

# 基于三参数威布尔分布的自动调整臂服役可靠性研究

罗 哉, 王 艳, 王岚晶, 刘 晖

(中国计量大学, 杭州 310018)

**摘要:** 作为汽车制动系统关键部件的自动调整臂, 其服役可靠性关系到汽车行驶的安全; 通过疲劳试验分析自动调整臂零部件失效的可能性, 试验结果表明: 矩形压簧及螺旋压缩弹簧是影响自动调整臂失效的关键部分; 利用 MATLAB 分析试验数据, 可知自动调整臂疲劳寿命服从三参数的威布尔分布, 文中结合竞争性故障模型对自动调整臂的服役可靠性进行分析, 基于该模型采用最小二乘法及最大相关系数法对试验中的寿命数据进行参数估计; 实例分析表明, 该法的原理简单, 方便实用, 结合竞争性故障模型的威布尔分布能准确地真实地反映自动调整臂疲劳试验数据的统计特性, 具有较好的工程应用价值。

**关键词:** 自动调整臂; 威布尔分布; 竞争性故障模型; 最小二乘法

## Service Reliability Research of Automatic Brake Adjuster Based on Weibull Distribution of Three Parameters

Luo Zai, Wang Yan, Wang Lanjing, Liu Hui

(China Jiliang University, Hangzhou 310018, China)

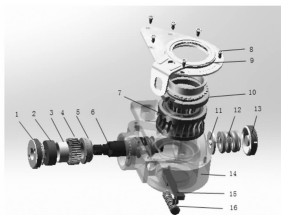
**Abstract:** As a key component of the auto-brake system, the automatic brake adjuster is related to the safety of vehicle driving. The possibility of failure of the automatic brake adjuster is analyzed by fatigue test. The results show that the rectangular compression spring and the helical compression spring are the key factors affecting the failure of the automatic brake adjuster. By using MATLAB, it can be seen that the fatigue life of the automatic brake adjuster obeys the Weibull distribution of three parameters, combining with competitive fault model to analyze the reliability of the automatic brake adjusters. Based on the model, the least squares method and the maximum correlation coefficient method are used to analyze the reliability of the automatic brake adjuster. The life data in the experiment were used to estimate the parameters. The example shows that the method is simple, convenient and practical, and the Weibull distribution of the competitive fault model can accurately reflect the statistical properties of the data of the automatic brake adjuster fatigue test, which is of good engineering application value.

**Keywords:** automatic brake adjuster; Weibull distribution; competitive fault model; least square method

## 0 引言

自动调整臂长期工作在频繁制动、高载荷和复杂工况等环境下, 其本身的失效是难以避免的, 这也是汽车制动性能长期稳定的严重威胁<sup>[1]</sup>。因此, 对自动调整臂的服役可靠性进行研究, 将有利于产品检验员提前杜绝制动系统发生失效的可能性, 对提高车辆行车制动的安全性和可靠性具有重要的意义。自动调整臂的结构爆炸图和实物图如图 1 和图 2。

机械产品可靠性分析主要是运用各种统计分布, 现有研究中通常采用正态分布或对数正态分布来描述疲劳寿命, 但在许多情况下, 威布尔分布已被证明是能够更好地描述疲劳寿命的分布。正态分布一般适用于中等寿命区, 疲劳寿命大致在  $10^1 \sim 10^6$  循环, 威布尔分布并不局限于这个范围。对于疲劳寿命大于  $10^4$  循环的长寿命区, 有些试验结果也近似符合威布尔分布<sup>[2]</sup>。正态分布在零件失效概率很小时, 其疲劳寿命趋近于



1. 前端盖 2. 离合计 3. 矩形压缩弹簧 4. 小齿轮  
5. O型端盖 6. 蜗杆轴 7. 蜗轮 8. 螺钉 9. 控制臂  
10. 缺口盘 11. 弹簧垫 12. 螺旋压缩弹簧  
13. 后端盖 14. 壳体 15. 齿条 16. 组合回位弹簧



图 1 自动调整臂结构爆炸图

图 2 自动调整臂实物图

零, 这与实际情况不符。而三参数威布尔分布有个位置参数, 可以弥补正态分布理论在疲劳寿命试验中的不足<sup>[3-4]</sup>。只是因为某一局部疲劳失效或者故障而引发系统失效的元器件或系统的强度和疲劳寿命均服从威布尔分布<sup>[5]</sup>。

以往对机械产品进行可靠性分析都是直接分析其发生故障或者失效时寿命, 并没有具体考虑是由机械产品的哪个零部件产生的。自动调整臂的失效通常是由于某个零部件发生故障损坏产生的, 又因为自动调整臂的各个零部件具有独立性<sup>[6]</sup>, 即任何一个零部件失效都会使自动调整臂失效, 因此必须找到最

收稿日期: 2016-10-08; 修回日期: 2016-11-11。

基金项目: 浙江省自然科学基金(Y15E050053)。

作者简介: 罗 哉(1979-), 男, 四川遂宁人, 教授, 硕士研究生导师, 主要从事汽车零部件检测与精密测试技术方向的研究。

容易失效的零部件对其进行分析。通过疲劳实验得知, 螺旋压缩弹簧和矩形压簧是自动调整臂失效的主要因素, 因此本文结合竞争性故障模型以及威布尔分布对自动调整臂的可靠性进行预测。

### 1 威布尔分布模型

威布尔分布是近年来在设备寿命可靠性分析中使用最广泛的模型之一<sup>[7-9]</sup>。在自动调整臂的疲劳实验中, 通过自动调整臂实验的次数来记录其是否失效。因此将威布尔分布函数中的产品正常工作时间  $t$  转化为产品应力循环次数  $N$ <sup>[10]</sup>, 则威布尔分布的概率密度函数为:

$$f(N) = \frac{m}{N_a - N_o} \left( \frac{N - N_o}{N_a - N_o} \right)^{m-1} \cdot \exp \left[ - \left( \frac{N - N_o}{N_a - N_o} \right)^m \right] (N \geq N_o) \quad (1)$$

式中,  $m$  为形状参数;  $N_a$  为尺度参数, 或称特征参数;  $N_o$  为位置参数, 或称最小寿命参数。

其中, 失效次数  $n \leq N$  的概率, 即可靠度函数为:

$$F(N) = P(n \leq N) = \int_{N_o}^N f(N) dN \quad (2)$$

将式 (2) 代入式 (3), 并进行积分, 得累积失效概率函数和失效率函数分别为:

$$F(N) = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{N - N_o}{N_a - N_o} \right)^m \right] \quad (3)$$

$$\lambda(N) = \frac{m}{N_a - N_o} \left( \frac{N - N_o}{N_a - N_o} \right)^{m-1} \quad (4)$$

由于螺旋压缩弹簧与矩形压簧是导致自动调整臂失效的两个独立因素, 因此在数据处理上不能采用典型的单一分布进行拟合或分析, 需要采用竞争性故障模型进行分析。

### 2 竞争性故障模型

如果系统有  $K$  种失效方式, 而每一种失效方式都独立作用于系统, 且都对对应一定的失效时间, 其中任何一种失效都会引起系统的失效即称为竞争失效<sup>[11]</sup>。在所有的失效中所对应的失效产生最早的那种失效出现时, 将导致系统失效, 即:

$$T = \min\{T_1, T_2, \dots, T_k\}$$

下面则是竞争性模型累积失效分布函数的通用表达式, 当  $K$  个因素同时起作用时, 系统的可靠度为:

$$R_i(t) = \prod_{i=1}^K \exp \left[ - \int_0^t \lambda_i(x) dx \right] = \exp \left[ - \int_0^t \sum_{i=1}^K \lambda_i(x) dx \right]$$

式中,  $\lambda_i(t)$  是对应第  $i$  个失效因素的失效率。系统的总失效率将是对应时刻  $t$  的  $K$  个独立失效率的和, 即:

$$\lambda(t) = \lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \dots + \lambda_K(t)$$

显然, 对于  $K$  个常数失效率, 系统为指数分布。自动调整臂的疲劳失效分布为威布尔分布, 由上面的公式 (4) 可知, 其失效率函数和可靠度函数分别为:

$$\lambda_i(N) = \frac{m_i}{N_{ai} - N_o} \left( \frac{N}{N_{ai} - N_o} \right)^{m_i-1} = m_i (N_{ai} - N_o)^{-m_i} N^{m_i-1} \quad (5)$$

$$R(N) = \exp \left[ - \sum_{i=1}^K \left( \frac{N}{N_{ai} - N_o} \right)^{m_i} \right] \quad (6)$$

其中:  $N$  为自动调整臂失效时的实验次数, 形状参数  $m_i$ 、尺度参数  $N_{ai}$  和位置参数  $N_o$  需要通过参数估计来拟合。

### 3 三参数威布尔分布的参数估计

威布尔分布参数估计的常用方法是极大似然方法和最小二乘法, 可适用于完全样本和截尾样本<sup>[12]</sup>。威布尔分布极大似然方法需要在实数范围内, 搜索求解极大似然超程方程, 求解时间长, 又因为自动调整臂的失效数据比较大, 具有较大难度。最小二乘法求解相对比较简单, 可简便地求得未知的数据, 使这些求得数据与实际数据之间误差的平方和最小。为了精确评估三参数威布尔分布的 3 个参数, 本文先假设位置参数  $N_o$  已知, 利用最小二乘法及平均秩的增量公式求出形状参数  $m$  和尺度参数  $N_a$ , 然后利用最大相关系数优化法算出位置参数  $N_o$ 。

#### 3.1 最小二乘法

最小二乘估计<sup>[13]</sup>是估计线性函数中的未知参数, 是威布尔分布参数估计的一种较好的方法。

对于式 (3), 将其左右变形, 两边取自然对数得:

$$\ln \ln \left( \frac{1}{1 - F(N)} \right) = m(\ln(N - N_o) - \ln(N_a - N_o)) \quad (7)$$

$$\text{令 } x = \ln(N - N_o), y = \ln \ln \left( \frac{1}{1 - F(N)} \right)$$

$$\text{则 } A = m, B = -m \ln(N_a - N_o)$$

$$\text{则式 (7) 化为 } Y = AX + B$$

在威布尔分布的最小二乘估计中, 为求得一条偏差最小的回归直线和符合实际最好的回归系数估计值, 关键的是要提高经验分布函数的精度。

#### 3.2 平均秩增量法

经验分布函数在可靠性数据分析中占有重要地位, 以往的计算方法是通过近似中位秩公式或直接查中位秩表得到, 误差较大。因此, 统计学家经过长期的实践总结出如下的计算平均秩的增量公式:

$$\begin{cases} \Delta A_i = \frac{n+1 - A_{i-1}}{n - k + 2} \\ A_i = A_{i-1} + \Delta A_i \end{cases} \quad (8)$$

式中,  $n$  为样本量;  $k$  为所有设备的排列顺序号, 按故障时间和删除时间的大小排列;  $i$  为故障设备的顺序号;  $A_i$  为故障设备的平均秩次;  $A_{i-1}$  为前一个故障设备的平均秩次  $A_i$ 。有了新的平均秩次, 则:

$$F(N_i) = \frac{A_i - 0.3}{n + 0.4} \quad (9)$$

#### 3.3 最大相关系数优化法

令  $x = \ln(N_i - N_o)$ ;  $y_i = \ln \ln \left( \frac{1}{1 - F(N_i)} \right)$ ,  $i = (1, 2, \dots, n)$ , 则在  $N_o$  已知时可利用最小二乘法进行回归求出  $A, B$ , 进而求出尺度参数  $N_a = \exp \left( - \frac{B}{m} \right) + N_o$

$x$  与  $y$  间的相关系数  $R(x, y)$  为:

$$R(x, y) = \frac{\left( \sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y} \right)}{\sqrt{\left( \sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2 \right) \left( \sum_{i=1}^n y_i^2 - n \bar{y}^2 \right)}} \quad (10)$$

由上式可知, 相关系数  $R(x, y)$  是  $N_o$  的函数, 使  $R(x, y)$  最大的  $N_o$  的值即为所求的值, 根据导数求极值的方法使  $\frac{d |R(x, y)|}{d N_o}$  的  $N_o$  即为所求。

利用最小二乘参数估计法和最大相关系数优化法，拟合出三参数威布尔分布模型的回归直线，利用 MATLAB 计算得到威布尔分布的 3 个参数。

### 4 实验分析

本文选取 25 只同种型号的瀚德自动调整臂（出厂寿命值为 50 万次），分别进行 60 万次的疲劳破坏性试验，试验装置图如图 3 所示。疲劳试验的实施严格按照城市客车外置式制动间隙自调臂国际标准 CJT 242—2007 进行，加载额定输入力矩为 1020 N·m。自动调整臂疲劳试验台的模拟制动系统加载装置是完全按 1:1 的比例关系仿照公交客车制动系统设计而成，用于模拟汽车制动的真实环境，可减小实验环境的各项误差。疲劳试验装置结构图和实物图如下。在规定应力下，制动气室产生推力，推动自调臂的臂体转动一定的角度，使制动力以力矩的形式传递给 S 型凸轮轴，控制制动衬片作平面内的正弦往复运动，与制动鼓共同起到制动的作。

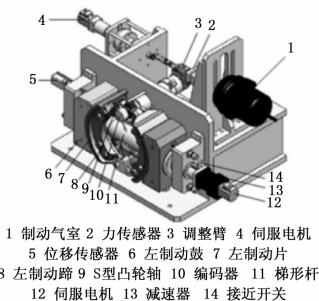


图 3 疲劳试验装置结构图

自动调整臂出现损坏情况时，现场记录其出现失效时候的实验次数即寿命值，并将试验完成的自动调整臂拆除，统计自动调整臂各零部件的损坏情况。部件失效表 1 按故障发生时的应力次数的大小排序。

表 1 部件失效次数表

序号	寿命值 /次	状况	序号	寿命值 /次	状况	序号	寿命值 /次	状况
1	169480	F1	10	358690	F2	19	482822	S
2	200230	F1	11	362190	F1	20	510230	F1
3	241350	F1	12	392330	F1	21	562320	F1
4	253290	F2	13	413940	F2	22	564230	F2
5	289380	F1	14	435850	F2	23	593030	F2
6	289789	S	15	452380	F1	24	600000	S
7	292330	F2	16	461439	S	25	600000	S
8	310340	F2	17	464880	F2			
9	318230	F1	18	469340	F2			

注：F1 表示矩形压簧故障数据；F2 表示螺旋压缩弹簧故障数据；S 表示删除数据

表 1 中的数据包括故障数据和删除数据，其中，删除数据包括未发生故障数据或由于某种原因中途撤离的自动调整臂的数据。本文先去掉删除数据，之后将发生故障的自动调整臂重新按照故障发生时的次数排序，建立威布尔分布模型，通过平均秩增量法，由式(8)、(9)，分别计算故障调整臂的平均秩增量和经验分布函数值，如表 2 中的第 4 列和第 5 列所示。根据实验结果可知，矩形压簧和螺旋压缩弹簧是影响自动调整臂失效的主

要因素。当对矩形压簧进行分析时，由螺旋压缩弹簧引起的故障可作为中断信息。同理，对螺旋压缩弹簧进行分析的时候也是如此。

疲劳试验结果统计发现，自动调整臂的一些零部件发生不同程度的失效。其中，矩形压簧的失效表现为表面点蚀、塑性变形、疲劳断裂等现象，而螺旋压缩弹簧则出现弹力不足、恢复不到位、卡牢等塑性变形失效现象，其余零部件的失效现象不明显，文中暂时不考虑。各个零部件的失效与否具有相对独立的特征，属于竞争失效的范畴。根据平均秩增量法，可分别计算矩形压簧及螺旋压缩弹簧的寿命分布关系，寿命分布表如表 2、表 3。

表 2 矩形压簧寿命分布计算表

$i$	$N$	$k$	$A_i$	$F_n(t_i)$	$x$	$y$
1	169480	1	1	0.0276	11.5532	-3.5760
2	200230	2	2	0.0669	11.8120	-2.6701
3	241350	3	3	0.1063	12.0781	-2.1858
4	289380	5	4.0455	0.1475	12.3195	-1.8352
5	318230	9	5.2652	0.1955	12.4406	-1.5254
6	362190	11	6.5611	0.2465	12.6009	-1.2622
7	392330	12	7.8570	0.2975	12.6976	-1.0410
8	452380	15	9.3689	0.3570	12.8662	-0.8173
9	510230	20	11.7448	0.4506	13.0055	-0.5126
10	562320	21	14.1207	0.5441	13.1162	-0.2415

表 2 中的第 6 列和第 7 列是根据平均秩增量法及矩形压簧的疲劳寿命计算得到的坐标值，通过最小二乘估计法拟合出回归直线，如图 4 所示。

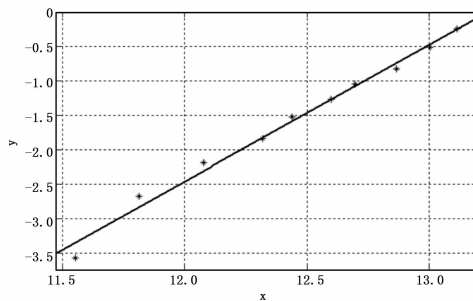


图 4 最小二乘拟合图

表 3 螺旋压缩弹簧寿命分布计算表

$i$	$N$	$k$	$A_i$	$F_n(t_i)$	$x$	$y$
1	253290	4	1.1304	0.0327	11.6971	-3.4038
2	292330	7	2.3739	0.0816	11.9783	-2.4637
3	310340	8	3.6174	0.1306	12.0854	-1.9665
4	358690	10	4.9340	0.1824	12.3266	-1.6026
5	413940	13	6.4387	0.2417	12.5457	-1.2849
6	435850	14	7.9434	0.3009	12.6208	-1.0273
7	464880	17	9.7491	0.3720	12.7123	-0.7653
8	469340	18	11.5548	0.4431	12.7257	-0.5355
9	564230	22	14.4438	0.5568	12.9742	-0.2061
10	593030	23	17.3329	0.6706	13.0389	0.1048

### 5 结论

本文设计了一个基于单片机的市电参数测量系统, 该系统经测试运行后, 各参数测量模块包括频率测量模块、电压有效值测量模块及失真度测量模块均可正常运行, 且参数测量精度较高, 系统制作简单, 成本较低, 能较好地满足市电参数测量的需求, 为监测电力系统正常运行提供了一种参数测量方案。

#### 参考文献:

[1] 曲广龙, 杨洪耕, 李兰芳. 主动配电网电能质量实时监测系统设计与实现 [J]. 电力系统自动化, 2015, 39 (10): 117-123.  
 [2] Milanovic J V, Meyer J, Ball R F, et al. International Industry Practice on Power-Quality Monitoring [J]. IEEE Transactions on Power Delivery. 2014, 29 (2): 934-941.

[3] 万海龙, 赵春宇. 多通道实时电能质量监测系统 [J]. 仪表技术与传感器, 2014 (10): 87-89.  
 [4] 姚强, 安国军, 肖冰, 等. 电能质量监测信息智能检索系统 [J]. 电测与仪表, 2016, 53 (4): 102-107.  
 [5] 杨焕峰, 欧阳乔, 杨国华, 等. 基于 STM32 的乐联网的电能监测系统的的设计 [J]. 计算机测量与控制, 2014, 22 (8): 2353-2355.  
 [6] 乐珺, 姚恩涛, 张明伟, 等. 基于 AD637 的直流电源纹波真有效值测量电路设计 [J]. 电源技术, 2014, 38 (10): 1926-1929.  
 [7] 常丹, 蒋宇中, 伊鑫. 超低频有源桥式微分器型陷波器的设计与实现 [J]. 舰船电子工程, 2008, 28 (10): 90-94.  
 [8] 孙璟宇, 王中宇, 梁志国. 任意波形失真度的一种评价方法 [J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41 (1): 33-37.

(上接第 236 页)

图 5 为最小二乘估计法拟合出的回归直线, 其  $x$  和  $y$  的坐标为表 3 中的第 6 列和第 7 列。

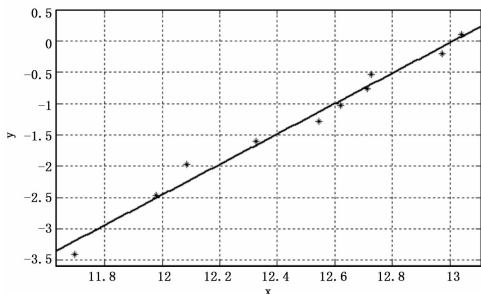


图 5 最小二乘拟合图

根据图 4、图 5 可以看出, 试验值均匀分布在直线两侧, 曲线的拟合精度高, 利用最小二乘法评估威布尔分布的参数值的方法合理可行。

根据螺旋压缩弹簧和矩形压簧的寿命值, 通过平均秩增量公式、最小二乘法以及最大相关系数法可计算出矩形压簧的寿命分布形状参数  $m=2.1156$ , 尺寸参数  $N_0=600113$ , 位置参数  $N_0=65369$ 。螺旋压缩弹簧的寿命分布形状参数  $m=2.3876$ , 尺寸参数  $N_0=585015$ , 位置参数  $N_0=133069$ 。自动调整臂的威布尔分布参数已求出, 根据公式 (5), 公式 (6) 可知自动调整臂的失效率函数和可靠度函数分别是:

$$\lambda_i(N) = \frac{2.1156}{(534774)^{2.1156}} N^{1.1156} + \frac{2.3876}{(451946)^{2.3876}} \times N^{1.3876} \quad (11)$$

$$R(N) = \exp\left[-\left(\frac{N}{534774}\right)^{2.1156} - \left(\frac{N}{451946}\right)^{2.3876}\right] \quad (12)$$

根据所求的形状参数  $m$ , 可知其都大于 1, 所以调整臂符合威布尔分布的耗损故障期, 计算调整臂出厂次数的可靠性, 即  $N=5 \times 10^5$  次时调整臂的可靠度。

根据调整臂的可靠度函数, 公式 (12) 可得:

$$R(N) = 11.76\%$$

由计算得到的可靠度, 可以预测出当自动调整臂工作  $5 \times 10^5$  次时, 可靠度很低, 安全性差, 因此自动调整臂在使用达

到其规定的次数后要时检修或者替换, 方可保证汽车行车过程的安全可靠。

### 5 结论

本文结合竞争性故障模型对自动调整臂的服役可靠性进行分析, 通过三参数威布尔分布函数以及最小二乘法的参数估计可知, 自动调整臂的寿命服从威布尔分布的损耗故障期。结果表明, 自动调整臂的失效主要是由于螺旋压缩弹簧以及矩形压簧的累积损伤造成的。从拟合的回归直线可看出, 通过平均秩增量法得到了精确的参数估计值, 评估方法具有合理性。

#### 参考文献:

[1] 江文松. 汽车自动调整臂失效检测技术研究 [D]. 杭州: 中国计量学院, 2014.  
 [2] 凌丹, 何俐萍, 许焕卫, 等. 基于威布尔分布的疲劳剩余寿命可靠性预测方法 [J]. 机械设计, 2011, 28 (7): 50-53.  
 [3] 凌丹. 威布尔分布模型及其在机械可靠性中的应用研究 [D]. 成都: 电子科技大学, 2010.  
 [4] 顾梦元. 威布尔分布与正态分布两种条件概率密度曲面比较研究 [D]. 北京: 北京工业大学, 2014.  
 [5] Murthy D N P, Xie M, Jiang R Y. Weibull Models [M]. New York: Wiley, 2003.  
 [6] 罗哉, 江文松, 陆艺, 等. 汽车自动调整臂螺旋压缩弹簧的失效建模 [J]. 中国机械工程, 2013, 24 (12): 1596-1599.  
 [7] 郭永基. 可靠性工程原理 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.  
 [8] 陆山, 吕鸿雁. 小子样零部件可靠寿命零故障试验评估方法 [J]. 机械强度, 2006, 28 (3): 411-414.  
 [9] 王金武. 可靠性工程基础 [M]. 北京: 科学出版社, 2013.  
 [10] 赵宇. 可靠性数据分析 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2011.  
 [11] 洪延姬, 王志魁, 李俊美, 等. 寿命服从威布尔分布产品相关失效数值分析 [J]. 装备指挥技术学院学报, 2002, 13 (5): 33-35.  
 [12] 金星, 陈景鹏, 文明, 等. 威布尔分布产品参数估计极大似然优化方法 [J]. 装备指挥技术学院学报, 2003, 14 (5): 46-48.  
 [13] 王桂萍, 贾亚洲. MTBF 分布模型的案例分析 [J]. 吉林工程技术师范学报, 2005, 21 (3): 20-24.