

基于改进二分法的导线系统导线 布放运动研究

张洁^{1,2}, 刘卫东^{1,2}, 汤伟江^{1,3}, 高立斌^{1,2}

(1. 西北工业大学航海学院, 西安 710072; 2. 西北工业大学水下信息与控制重点实验室, 西安 710072;
3. 中国船舶重工集团公司第705研究所, 西安 710077)

摘要: 分析了导线系统放线装置中导线布放运动的动能、势能、流体力, 基于改进的变质量系统的 Hamilton 原理建立了放线装置中导线布放运动动力学模型; 对一维非线性方程的传统解法二分法进行改进, 使其可用于高维非线性方程组; 将改进的二分法运用于导线布放动力学方程, 解决了 Newton 迭代法出现的雅可比矩阵计算量大且奇异的问题, 并且相对局部收敛的 Newton 迭代法, 改进的二分法具有全局收敛性; 采用 MATLAB 仿真软件对放线装置中导线布放运动进行数值仿真; 仿真结果表明导线沿着绕线芯轴方向的布放速度大小对导线的布放运动影响较大, 并且该速度越大, 导线完成一圈布放运动时放线装置中导线长度和质量变化越小。

关键词: 导线系统; 导线布放; 二分法; Newton-Raphson 迭代

Research on Motion of Wire Laying in Wire Guide System Based on Improved Dichotomy

Zhang Jie^{1,2}, Liu Weidong^{1,2}, Tang Weijiang^{1,3}, Gao Lie^{1,2}

(1. School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China; 2. Key Lab. of Science and Technology on Underwater Information and Control, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China; 3. No. 705 Research Institute, China Shipbuilding Industry Corporation, Xi'an 710077, China)

Abstract: First the kinetic energy, potential energy and fluid force of the motion of wire in the wire guide system are discussed; And the dynamic model is established based on the improved Hamilton principle of the variable mass system. Then a kind of dichotomy being improved from the traditional dichotomy used in the one-dimensional nonlinear is designed for the dynamic model of wire. This improve of dichotomy will not only solve the problem of large and singularity of Jacobi matrix in the Newton iterative method but also own the global convergence. At last the simulation results from MATLAB show that the greater the speed along the winding core, the less the change of the wire's length and quality when a circle of wires are finished.

Keywords: wire guide system; wire laying; dichotomy; Newton iterative

0 引言

导线布放运动状态的研究是放线系统的主要内容, 其可以分为两个阶段: 导线在放线装置中的布放运动和导线在海水中的布出运动。本文所研究的为导线在放线装置中的布放运动。该内容国内目前尚无人研究。

导线在放线装置中的布放形式分为外放线和内放线形式。相对于外放线而言, 内放线对所用导线的强度要求不高。内放线使用的线团是通过将导线一圈一圈地缠绕在绕线芯轴上, 然后抽出绕线芯轴制作而成^[1]。放线时, 海水从放线装置的注水口进入线团中空的内腔, 不仅可以支撑线团而且可以使导线在海水的的作用下从线团的内层逐层放出, 最终导线布放的终止点和导线缠绕的起始点相同^[1-2]。研究放线装置中导线的受力状

况, 建立放线装置中导线布放动力模型, 这对于考虑导线布放过程中的影响因素至关重要。

1 导线布放动力学模型

将长度为 l 的放线导线等间隔划分为 n 段, 设导线从线团脱离的点为第 n 个导线微元, 记为 P_n ; 导线布出放线装置进入放线通道的点为第 0 个导线微元, 记为 P_0 ; 导线微元 i 和导线微元 $i+1$ 之间的长度为 $dl = \frac{l}{n}$, 且 $i = 0 \sim n-1$ 。以 P_0 为原点, 绕线芯轴所在直线为 z 轴, 建立如图 1 所示柱坐标系。在放线装置出口, 即 P_0 处对导线施加一个沿 z 轴负方向的初始拉力 T_0 , 在布放过程中该拉力将由 P_0 和 P_n 之间所有导线微元共同承担。不考虑布放过程中导线与线团内壁的碰撞, 假设导线沿 z 轴负方向的布放速度恒定为 V , 在 P_0 和 P_n 之间任意选取一个导线微元 P , 则导线微元 P 将沿着一定的运动轨迹布出放线装置。

1.1 导线动能分析

布放过程中导线沿着逆时针方向匀速从线团上脱离, 相对于绕线芯轴有一个逆时针方向的转速 $\vec{\omega}$, 它的大小与绕线芯轴的半径(即线团内壁到 z 轴的距离) R 成反比, 与导线的布放速

收稿日期: 2017-07-04; 修回日期: 2017-08-09。

基金项目: 国家重点研发计划项目(2016YFC0301700)。

作者简介: 张洁(1990-), 女, 河南三门峡人, 硕士研究生, 主要从事水下有线通信技术方向的研究。

刘卫东(1962-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事水下飞行器控制与仿真的方向的研究。

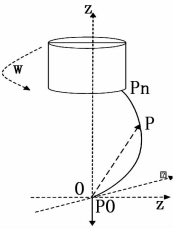


图 1 导线布放柱坐标

度 V 成正比^[3], 记为 $\omega = \frac{V}{R}$ 。则导线微元实际布放速度由沿 z 轴负方向的恒定速度 V 和相对于绕线芯轴的逆时针转速 $\vec{\omega}$ 共同组成, 记为 \vec{v} , 将其沿运动轨迹的切向方向和法向方向进行分解, 可以得到导线:

$$\text{切向速度为: } \vec{v}_1 = (\vec{v} \cdot \vec{b}_s) \vec{b}_s$$

$$\text{法向速度为: } \vec{v}_2 = \vec{v} - \vec{v}_1 = \vec{b}_s \times ((\vec{b}_t - V\vec{b}_s + \vec{\omega} \times \vec{b}) \times \vec{b}_s)$$

其中: $(\cdot)_s$ 为对空间的求导, 即 $\frac{d(\cdot)}{ds}$; $(\cdot)_t$ 为对时间的求导,

即 $\frac{d(\cdot)}{dt}$; \vec{b} 为导线微元相对于放线装置出口的位置。

则任意时刻导线微元 P 的动能为 $dK = \frac{1}{2} \rho A (\vec{v} \cdot \vec{v}) dl$, 在 P_0 和 P_n 之间对导线微元进行积分, 可以得到任意时刻放线装置中导线的动能为:

$$K = \frac{1}{2} \int_{P_0}^{P_n} \rho A (\vec{v} \cdot \vec{v}) dl \quad (1)$$

其中: P_n 为放线装置中导线脱离线团的位置; P_0 为放线装置出口位置; ρ 为导线的密度, 即单位长度导线质量; A 为导线的横截面积。

1.2 导线势能分析

放线装置出口对导线施加的初始拉力 T_0 在布放过程中由 P_0 和 P_n 之间的导线共同承担。不同位置处导线微元所承担的拉力不同, 其大小由该处导线微元离 z 的距离, 即导线微元在该处的弯曲半径决定。假设导线微元 P 到 z 轴的距离为 r_p , 则 P 处导线微元所承受放线装置出口位置拉力大小为:

$$T = T_0 - \frac{1}{2} m \omega^2 r_p^2$$

其中: T_0 为放线装置出口施加的初始拉力; m 为导线微元 P 和放线装置出口之间导线的质量; ω 为导线相对于绕线芯轴转速大小。

则任意时刻导线微元 P 处在放线装置出口拉力作用下所产生的势能为: $dE = \frac{1}{2} T (\vec{d}_s \cdot \vec{d}_s) dl$, 在 P_0 和 P_n 之间对导线微元进行积分, 可以得到任意时刻放线装置出口施加拉力 T_0 产生的势能为:

$$E = \frac{1}{2} \int_{P_0}^{P_n} T (\vec{b}_s \cdot \vec{b}_s) dl \quad (2)$$

其中: T 为放线装置中不同位置处导线微元所受放线装置出口的拉力。

1.3 流体力分析

放线装置中导线在海水环境下进行布放, 因此流体力扮演

着重要角色。导线所受流体力不仅与自身的材料特性, 周围海水的密度有关, 同时也与导线的布放速度密切相关。放线装置中导线受到的流体力^[3-4]为:

$$F = -\frac{1}{2} C_D \rho_f D |\vec{v}_2| \vec{v}_2 = -D_n |\vec{v}_2| \vec{v}_2 \quad (3)$$

其中: C_D 为导线的阻力系数, 它由导线自身的性质所决定; ρ_f 为海水的密度, 取海水密度为 1024 kg/m^3 ; D 为导线的直径, 取 0.44 mm ; D_n 为流体系数, 取 1.2 kg/m^2 ; \vec{v}_2 为导线法向布放速度; $D_n = -\frac{1}{2} C_D \rho_f D$ 。

1.4 动力学模型

导线在放线装置中不断脱离线团, 通过放线通道布入海水, 所以放线装置中导线的质量不断发生变化, 即该放线系统为变质量系统。为了建立导线在放线装置中的动力学模型, 引入 McIver 提出的改进的变质量系统 Hamilton 原理^[5]:

$$\int_{t_0}^{t_1} (\delta K - \delta E + \delta W_1 + \delta W_2) dt = 0 \quad (4)$$

其中: δK 为系统动能的变分形式; δE 为系统势能的变分形式; δW_1 为放线装置中导线在流体力作用下的虚功; δW_2 为放线装置中动量的变化, δW_1 和 δW_2 的计算公式分别为:

$$\begin{aligned} \delta W_1 &= \int_{P_0}^{P_n} \vec{F} \cdot \delta \vec{r} dl \\ \delta W_2 &= \int_{P_0}^{P_n} \left[\int_A \rho (\vec{v} \cdot \delta \vec{r}) (-V) dA \right] dl = \\ &= -\rho V \left[\int_A (\vec{v} \cdot \delta \vec{r}) dA \right] \Big|_{P_0}^{P_n} = \\ &= -\rho V A (\vec{v} \cdot \delta \vec{r}) \Big|_{P_0}^{P_n} = -\rho V A ((d\vec{b} + \vec{\omega} \times \vec{b}) \cdot \delta \vec{r}) \Big|_{P_0}^{P_n} \end{aligned} \quad (5)$$

其中: \vec{b} 为放线装置中任意位置导线微元的实位移; $\delta \vec{r}$ 为放线装置中任意位置导线微元的虚位移; $d\vec{b}$ 为导线微元的实位移按照柱坐标求导法则进行求导。

将式 (1) ~ (3)、(5) 代入式 (4), 可以得到放线装置中导线的连续型动力学模型:

$$\begin{aligned} \rho A (b_u - 2Vb_{us} + V^2 b_{ss} + 2\vec{\omega} \times (\vec{b}_t - V\vec{b}_s) + \\ \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{b})) - (Tb_s)_s - \vec{F} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

其中: $(\cdot)_t, (\cdot)_s, (\cdot)_u, (\cdot)_{ss}, (\cdot)_{ss}$ 分别为在时间域、空间域上的一阶导和二阶导; V 为放线装置中导线沿着负 z 轴的恒定布放速度; ρ 为导线的线密度, 即单位长度导线质量; A 为导线横截面积; $\vec{\omega}$ 为导线相对于绕线芯轴的转速; T 为不同位置处导线所受放线装置出口的拉力; \vec{F} 为导线所受流体力。

1.5 离散型模型

对导线布放连续型动力学方程 (6) 中的 $\vec{b}_u, \vec{b}_s, \vec{b}_{ss}, \vec{b}_t, \vec{b}_s$, 按照柱坐标求导原则进行求导后, 采用有限差分法^[5]对连续型动力学模型在空间上进行离散化, 可以得到放线装置中导线空间离散动力学模型:

$$\mathbf{A} \vec{b}^{t+\Delta t} + \mathbf{B} \vec{b}^{t+\Delta t} + \mathbf{C} \vec{b}^{t+\Delta t} + D = 0 \quad (7)$$

其中: $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ 分别表示系统的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $\vec{b}^{t+\Delta t}, \vec{b}^{t+\Delta t}, \vec{b}^{t+\Delta t}$ 分别表示 $t + \Delta t$ 时刻导线的位移、

速度和加速度。工程上通常采用 Newmark 隐式积分法^[6]将 t 时刻和 $t + \Delta t$ 时刻的值联系起来:

$$\begin{aligned} \vec{b}^{t+\Delta t} &= \frac{\beta}{\alpha \Delta t} (\vec{b}^{t+\Delta t} - \vec{b}^t) - \frac{\beta - \alpha}{\alpha} \dot{\vec{b}}^t - \frac{\Delta t (\beta - 2\alpha)}{2\alpha} \ddot{\vec{b}}^t \\ \vec{b}^{t+\Delta t} &= \frac{1}{\alpha \Delta t^2} (\vec{b}^{t+\Delta t} - \vec{b}^t) - \frac{\beta}{\alpha \Delta t} \dot{\vec{b}}^t - \frac{1 - 2\alpha}{2\alpha} \ddot{\vec{b}}^t \end{aligned} \quad (8)$$

其中: $\alpha = 0.25, \beta = 0.5$ 。

将式(8)代入式(9)可以得到放线装置中导线离散型动力学模型为:

$$\begin{aligned} &A \left(\frac{1}{\alpha \Delta t^2} (\vec{b}^{t+\Delta t} - \vec{b}^t) - \frac{\beta}{\alpha \Delta t} \dot{\vec{b}}^t - \frac{1 - 2\alpha}{2\alpha} \ddot{\vec{b}}^t \right) + \\ &B \left(\frac{\beta}{\alpha \Delta t} (\vec{b}^{t+\Delta t} - \vec{b}^t) - \frac{\beta - \alpha}{\alpha} \dot{\vec{b}}^t - \frac{\Delta t (\beta - 2\alpha)}{2\alpha} \ddot{\vec{b}}^t \right) + \\ &C \vec{b}^{t+\Delta t} + D = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

则根据放线装置中导线动力学方程(9)可以由前一时刻导线的状态求得后一时刻导线的状态。

动力学方程(9)是一个关于 $\vec{b}^{t+\Delta t}$ 的高维非线性方程组,为了叙述方便我们将其简记为 $F(x) = 0$, 这里 x 代表 $\vec{b}^{t+\Delta t}$ 。工程中求解该类方程组时大多采用 Newton-Raphson 迭代法。韩国釜山国立大学的 Lee 等就通过该方法对导线布放运动状态进行了数值仿真^[3]。但是因为 Newton-Raphson 迭代法是一种切线逼近法,在逼近过程中需要求解非线性方程组的雅克比矩阵及其逆阵,对于高维非线性方程组来说,求其雅克比矩阵的工作量十分庞大,并且很难保证雅克比矩阵的非奇异。另一方面由于 Newton-Raphson 迭代法是一种局部收敛优化算法,即只有初值在收敛域内,才可能通过切线的形式逼近精确值。基于以上两点 Newton-Raphson 迭代法的使用受到很大的限制。本文通过对求解一元非线性方程的传统二分法进行改进,使其可在高维非线性方程组中可用。改进后的二分法通过中点优化的形式逐渐逼近精确值,该方法避免求解雅克比矩阵,减小了工作量,同时也解决了 Newton-Raphson 迭代中雅克比矩阵奇异的问题;另一方面改进的二分法是在区间内通过中点优化逼近精确值,只需要区间包含精确值即可,对区间的大小不作要求,而确定包含精确值的区间比较简单,给定任意一个初值,以初值为中心,沿初值的不同方向寻找函数符号相异的值即可。所以改进二分法是一种全局收敛法。基于此本文采用改进的二分法对放线装置中导线动力学方程进行数值求解。

3 改进的二分法

将一维非线性方程的传统解法——二分法进行改进,使其在高维非线性方程组中可用。在使用改进的二分法求解非线性方程组时只需要知道包含方程组符号相反的根的范围即可,在该区间内通过中点优化法来逐渐逼近方程组的根。

首先对求解一维非线性方程的二分法进行一个简单的陈述。二分法也称对称法,是求解一维非线性方程根的一种最基本的数值解法,它的思想十分简单,即如果方程在某一个区间内的符号发生变化,则该区间一定包含方程的根。基于此思想可以观察非线性方程在区间两端的符号,如果两端符号相反,就用区间中点代替与中点具有相同符号的端点值^[7]。每经过如上所述的一次优化,包含方程根的范围长度就减小一半,优化 n 次后包含方程根的范围大小将会是原有区间的 $(1/2)^n$, 所以只要 n 足够大,即优化的次数足够多,就可以将长度为

$(1/2)^n$ 的区间中点作为方程的近似根。

以上所述的二分法仅针对一维非线性方程根的求解,并不适用于高维非线性方程组。这里通过将传统二分法以嵌套的形式进行扩展,使其可以用于高维非线性方程组。为了便于理解,以一个三维非线性方程组为例对改进的二分法进行说明。设一个三维非线性方程组:

$$\begin{cases} f_1(x, y, z) = 0 \\ f_2(x, y, z) = 0 \\ f_3(x, y, z) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

其方程组根中 3 个元素所在的区间(该区间也可以通过简单的寻优来获得)分别为 $x \in (a, b), y \in (c, d), z \in (e, f)$, 在区间 (a, b) 中, $f_1(a, y, z) * f_1(b, y, z) < 0$; 在区间 (c, d) 中, $f_2(x, c, z) * f_2(x, d, z) < 0$; 在区间 (e, f) 中, $f_3(x, y, e) * f_3(x, y, f) < 0$; 并且取 (x_0, y_0, z_0) 作为方程组的初值,其中 $x_0 \in (a, b), y_0 \in (c, d), z_0 \in (e, f)$ 。对于该非线性三维方程组可以通过三层嵌套来求解,其求解可以总结步骤如下:

- 1) 第一层嵌套,取 x 为自变量, y_0, z_0 为已知参数,对 $f_1(x, y_0, z_0) = 0$ 运用传统二分法,得到 x 相对 $f_1(x, y_0, z_0) = 0$ 的一个近似解 x^* ;
- 2) 第二层嵌套,取 y 为自变量, x^*, z_0 为已知参数,对 $f_2(x^*, y, z_0) = 0$ 运用传统二分法,得到 y 相对于 $f_2(x^*, y, z_0) = 0$ 的一个近似解 y^* ;
- 3) 第三层嵌套,取 z 为自变量, x^*, y^* 为已知参数,对 $f_3(x^*, y^*, z) = 0$ 运用传统二分法,得到 z 相对于 $f_3(x^*, y^*, z) = 0$ 的一个近似解 z^* ;
- 4) 令 $x_0 = x^*, y_0 = y^*, z_0 = z^*$, 重复步骤 1), 2), 3), 直到非线性方程组 $F(x) = 0$ 满足给定的精度。

类似地可以将二分法扩展到更高维非线性方程组 $F(x_1, x_2, x_3 \dots x_n) = 0$ 。扩展到高维非线性方程组时,给定方程组的初值为 $(x_1^0, x_2^0, x_3^0 \dots x_n^0)$, 第一层嵌套得到 x_1 的近似解为 x_1^* ; 第二层嵌套得到 x_2 的近似解为 x_2^* ... 第 k 层嵌套得到 x_k 的近似解为 x_k^* ; 第 $k+1$ 层嵌套将 $x_1^*, x_2^* \dots x_k^*, x_{k+2}^* \dots x_n^0$ 作为第 $k+1$ 层嵌套的已知参数, x_{k+1} 作为自变量,再运用传统二分法得出第 $k+1$ 层嵌套 x_{k+1} 近似解 x_{k+1}^* ; 以此类推直到得出第 n 层嵌套 x_n 的近似解 x_n^* 。令 $x_1^0 = x_1^*, x_2^0 = x_2^* \dots x_n^0 = x_n^*$, 再次重复 n 层嵌套优化,直到满足给定的精度要求。

将以上所述的改进二分法运用于本文的导线布放动力学方程求解的程序流程如图 2 所示。

4 仿真分析

依据上述模型,在沿 z 轴负方向布放速度 V 大小不同的情况下对放线装置中导线的运动状态进行仿真分析。导线布放时,海水从放线装置的注水口进入线团内腔,对中空线团起到一个支撑的作用同时也使导线的布放运动受到流体力的影响,流体力的大小由海水密度、导线材料特性等决定,这里取海水密度为 1024 kg/m^3 , 海水的流体力系数 1.2; 所选用的导线直径为 0.44 mm , 导线的密度即单位长度导线质量为 0.205 e-3 kg/m ; 线团半径,即线团内壁到 z 轴的距离为 0.123 m , 本文仅研究放线装置中导线退绕一圈时导线的运动状态,所以导线

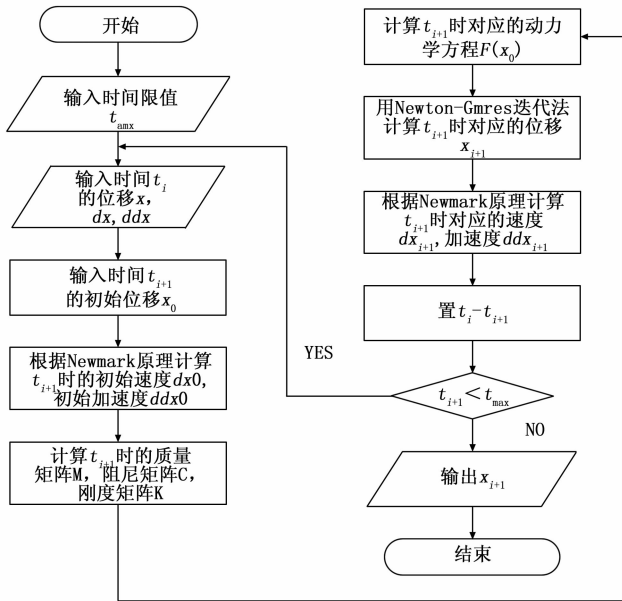


图 2 程序流程图

脱离线团的点 P_n 和放线装置出口 P_0 位置之间的垂直距离恒定不变, 为 0.05 m; 同时线团半径即线团内壁和 z 轴之间的距离也恒定不变, 为 0.123 m。

在放线装置出口位置对导线施加 6 N 的拉力, 在该拉力情况下, 当沿着 z 轴负方向的布放速度 $V=6$ m/s 时, 导线的布放状态如图 2 和图 3 所示; 当沿着 z 轴负方向的布放速度为 $V=12$ m/s 时, 导线的布放状态如图 4 和图 5 所示。

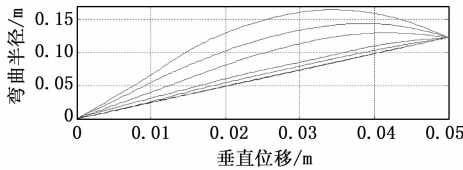


图 3 $V=12$ m/s 时导线弯曲半径和垂直位移的关系图

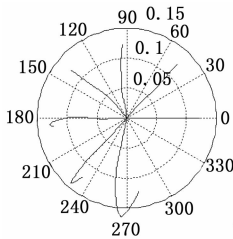


图 4 $V=12$ m/s 时导线的极坐标图

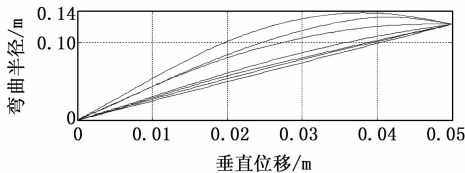


图 5 $V=12$ m/s 时导线弯曲半径和垂直位移的关系图

仿真图 3 和图 5 的每一根曲线分别描述了该时刻中放线装

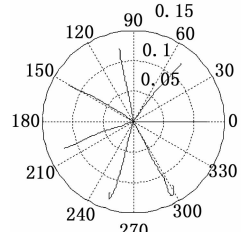


图 6 $V=12$ m/s 时导线的极坐标图

置中导线布放运动时不同位置导线微元的弯曲半径(导线微元和 r 轴之间的距离)和垂直位移(导线微元和放线装置出口 P_0 之间的垂直距离)的关系, 可以看出沿 z 轴负方向布放速度恒定时, 随着导线的布放, 相同垂直位移所对应导线微元的弯曲半径逐渐增大, 因为线团是锥形的, 所以导线微元的弯曲半径可能会超过线团半径(线团内壁和 z 轴之间的垂直距离)。但是比较图 3 和图 5 可以发现沿 z 轴负方向的布放速度增大时, 导线完成一圈布放时导线微元能达到的最大弯曲半径减小。结合图 4 和图 6 的极坐标图, 也就是说当沿 z 轴负方向的布放速度增大时, 放线装置中导线长度变化减小。这是由于在相同初始拉力下, 导线脱离线团的速度相等, 但是沿 z 轴速度增大时, 布出放线装置的速度也相对增大。

5 总结

分析放线装置中导线布放运动的动能、势能以及流体力, 基于改进的变质量系 Hamilton 原理建立连续型导线布放动力学模型; 采用有限差分法和隐式 Newmark 积分法对连续型动力学模型进行离散化, 得到离散型动力学方程; 通过改进的二分法对离散型动力学方程进行数值求解, 并用 MATLAB 软件进行仿真, 仿真结果表明放线装置中导线完成一圈的布放运动时, 随着时间的增长, 导线的弯曲半径逐渐增大, 在这个过程中放线装置中导线的长度和质量在不断变化, 但是当沿 z 轴负方向的布放速度增大时, 放线装置中完成一圈布放时导线长度和质量的变化相对较小。

参考文献:

- [1] 高继和. 线导鱼雷放线系统设计原理 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2008.
- [2] 魏 巍, 周学军, 李 光. 微型海光缆水下高速布放研究 [J]. 船舶工程, 2008, 30 (4): 31-60.
- [3] Lee J W, An D M, Yoo W S. Derivation of equations of motion of an unwinding cable from a cylindrical spool package [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2011, 25 (5): 1287-1296.
- [4] Lee J W. Prediction of unwinding behaviors and problems of cables from inner-winding spool dispensers [J]. Nonlinear Dynamics, 2012, 67 (3): 1791-1809.
- [5] Mciver D B, Hamilton's principle for system of changing mass [J]. Journal of Engineering Mathematics, 1973, (7) 3: 249-261.
- [6] Newmark N M. A method of computation for structural dynamic [J]. ASCE Journal of Engineering Mechanics Division, 1959, 85: 67-94.
- [7] 王 飞. 海洋勘探拖曳系统运动仿真与控制技术 [D]. 上海: 上海交通大学, 2006.