于跟踪  $\sin$ -BOC 时的跟踪性能。这是由于  $\cos$ -BOC 信号自相关函数的主峰较  $\sin$ -BOC 信号的主峰更加尖锐, 即设定目标函数后得到的无模糊组合相关函数的增益相对较大, 从而保持相对较高的跟踪精度。

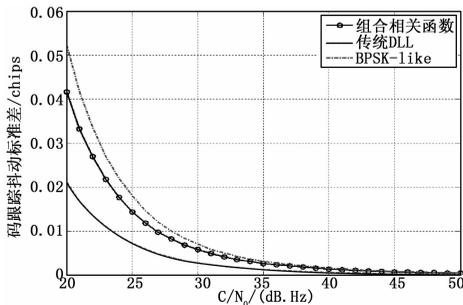


图 6  $\sin$ -BOC (10, 5) 的码跟踪抖动标准差随信噪比变化曲线 ( $\Delta = 0.05$  chips)

### 3 结论

本文针对  $\sin$ -BOC 和  $\cos$ -BOC 信号的跟踪模糊问题, 阐述了一种组合相关函数优化方法, 该方法通过采用多个不同

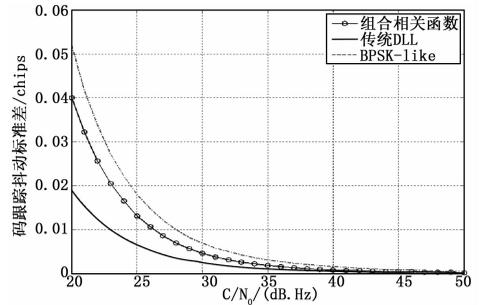


图 7  $\cos$ -BOC (10, 5) 的码跟踪抖动标准差随信噪比变化曲线 ( $\Delta = 0.05$  chips)

延时的相关函数线性加权组合, 即等价于在接收端构造出一个特殊的本地参考波形。仿真结果表明该方法可以完全解决  $\sin$ -BOC 和  $\cos$ -BOC 信号跟踪过程中存在的模糊问题。同时, 码跟踪环路中采用新型非相干鉴相器得到的码跟踪精度整体上优于 BPSK-Like 方法, 具有良好的抗噪声性能。

#### 参考文献:

- [1] Betz J W. The offset carrier modulation for GPS modernization [A]. Institute of Navigation, National Technical Meeting Vision 2010: Present and Future [C]. San Diego, CA. 1999: 639-648.
- [2] Weiler R, Blunt P, Hodgart S, et al. The effect of cosine phased BOC modulation on the GNSS receiver search process [J]. Navig., 2008, (61): 591-611.
- [3] Fishman P M, Betz J W. Predicting performance of direct acquisition for the M-code signal [J]. 2000: Navigating into the New Millennium, 2000: 574-582.
- [4] Martin N, Leblond V, Guillotel G, et al. BOC (x, y) signal acquisition techniques and performances [A]. Proceedings of the 16th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GPS/GNSS 2003) [C]. 2001: 188-198.
- [5] Fine P, Wilson W. Tracking algorithm for GPS offset carrier signals [A]. Institute of Navigation, National Technical Meeting Vision 2010: Present and Future [C]. San Diego, CA. 1999: 671-676.
- [6] Julien O, Macabiau C, Cannon M E, et al. ASPeCT: Unambiguous sine-BOC (n, n) acquisition/tracking technique for navigation applications [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43 (1): 150-162.
- [7] 周志辉. 基于组合相关函数优化的 BOC 信号无模糊跟踪方法 [A]. 中国卫星导航系统管理办公室学术交流中心. 第六届中国卫星导航学术年会论文集—S02 卫星导航信号体制及兼容与互操作 [C]. 中国卫星导航系统管理办公室学术交流中心, 2015.
- [8] 任嘉伟, 贾维敏, 陈辉华, 等. AltBOC 非相干鉴相曲线赋形无模糊跟踪方法 [J]. 宇航学报, 2013 (11): 1483-1489.
- [9] Yan T, Wei J, Tang Z, et al. Unambiguous acquisition/tracking technique for high-order sine-phased binary offset carrier modulated signal [J]. Wireless Personal Communications, 2015, 84 (4): 2835-2857.
- [10] Kao T L, Juang J C. Weighted discriminators for GNSS BOC signal tracking [J]. GPS solutions, 2012, 16 (3): 339-351.