文章编号:1671-4598(2017)03-0077-04 DOI:10.16526/j.cnki.11-4762/tp.2017.03.022 中图分类号: TP242 文献标识码:A

# 非完整约束移动机器人的轨迹跟踪控制

# 马建伟,石佳玉

(河南科技大学 信息工程学院,河南 洛阳 471023)

摘要:针对非完整约束移动机器人运动学与动力学模型,根据轨迹跟踪控制目标的需要,设计了一种简单的控制器,该控制器结合了 运动学控制器设和动力学控制器两部分;针对运动学模型,采用自适应算法对其未知参数进行估计,针对系统动力学模型,采用单层神经网 络算法克服未知扰动对系统稳定性的影响,使速度误差尽可能地缩小;在 Lyapunov 稳定性理论的基础上证明了系统的收敛性和稳定性,该 控制算法简单有效,易于实现;仿真结果表明:该控制策略可以实现对移动机器人期望轨迹的稳定跟踪,验证了算法的有效性。

关键词:移动机器人;自适应控制;神经网路;轨迹跟踪

# **Trajectory Tracking Control of Mobile Robot with Nonholonomic Constraints**

## Ma Jianwei, Shi Jiayu

(Department of Information Engineering, Henan University of Science & Technology, Luoyang 471023, China)

**Abstract**. For kinematics and dynamic model of nonholonomic mobile robot, according to the need of trajectory tracking control target, this paper designs a simple controller, which includes a kinematics controller and a dynamic controller. For the kinematics model, this paper uses the adaptive algorithm to estimate the unknown parameters. For the dynamic model, this paper uses the monolayer neural network algorithm to overcome the effect of unknown disturbance for system stability as far as possible and reduce the velocity error. On the basis of theory of Lyapunov stability, the convergence and stability of system are proved. The algorithm is simple and effective, and it is easy to implement. The simulation results show that the control method can achieve the stable tracking for the desired trajectory of the mobile robot and demonstrate the effectiveness of the algorithm.

Keywords: mobile robot; adaptive control; network; trajectory tracking

# 0 引言

在移动机器人的控制研究中,一般考虑理想的约束条件, 这使得非完整约束移动机器人成为非完整系统的研究重点,作 为非完整约束移动机器人运动控制的问题之一,轨迹跟踪问题 已经受到越来越多的关注,轨迹跟踪的最终目标是设计合适的 控制器,使实际轨迹尽可能快速稳定的跟踪到期望轨迹,然而 在实际的工程实践中,由于外部扰动及系统本身参数等不确定 因素的存在,要达到快速跟踪的目的,就显得尤为困难。

最初的研究大多基于运动学模型设计速度控制率, Aneesh<sup>[1]</sup>使用积分反推的非线性状态反馈控制器设计了全局 轨迹跟踪控制器。文献[2]针对机器人运动学模型使用积分 反推的方法,确定非线性控制率,确保了全局渐近稳定性。文 献[3]采用基于积分 Backstepping的方法引入一种新的虚拟 反馈量,设计了机器人全局轨迹跟踪算法。Cheng<sup>[4]</sup>利用反演 思想设计了基于反馈控制率的全局渐近跟踪控制器。文献[5] 针对移动机器人的运动学模型,以两后轮为控制输入,设计了 具有全局渐近稳定性的自适应轨迹跟踪控制器。但是以上控制 器设计均为考虑系统未知参数对轨迹跟踪效果的影响,具有一 定的局限性。Jia等<sup>[6]</sup>在充分考虑未知参数影响的前提下,运 用自适应控制算法实现其鲁棒控制。上述控制算法都是仅仅基 于移动机器人运动学模型设计速度控制率,它们都是以完美速 度跟踪为前提的,但是这种前提并没有考虑外界干扰等因素的 存在,有很大的缺陷。

**收稿日期:**2016-10-12; 修回日期:2016-11-21。

针对以上问题,结合系统运动学模型和动力学模型,设计 控制器的方法得到了越来越多的使用。文献[7]针对完美速 度跟踪假设难以实现的问题,结合运动学模型和动力学模型设 计轨迹跟踪控制器,文献[8]针对移动机器人的运动学、动 力学模型,运用自适应和反演算法,设计轨迹跟踪控制器。上 述控制器设计虽然充分考虑了运动学模型和动力学模型,但是 并没有注意到外界干扰对系统稳定性的影响。文献[9],[10] 建立了双闭环控制结构,充分协调了系统运动学和动力学层面 的控制。

在研究非完整移动机器人运行学模型和动力学模型的基础 上,并充分考虑外界未知扰动和系统本身参数变化的基础上, 结合自适应控制和神经网络算法,设计了轨迹跟踪控制器.

#### 1 非完整约束移动机器人模型

研究对象为轮式移动机器人,通过后轮两个电机转动速度 的不同可实现轮式移动机器人的转弯。如图 1 所示,移动机器 人在笛卡尔坐标系  $\{O, X, Y\}$  中的姿态用  $q = [xy\theta]^T$  表示, 其中 (x, y) 表示参考点 P 在笛卡尔坐标系中的坐标, $\theta$  表示 笛卡尔坐标系与  $\{P, X_c, Y_c\}$  之间的夹角,r和 2b 分别表示 机器人驱动轮的半径和两个驱动的间距,移动机器人两个驱动 轮中心设为点 M,重心位置为 P。

n 维系统状态并受 m 维约束的非完整移动机器人的动力学 方程可以表示为:

$$M(q)\bar{q} + V_m(q,\bar{q})\bar{q} + G(q) + F(\bar{q}) + \tau_d = B(q)\tau - A^T(q)\lambda$$
(1)

其中, $M(q) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为正定对称惯性矩阵, $V_m(q,\bar{q}) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为向心力和哥式力矩阵, $G(q) \in \mathbf{R}^n$ 为重力矩阵, $F(\bar{q}) \in \mathbf{R}^n$ 为 摩擦力矩阵,对于在光滑平面运动的移动机器人来讲,重力矩

作者简介:马建伟(1965-),男,河南省巩义市人,教授,博士研究生导师,主要从事精确制导、控制与组合导航技术方向的研究。



图 1 移动机器人

阵和摩擦力矩阵均为零,  $\tau_{\ell} \in \mathbf{R}^{n}$  为有界未知扰动;  $\tau \in \mathbf{R}^{r}$  为控 制输入,  $B(q) \in \mathbb{R}^{n \times r}$  为输入变换矩阵,  $\lambda \in \mathbb{R}^{m}$  为约束力, A(q) $\in \mathbf{R}^{n \times m}$  为约束矩阵。

$$\mathbf{M}(q) = \begin{bmatrix} m & 0 & -md\sin\theta \\ 0 & m & md\cos\theta \\ -md\sin\theta & md\cos\theta & I \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{V}_{m}(q,\bar{q}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -md\bar{\theta}\cos\theta \\ 0 & 0 & -md\bar{\theta}\sin\theta \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{B}(q) = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\theta \\ \sin\theta & \sin\theta \\ R & -R \end{bmatrix}, \mathbf{A}^{T}(q) = \begin{bmatrix} \sin\theta \\ -\cos\theta \\ -d \end{bmatrix}, \tau = \begin{bmatrix} \tau_{r} \\ \tau_{l} \end{bmatrix}$$

其中:m表示移动机器人的质量,I表示转动惯量, $\tau_r$ 和 $\tau_l$ 分别表示移动机器人右轮和左轮的力矩。

移动机器人非完整约束可以表示为:

$$A(q)\bar{q} = 0 \tag{2}$$

选择一个n-m维矩阵S(q)为A(q)零空间的一组基,所 以有:

$$A(q)S(q) = 0 \tag{3}$$

由式(2)和式(3)可以得到v(t)作为控制输入的系统状态 与其的导数非线性关系:

$$\bar{\boldsymbol{q}} = \begin{bmatrix} \cos\theta & d\sin\theta \\ \sin\theta & -d\cos\theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\nu}_p \\ \boldsymbol{\omega}_p \end{bmatrix}$$
(4)

其中:ν,和ω,分别为机器人线速度和角速度。

机器人的线速度和角速度与其驱动轮的角速度之间存在如 下关系:

$$\begin{bmatrix} \omega_r \\ \omega_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{r} & \frac{R}{r} \\ \frac{1}{r} & -\frac{R}{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu_p \\ \omega_p \end{bmatrix}$$
(5)

其中: $\omega_r$ 和 $\omega_l$ 分别为机器人驱动轮右轮和左轮的角速度,所以 运动学方程又可以表示为:

$$\bar{q} = S(q)_{\nu}(t) = \begin{bmatrix} \frac{r}{2}\cos\theta + \frac{r}{2R}d\sin\theta & \frac{r}{2}\cos\theta - \frac{r}{2R}d\sin\theta \\ \frac{r}{2}\sin\theta - \frac{r}{2R}d\cos\theta & \frac{r}{2}\sin\theta + \frac{r}{2R}d\cos\theta \\ \frac{r}{2R} & -\frac{r}{2R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_r \\ \omega_l \end{bmatrix}$$
(6)

假设机器人在水平面运动与地面无摩擦,那么可知,G(q) 和  $F(\bar{q})$  都为零, 对式 (6) 求导并代入式 (1), 同时式 (1)

两边都乘以 
$$S^{T}(q)$$
, 化简可以得到:  
 $\overline{M_{\nu}} + \overline{V}_{m\nu} + \overline{\tau_{d}} = \overline{\tau}$  (7)  
其中:  $\overline{M} = S^{T}MS$ ,  $\overline{V}_{m} = S^{T} (M\overline{S} + V_{m}S)$ ,  $\overline{\tau_{d}} = S^{T}\tau_{d}$ ,  $\overline{\tau} = S^{T}B\tau$ ,  $\overline{\tau_{d}} \leqslant b_{d}$ 。  
其中条数矩阵为.

$$\overline{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \frac{r^2 (-md^2 + J)}{4R^2} + \frac{mr^2}{4} & \frac{r^2 (md^2 - J)}{4R^2} + \frac{mr^2}{4} \\ \frac{r^2 (md^2 - J)}{4R^2} + \frac{mr^2}{4} & \frac{r^2 (-md^2 + J)}{4R^2} + \frac{mr^2}{4} \end{bmatrix}$$
$$\overline{\mathbf{V}}_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$
(7) 可以重新表示为:

式

$$Y(\nu, \nu) P = \overline{\tau} - \overline{\tau}_d \tag{8}$$

$$Y(\nu,\bar{\nu})P = \overline{M\nu} + \overline{V}_{m\nu}$$
(9)

其中:  $Y(\nu, \bar{\nu})$  是一个有关系统速度和加速度的系数矩阵, p是一个包含机器人质量、惯性等参数的向量,对于移动机器人 而言,它们可以具体表示为:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{\omega}_r & \mathbf{\omega}_l & \mathbf{\theta}\mathbf{\omega}_r \\ \mathbf{\omega}_l & \mathbf{\omega}_r & -\mathbf{\bar{\theta}}\mathbf{\omega}_l \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \frac{r^2 (-md^2 + J)}{4R^2} + \frac{mr^2}{4} & \frac{r^2 (md^2 - J)}{4R^2} + \frac{mr^2}{4} \end{bmatrix}^T$$

# 2 控制器设计

分别从运动学和动力学的角度分析移动机器人的轨迹跟踪 控制问题,图2是机器人控制结构框图,采用基于单层神经网 络的自适应控制器设计方法,这样可以使机器人的实际速度可 以平滑地跟踪参考控制输入。



其中,  $q = [xv\theta]^T$  表示机器人实际运动轨迹, 用  $q_r =$  $[x_r y_r \theta_r]^T$  表示参考运动轨迹。

#### 2.1 运动学模型的自适应控制器设计

用 $\nu_r$ 和 $\omega_r$ 分别表示机器人参考线速度和角速度, $x_r =$  $\nu_r \cos\theta_r - d\omega_r \sin\theta_r$ ,  $\bar{\theta}_r = \omega_r$ 

 $\bar{y}_r = v_r \sin\theta_r + d\omega_r \cos\theta_r$ , , 移动机器人位姿的误差方程可 以表示为:

$$e_{p} = \begin{bmatrix} e_{1} \\ e_{2} \\ e_{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{r} - x \\ y_{r} - y \\ \theta_{r} - \theta \end{bmatrix}$$
(10)

位姿误差变化率可以表示为:

$$\begin{bmatrix} e_1\\ \bar{e}_2\\ \bar{e}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1\\ 0\\ 0 \end{bmatrix} \nu_p + \begin{bmatrix} e_2\\ d-e_1\\ -1 \end{bmatrix} \omega_p + \begin{bmatrix} \nu_r \cos e_3 + d\omega_r \sin e_3\\ \nu_r \sin e_3 - d\omega_r \cos e_3\\ \omega_r \end{bmatrix}$$
(11)

根据及误差公式(9)选择用于跟踪的控制输入:

$$\nu_{s} = \begin{bmatrix} \nu_{f} \\ \omega_{f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{1}(e_{1} - d(1 - \cos e_{3})) + \nu_{r} \cos e_{3} \\ \omega_{r} + (e_{2} + d \sin e_{3})\nu_{r} + k_{2} \sin e_{3} \end{bmatrix}$$
(12)  
其中,  $k_{1}$ 和  $k_{2}$ 均为正数。

在上式的控制作用下,误差可以渐进收敛到零,但是由于 式(1)中机器人本身参数 r 和 b 未知,故而无法得到两个后 $轮角速度,在此采用自适应算法估计两个未知参数,假设 <math>A = \frac{1}{r}, B = \frac{r}{R}, 分别用 Å 和 Å 表示 A 和 B 的估计值,那么式$ (5) 就可以重新写为:

$$\nu_{c} = \begin{bmatrix} \omega_{rc} \\ \omega_{lc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ \hat{A} & -\hat{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu_{f} \\ \omega_{f} \end{bmatrix}$$
(13)

位姿误差变化率式(10)又可以表示为:

$$\begin{bmatrix} e_1\\ \bar{e}_2\\ \bar{e}_3 \end{bmatrix} = \left(1 + \frac{\tilde{A}}{A}\right) \nu_{\rho} \begin{bmatrix} -1\\ 0\\ 0 \end{bmatrix} + \left(1 + \frac{\tilde{B}}{B}\right) \omega_{\rho} \begin{bmatrix} e_2\\ d - e_1\\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \nu_r \cos e_3 - d\omega_r \sin e_3\\ \nu_r \sin e_3 + d\omega_r \cos e_3\\ \omega_r \end{bmatrix}$$
(14)

其中 $\tilde{A}=\hat{A}-A$ ,  $\tilde{B}=\hat{B}-B_{\circ}$ 

定义 Lyapunov 函数:

$$L_{1} = \frac{1}{2}(e_{1} - d(1 - \cos e_{3}))^{2} + \frac{1}{2}(e_{2} + d\sin e_{3})^{2} + 1 - \cos e_{3} + \frac{1}{2\gamma_{1}A}\widetilde{A}^{2} + \frac{1}{2\gamma_{2}B}\widetilde{B}^{2}$$
(15)

其中, $\gamma_1$ 和 $\gamma_2$ 为正数,对式(15)求导得到:  $\overline{L}_1 = (e_1 - d(1 - \cos e_3))(\overline{e}_1 - d\sin e_3\overline{e}_3) +$ 

 $(e_2 + d \sin e_3)(\bar{e}_2 + d \cos e_3 \bar{e}_3) + \sin e_3 \bar{e}_3 + \frac{\tilde{A}}{\gamma_1 A} \bar{A} + \frac{\tilde{B}}{\gamma_1 B} \bar{B} = -k_1 (e_1 - d(1 - \cos e_3))^2 - k_2 \sin e_3^2 -$ 

$$\frac{\widetilde{A}}{\gamma_1 A} (\overline{A} - \gamma_1 \nu_c (e_1 - d(1 - \cos e_3))) - \frac{\widetilde{B}}{\gamma_2 B} (\overline{B} - \gamma_2 \omega_c \sin e_3)$$
(16)

取未知参数自适应率:

$$\overline{A} = \gamma_1 \nu_c (e_1 - d(1 - \cos e_3))$$
$$\overline{B} = \gamma_2 \omega_c \sin e_3 + f(\hat{B})$$
(17)

其中 
$$f(\hat{B}) = \begin{cases} 0 & B > \lambda \\ \left(1 - \frac{\hat{B}}{\lambda}\right)(f_0 - \lambda)^2 & \hat{B} \leqslant \lambda \end{cases}, f_0 =$$

 $\gamma_2\,\omega_c\,{
m sin} e_3$  ,  $0<\lambda\leqslant B$  .

将式(17)代入式(16)得:

 $\bar{L}_1 = -k_1(e_1 - d(1 - \cos e_3))^2 - k_2 \sin e_3^2 \leq 0 (18) \quad \text{\AA B} > \\
\lambda , \quad \text{\pounds M} \quad \bar{L}_1 \leq 0 ; \quad \text{\AA B} \leq \lambda , \quad f_{(B)} \geq 0 , \quad \hat{B} - B \leq \lambda - B \leq 0 , \\
\text{IP} \quad \bar{L}_1 \leq 0.$ 

#### 2.2 动力学模型的神经网路控制器设计

由于在实际情况下,移动机器人不能实现对于速度控制率 完美假设,所以必须设计动力学模型控制器以保证其速度达到 预期速度控制率的要求,在考虑系统外界扰动和本身不确定性 的基础上,设计动力学模型的神经网络控制器。

定义速度误差:

$$e_{c} = \nu_{c} - \nu = \begin{bmatrix} \omega_{rc} - \omega_{r} \\ \omega_{lc} - \omega_{l} \end{bmatrix}$$
(19)

其中, v<sub>e</sub> 表示理论角速度, v 表示实际角速度。设计动力学 模型控制器的目的是使速度跟踪误差 e<sub>e</sub> 趋近于零。 对式(19)求导,可以得到:

$$\bar{e}_{c} = \bar{\nu}_{c} - \bar{\nu} = \begin{bmatrix} \bar{\omega}_{rc} & -\bar{\omega}_{r} \\ \bar{\omega}_{lc} & -\bar{\omega}_{l} \end{bmatrix}$$
(20)

$$Me_{c} = -V_{m}e_{c} + \tau_{d} - \tau + Y_{c}P$$
(21)  

$$\pm \Phi \cdot Y_{c}P = \overline{My}_{c} + \overline{C}Y_{c} \Rightarrow \cdot$$

$$\overline{\tau} = \tau_{NN} + k_3 e_c - \varphi$$
(22)

其中: τ<sub>NN</sub> 是神经网络输出力矩, k<sub>3</sub> 是正定对角增益矩阵, φ用于补偿系统未知扰动量。从机器人控制结构框图可知,神 经网络输出可以表示为:

$$\tau_{NN} = \mathbf{Y}(\bar{\mathbf{v}}_{c}, \bar{\mathbf{v}}_{c})\hat{\mathbf{P}}$$
(23)

其中:  $Y(v_c, v_c)$  代表神经网络输入,  $\hat{P}$  是神经网络连接 权值, 其权值在线调整见式 (30)。

将式 (22) 代入式 (21), 同时结合式 (23) 可以得到:

 $\overline{\boldsymbol{M}}\boldsymbol{e}_{c} = -(\overline{\boldsymbol{V}}_{m} + k_{3})\boldsymbol{e}_{c} + \overline{\boldsymbol{\tau}}_{d} - \overline{\boldsymbol{\tau}} + \boldsymbol{Y}_{c}\widetilde{\boldsymbol{P}} + \boldsymbol{\varphi}$ (24)

其中: $\tilde{P} = P - \hat{P}$ ,由之前假设 $\|\bar{\tau}_d\| \leq b_d$ ,选择补偿未知扰动如下:

$$\varphi = k_d e_c sign(e_c) \tag{25}$$

其中: $k_d$ 是正定增益矩阵,并且满足 min ( $diag(k_d)$ ) > $b_d$ 。

#### 2.3 稳定性分析

采用李雅普诺夫稳定性判据来判断系统稳定性,选取李雅 普诺夫函数如下:

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{L}_1 + \boldsymbol{L}_2 \tag{26}$$

$$\boldsymbol{L}_{2} = \frac{1}{2} \left( \boldsymbol{e}_{c}^{T} \overline{\boldsymbol{M}} \boldsymbol{e}_{c} + \widetilde{\boldsymbol{P}}^{T} \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \widetilde{\boldsymbol{P}} \right)$$
(27)

其中:  $\tilde{P}=P-\hat{P}, \tilde{\varphi}=\varphi-\hat{\varphi}, \Gamma$ 是构造的对称正定常数矩阵,显然,  $L \ge 0$ ,只有当 $e_p=0$ ,  $\tilde{A}=0, \tilde{B}=0, e_c=0$ ,  $\tilde{P}=0$ 和 $\tilde{\varphi}=0$ 时, L=0,对式 (26)求导得到:

$$\overline{L} = \overline{L}_1 + \overline{L}_2 = \overline{L}_1 + \frac{1}{2} e_c^T (\overline{M} - 2\overline{V}_m) e_c + e_c^{T^-} - e_c^{T^-} + e_c^T Y_c P + \widetilde{P}^T \Gamma^{-1} \widetilde{P}$$
(28)

由于( $\overline{\mathbf{M}} - 2\overline{\mathbf{V}}_m$ )为斜对称矩阵, $e_c^T$ ( $\overline{\mathbf{M}} - 2\overline{\mathbf{V}}_m$ ) $e_c = 0$ ,把 式(12)代人式(27)并化简得到:

 $\hat{\mathbf{P}} = \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{I}} \mathbf{Y}^{T} \mathbf{e}_{c} = 0$ 得到:  $\mathbf{\tilde{P}} = -\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{I}} \mathbf{Y}^{T} \mathbf{e}_{c}$ , 同时对  $\mathbf{\tilde{P}} = \mathbf{P} - \mathbf{\hat{P}}$ 

$$\widetilde{\boldsymbol{P}} = \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{Y}^{T} \boldsymbol{e}_{c} \tag{30}$$

式(27)可以化简为:

$$\overline{L} \leqslant \overline{L}_1 - \| e_{\varepsilon} \|^2 k_{3\min} - \| e_{\varepsilon} \| (k_{d\min} - b_d) \leqslant 0$$
(31)

综上所述,在李雅普诺夫理论的基础上构造的上述控制器 可以实现系统稳定控制。

### 3 仿真研究

为了验证本文算法的有效性,在 MATLAB 环境下,通过 系统跟踪期望直线轨迹,对本文算法做出了仿真研究,选取机 器人参数为:

m=10 kg, I=5 kg·m<sup>2</sup>, R=0.75, r=0.15, d=0.3。 选取控制参数为:  $k_1=10$ ,  $k_2=13$ ,  $k_3=20$   $I_2$ ,  $\Gamma=0.01$ 



仿真结果表明:系统对未知运动学参数进行了快速识别, 在存在初始位姿误差的基础上,在 0.5 s 时间内,控制器能够



使系统实现对目标轨迹的快速、稳定跟踪控制,轨迹跟踪过程 中,轨迹跟踪发误差和驱动轮角速度跟踪误差都较小,实现了 预期的控制要求,在存在外界扰动和系统本身参数变化的基础 上,体现了控制器本身的鲁棒性和稳定性。

#### 4 结论

针对移动机器人轨迹跟踪控制问题,提出了一种简单有效 的控制算法,集中解决了系统未知参数和外界扰动对控制效果 影响较大的问题,通过 Lyapunov 理论分析其稳定性,并对直 线轨迹进行了实时跟踪。仿真结果表明:该控制方法具有良好 的控制效果,后续还将进一步研究,考虑更多地外界因素,如 轨迹跟踪目标的变化以及地形因素等,同时考虑在工程实践中 进一步进行验证,以增加该控制器的实用性。

#### 参考文献:

- Divya Aneesh. Tracking controller of mobile robot [A]. Proceeding of IEEE Conference on Computing, Electronics and Electronics Technologics [C]. 2012; 343 - 349.
- F. Dong, W. Hinemann, R. Kasper. Nonlinear control design for row guidance system of an automated asparagus harvesting [A].
   2011 IEEE International Conference on Adavanced Intelligent Mechatronics [C]. 2011: 1087-1092.
- [3] 刘 佳,李春书. 基于 Backstepping 方法的轮式移动机器人轨迹跟 踪研究 [J]. 机电工程技术, 2011,4 (1): 79-82.
- [4] Cheng L. Trajectory tracking control of nonholonomic mobile robots by backstepping [A]. Proceeding of 2011 International Conference on Modeling Identification and Control [C]. 2011: 134 – 139.
- [5] Hoang T T, Hiep D T, Duong P M, et al. Proposal of algorithms for navigation and obstacles avoidance of autonomous mobile robot
  [A]. 2013 IEEE 8th Conference on Industrial Electronics and Applications [C]. 2013: 1308-1313.
- [6] Jia Peigang, Song Cheng, Zhang Xin. Control and simulation of adaptive global trajectory tracking for nonholonomic mobile robots with parameter uncertainties [A]. 2012 International Symposium on Instrumentation & Measurement, Sensor Network and Automation [C]. 2012; 314 - 317.
- [7] Fierro R, Lewis F. Control of a nonholonomic mobile robot: backstepping kinematics into dynamics [J]. Journal of Robotic Systems, 1997, 14 (3): 149-163.
- [8] Cao Z C, Zhao Y T, Wu Q D. Adaptive tracking control for a nonholonomic mobile robot [J]. Chinese Journal of Mechanical Mobile Robots, 2011, 24 (3): 1-7.
- [9] Yue M, Tang F Y, Liu B Y, et al. Trajectory tracking control of a nonholonomic mobile robot: backstepping kinematics into dynamics with uncertain disturbances [J]. Applied Artificial Intelligence, 2012, 26: 952-966.
- [10] 赵润州,徐卸古,张西正.考虑参数不确定性和外界干扰的移动机 器人轨迹跟踪控制 [J].制造业自动化,2015,37 (2):41-46.