

捷联惯导系统现场标定方法

高伟, 叶攀, 许伟通

(哈尔滨工程大学 自动化学院, 哈尔滨 150001)

摘要: 陀螺漂移会对捷联惯性导航系统的导航定位误差产生直接的影响, 所以需要实验的方法标定出陀螺漂移, 并进行补偿; 陀螺漂移随时间和环境变化, 因此采用实验室标定方法会降低系统的精度; 文章提出一种基于卡尔曼滤波技术的现场标定方法, 给出了现场标定时系统的状态方程, 分别推导了采用速度、速度加姿态为观测信息时的量测方程; 利用奇异值可观测度分析方法比较机动状态不同, 观测信息不同的五种现场标定方案的陀螺漂移的可观测度, 从而确定了两种最优现场标定方案, 即在以速度为外部观测量的情况下, 使载体处于“S”型机动状态和在载体静止的情况下, 速度加姿态为观测信息; 通过仿真实验验证了这两种标定方案可以有效提高现场标定的精度。

关键词: 捷联惯导系统; 陀螺漂移; 现场标定; 卡尔曼滤波; 奇异值

Field Calibration Method for Strapdown Inertial Navigation System

Gao Wei, Ye Pan, Xu Weitong

(Automation College, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: Gyro drift has a direct impact on the navigation and positioning error of strapdown inertial navigation system, so it is necessary to calibrate the gyro drift with the experimental method. The gyro drift changes with time and environment, and the accuracy of the system can be reduced if the laboratory calibration method is used. This paper proposes a field calibration method based on Kalman filtering technique. State equation of calibration system is given directly, two measurement equations using velocity alone and velocity + attitude for the observation information are derived respectively. Singular value method is used to compute observability degree of gyro drift with different mobile states and different observation information of five field calibration schemes. Two optimal field calibration schemes that the carrier is in the “S” maneuver in case of using velocity for the observation information and the carrier is static in case of using velocity and attitude for the observation information are determined. Moreover, simulation experiments are implemented to verify the two schemes based on the field calibration method can effectively improve calibration accuracy.

Keywords: strapdown inertial navigation system; gyro drift; field calibration; Kalman filtering; singular value

0 引言

在捷联惯导系统中, 惯性测量组件直接安装在载体上, 所以惯性测量组件的误差对捷联惯导系统的性能影响很大, 特别是陀螺漂移对导航定位误差的影响按时间的三次方增长^[1]。必须预先在实验室对陀螺漂移进行标定, 然后在使用时加以补偿。由于实验室标定存在一定误差, 并且随着时间和环境的变化, 陀螺漂移存在变化, 即一定的偏移, 我们称为陀螺的逐次启动误差, 所以对于高精度的捷联惯导系统在每次启动时, 需要在初始对准的过程中进行现场标定。本文介绍了基于卡尔曼滤波技术的现场标定方法, 提出了两种提高陀螺漂移可观测度的有效措施。

1 现场标定中的系统模型

1.1 系统的状态方程

二通道 10 个状态量的系统状态方程如下^[2]:

$$\dot{X} = AX + BW \quad (1)$$

其中, $X = [\delta V_x \ \delta V_y \ \varphi_x \ \varphi_y \ \varphi_z \ \nabla_x \ \nabla_y \ \varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z]^T$, δV_x 、 δV_y 分别为东向和北向速度误差; φ_x 、 φ_y 、 φ_z 分别为 x 、 y 、 z 轴的平台误差角; ∇_x 、 ∇_y 分别为 x 、 y 轴加速度计零偏; ε_x 、 ε_y 、 ε_z 分别为 x 、 y 、 z 轴的陀螺漂移。 A 、 B 、 W 的具体设置见文献 [2]。

收稿日期:2015-11-23; 修回日期:2016-02-15。

基金项目:国家自然科学基金(51379042);中央高校基本科研业务费专项资金(heucfq1404)。

作者简介:高伟(1977-),男,黑龙江哈尔滨人,教授,博士,主要从事捷联导航技术、光学陀螺技术、海洋运载器综合导航技术方向的研究。

1.2 系统的量测方程

分别以速度作为外部观测量和以速度加姿态作为外部观测建立系统的量测方程。

1.2.1 以速度为外部观测量建立量测方程

以速度误差作为外部观测量时, 系统的量测方程为:

$$Y_1 = [\delta V_x \ \delta V_y]^T = H_1 X + \eta \quad (2)$$

其中: H_1 为量测矩阵

$$H_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 10}$$

量测噪声 η 是零均值白噪声。

1.2.2 以速度加姿态为外部观测量建立量测方程

以速度加姿态作为系统的外部观测量时, 观测量增加到五维: 两个水平速度误差 δV_x 、 δV_y , 3 个姿态误差角 $\delta\varphi\delta\theta\delta\gamma$ 。已知姿态矩阵 C_b^r 与姿态角之间的关系, 由坐标变换理论可知:

$$C_b^r = C_b^p \cdot C_b^c \quad (3)$$

其中: p 表示计算数学平台坐标系, 另外有:

$$C_b^p = \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} & C'_{13} \\ C'_{21} & C'_{22} & C'_{23} \\ C'_{31} & C'_{32} & C'_{33} \end{bmatrix} \quad C_b^c = \begin{bmatrix} 1 \\ -\varphi_z \\ \varphi_y \end{bmatrix}$$

由 (3) 可知:

$$\begin{cases} C'_{12} = C_{12} + \varphi_z C_{22} - \varphi_y C_{32} \\ C'_{22} = -\varphi_z C_{12} + C_{22} + C_{32} \varphi_x \\ C'_{32} = C_{12} \varphi_y - \varphi_x C_{22} + C_{32} \end{cases} \quad (4)$$

其中, C_{ij} 为 C_b^c 中第 i 行第 j 列元素。

设捷联惯导系统输出的载体姿态角的测量值分别为 $\psi_i = \psi + \delta\psi$, $\theta_i = \theta + \delta\theta$, $\gamma_i = \gamma + \delta\gamma$, 则根据式 (3), (4) 可得:

$$\begin{aligned} \tan(\psi_l) &= \tan(\psi + \delta\psi) = \\ &= -\frac{C'_{12}}{C'_{22}} = -\frac{C_{12} + C_{22}\varphi_z - C_{32}\varphi_y}{C_{22} + C_{32}\varphi_x - C_{12}\varphi_z} \end{aligned} \quad (5)$$

将式 (5) 右边按泰勒级数展开并忽略误差角的二次项得:

$$\tan(\psi_l) = -\frac{C_{12}}{C_{22}} - \left(1 + \frac{C_{12}^2}{C_{22}^2}\right)\varphi_z + \frac{C_{32}}{C_{22}}\varphi_y + \frac{C_{12}C_{32}}{C_{22}^2}\varphi_x \quad (6)$$

式 (5) 左边可以写为:

$$\tan(\psi + \delta\psi) = \frac{\tan\psi + \tan\delta\psi}{1 - \tan\psi\tan\delta\psi} \quad (7)$$

由于 $\delta\psi$ 是一个小量, 可以近似认为 $\tan\delta\psi = \delta\psi$, 则有:

$$\tan(\psi + \delta\psi) = \frac{\tan\psi + \delta\psi}{1 - \tan\psi\delta\psi} \quad (8)$$

将上式按泰勒级数展开, 并忽略 $\delta\psi$ 二次项, 得到:

$$\tan(\psi + \delta\psi) = \tan\psi + (1 + \tan^2\psi)\delta\psi \quad (9)$$

又由:

$$1 + \tan^2\psi = \frac{C_{22}^2 + C_{12}^2}{C_{22}^2}, \tan\psi = -\frac{C_{12}}{C_{22}}$$

连同 (8) (9) 可得:

$$\delta\psi = \frac{C_{12}C_{32}}{C_{12}^2 + C_{22}^2}\varphi_x + \frac{C_{22}C_{32}}{C_{12}^2 + C_{22}^2}\varphi_y - \varphi_z \quad (10)$$

同理可得:

$$\begin{aligned} \delta\gamma &= \frac{C_{21}C_{33} - C_{23}C_{31}}{C_{31}^2 + C_{33}^2}\varphi_x + \frac{C_{13}C_{31} - C_{11}C_{33}}{C_{31}^2 + C_{33}^2}\varphi_y \\ \delta\theta &= \frac{C_{12}}{\sqrt{1 - C_{32}^2}}\varphi_y - \frac{C_{22}}{\sqrt{1 - C_{32}^2}}\varphi_x \end{aligned} \quad (11)$$

令 GPS 测量的姿态角为 $\psi_{GPS} = \psi, \theta_{GPS} = \theta, \gamma_{GPS} = \gamma$, 则系统的量测方程为:

$$\mathbf{Y}_2 = \begin{bmatrix} V_{lx} - V_{GPSx} \\ V_{ly} - V_{GPSy} \\ \psi_l - \psi_{GPS} \\ \theta_l - \theta_{GPS} \\ \gamma_l - \gamma_{GPS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta V_x \\ \delta V_y \\ \delta\psi \\ \delta\theta \\ \delta\gamma \end{bmatrix} = \mathbf{H}_2 \mathbf{X} + \boldsymbol{\xi} \quad (12)$$

其中:

$$\mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 3} & \mathbf{0}_{2 \times 5} \\ \mathbf{0}_{3 \times 2} & \begin{bmatrix} \frac{C_{12}C_{32}}{C_{12}^2 + C_{22}^2} & \frac{C_{22}C_{32}}{C_{12}^2 + C_{22}^2} & -1 \\ -\frac{C_{22}}{\sqrt{1 - C_{32}^2}} & \frac{C_{12}}{\sqrt{1 - C_{32}^2}} & 0 \\ \frac{C_{21}C_{33} - C_{23}C_{31}}{C_{31}^2 + C_{33}^2} & \frac{C_{13}C_{31} - C_{11}C_{33}}{C_{31}^2 + C_{33}^2} & 0 \end{bmatrix} & \mathbf{0}_{3 \times 5} \end{bmatrix}, \quad \text{5} \times \mathbf{10}$$

量测噪声 $\boldsymbol{\xi}$ 是零均值白噪声。

2 可观测度分析

为了分析比较不同方案下陀螺漂移估计的效果, 以确定最优现场标定方案, 利用奇异值可观测度分析法确定陀螺漂移在各现场标定方案下的可观测度。

2.1 奇异值可观测度分析法

因为可观测性分析不取决于输入激励^[3], 因此可以将 (1) (2) (12) 表示的系统离散化, 得到齐次模型如下:

$$\begin{cases} \mathbf{X}(k+1) = \mathbf{A}(k)\mathbf{X}(k) \\ \mathbf{Y}(k) = \mathbf{H}\mathbf{X}(k) \end{cases} \quad (13)$$

其中, 量测矩阵 \mathbf{H} 为常值矩阵。

取一组观测值 $Y(0), Y(1), Y(2), \dots, Y(k)$, 初始状态 $X(0)$ 可以表示成观测值的函数。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{H}\mathbf{A}(0) & \mathbf{H}\mathbf{A}(1)\mathbf{A}(0) & \dots & \mathbf{H} \prod_{j=0}^{k-1} \mathbf{A}(j) \end{bmatrix}^T \mathbf{X}(0) = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}(0) & \mathbf{Y}(1) & \mathbf{Y}(2) & \dots & \mathbf{Y}(k) \end{bmatrix}^T \quad (14)$$

令

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}(0) \quad \mathbf{Y}(1) \quad \mathbf{Y}(2) \quad \dots \quad \mathbf{Y}(k)]^T$$

$$\mathbf{R}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{H}\mathbf{A}(0) & \mathbf{H}\mathbf{A}(1)\mathbf{A}(0) & \dots & \mathbf{H} \prod_{j=0}^{k-1} \mathbf{A}(j) \end{bmatrix}^T$$

得到:

$$\mathbf{R}_k \mathbf{X}(0) = \mathbf{Y} \quad (15)$$

其中: \mathbf{R}_k 是动态系统的提取可观测矩阵, 初始状态 $\mathbf{X}(0)$ 的估计结果取决于 \mathbf{R}_k 的奇异值^[4], 将 \mathbf{R}_k 进行奇异值分解:

$$\mathbf{R}_k = \mathbf{U}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{V}^T \quad (16)$$

式中, $\mathbf{U} = [u_1, u_2, \dots, u_k], \mathbf{V} = [v_1, v_2, \dots, v_{10}]$ 都是正交阵。 $\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \mathbf{S} \\ \mathbf{0}_{(k-r) \times r} \end{bmatrix}$ 是 $k \times 10$ 阶的矩阵。其中, r 是矩阵 \mathbf{R}_k 的秩, $\mathbf{S} = \text{diag}(\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \dots \quad \sigma_r)$ 为对角阵, $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r$ 为矩阵 \mathbf{R}_k 的奇异值。下面给出可观测度的计算公式:

$$\begin{aligned} \eta_k &= \frac{\sigma_i}{\sigma_0}, i = 1, 2, \dots, n \\ \sigma_i &\sim \max \left[\frac{u_i^T \mathbf{y} v_i}{\sigma_i} \right] \end{aligned} \quad (17)$$

其中: η_k 表示第 k 个状态变量的可观测度; σ_0 表示外观测量对应的奇异值; σ_i 为使 $\left[\frac{u_i^T \mathbf{y} v_i}{\sigma_i} \right]_k$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 取得最大的奇异值。

2.2 不同运动状态下的可观测度计算与分析

利用 2.1 节结论计算下面 5 种状态陀螺漂移可观测度。

方案 1: 以速度为观测量, 静止状态。

方案 2: 以速度为观测量, 加速运动。

方案 3: 以速度为观测量, 三轴摇摆运动。

方案 4: 以速度为观测量, “S” 型运动。

方案 5: 以速度加姿态为观测量, 静止状态。

仿真时采用模拟器产生陀螺和加速度计数据, 忽略惯性器件安装误差, 惯性器件性能参数如下: 陀螺常值漂移 $\frac{\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z = 0.01^\circ}{h}$; 加速度计零偏 $\nabla_x = \nabla_y = 1 \times 10^{-4} g$ 。

初始平台失准角 $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ 分别为 $0.05^\circ, 0.05^\circ, 0.5^\circ$ (假设已经经过粗对准); 各状态向量的初始值设为 0。

载体各运动状态下的运动参数设置如下:

(1) 加速运动时, 设载体以 $a = 0.1 g$ 的恒定加速度向东北方向加速运动, 则 $a_x = a_y = 0.0707 g$ 。

(2) 摇摆运动由艏摆、纵摆、横摆、三种运动组合而成, 摇摆轨迹可近似为正弦振荡, 舰船的摇摆模型如下所示:

$$\begin{cases} \text{head} = 5^\circ \sin\left(\frac{2\pi}{10}t + 0\right) \\ \text{pitch} = 7^\circ \sin\left(\frac{2\pi}{10}t + 0\right) \\ \text{roll} = 4^\circ \sin\left(\frac{2\pi}{10}t + 0\right) \end{cases} \quad (18)$$

“S” 型运动状态时, 航向角周期变化的幅值为 15° , 周期为 60 s, 载体艏摆方向上的航速为 10 m/s。

可观测度计算结果列表如下:

表 1 可观测度计算结果

状态	方案 1	方案 2	方案 3	方案 4	方案 5
ϵ_x	9.8081	9.8095	9.8081	9.8198	9.8589
ϵ_y	9.8081	9.8095	9.8081	9.8147	9.8589
ϵ_z	$5.2822e-4$	$5.5418e-4$	0.25173	0.74428	

方案 1 与方案 2 水平陀螺漂移可观测, 方位陀螺漂移不可观测; 方案 3, 方案 4, 方案 5 水平陀螺漂移与方位陀螺漂移均可观测, 对于方位陀螺漂移, 方案 5 情况下可观测度最高, 方案 3 情况下可观测度最低。从可观测度计算结果可以看出, 5 种标定方案中, 方案 5 的中的三轴陀螺漂移可观测度最高, 理论上来说, 陀螺漂移的估计精度也应该最高, 即标定效果最好。

3 仿真分析

为了验证方案的可行性, 进行数字仿真。利用 Kalman 滤波器在初始对准中对陀螺漂移进行滤波估计, Kalman 滤波方程见参考文献 [2]。

具体的标定方法为:

1) 对舰船载体处于静止状态、加速运动状态、三轴摇摆运动状态以及“S”型运动状态下加速度计和陀螺仪的原始输出数据进行模拟;

2) 在陀螺仪和加速度计输出的原始数据上加入陀螺常值偏移和加速度计零偏, 其中, 陀螺常值偏移设定为 $0.01^\circ/\text{h}$, 加速度计零偏设定为 $1 \times 10^{-4} \text{ g}$;

3) 由上一步中带有误差的陀螺仪和加速度计输出值通过惯导解算程序解算出系统的姿态误差和速度误差并将其带入本文第一、二部分所述的卡尔曼滤波器中进行仿真;

4) 分别画出本文 2.2 节所述的五种不同运动方案下的陀螺漂移的估计值的对比图, 如图 1 至图 4 所述。

本次实验总的仿真时间为 600 s, 图中的纵坐标为陀螺漂移估计值与陀螺漂移真实值的比值。

图 1 是方案 1 和方案 2 下陀螺漂移的估计效果。两种状态下, 水平陀螺漂移都可以估计出来, 无明显差别; 方位陀螺漂移的估计曲线都是发散的。

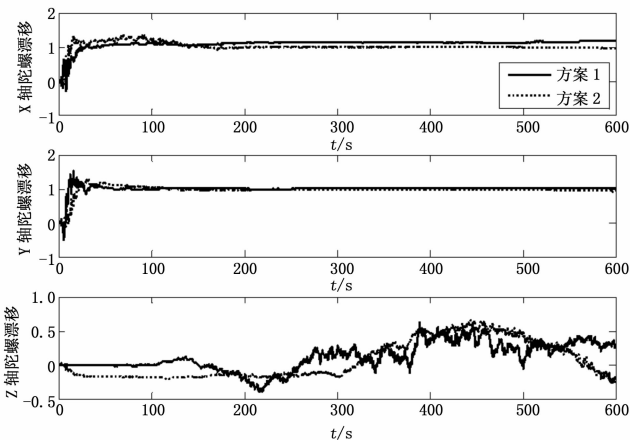


图 1 方案 1 与方案 2 陀螺漂移的估计比较

图 2 是方案 2 和方案 3 下陀螺漂移的估计效果。方案 3 水平陀螺漂移的收敛速度比方案 2 收敛速度快; 方案 3 方位陀螺

漂移在较长时间内可以估计出来, 但估计精度差, 而方案 2 估计不出来。

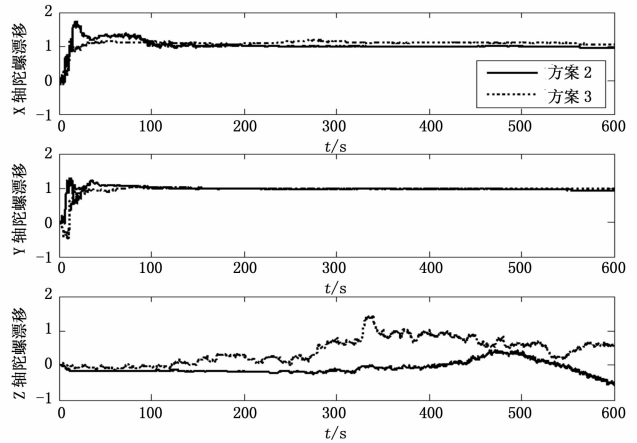


图 2 方案 2 与方案 3 陀螺漂移的估计比较

图 3 是方案 3 和方案 4 下陀螺漂移的估计效果。两种状态的水平陀螺漂移估计效果相当; 方案 4 方位陀螺漂移可以很好的估计出来, 收敛速度比方案 3 快。

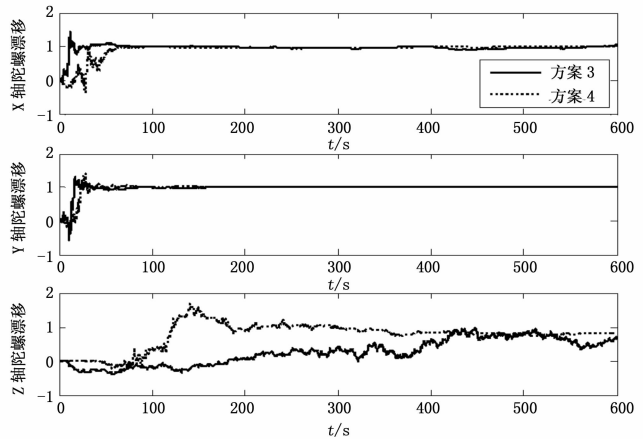


图 3 方案 3 与方案 4 陀螺漂移的估计比较

图 4 是方案 4 和方案 5 下陀螺漂移的估计效果。两种方案的水平陀螺漂移估计效果相当; 方案 5 方位陀螺漂移估计精度和速度都要优于方案 4。

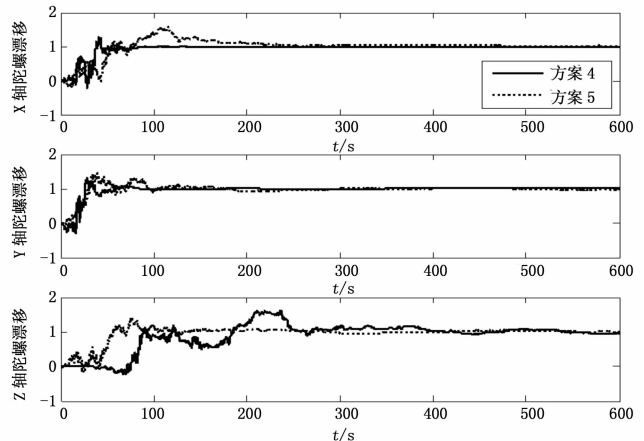


图 4 方案 4 和方案 5 陀螺漂移的估计比较

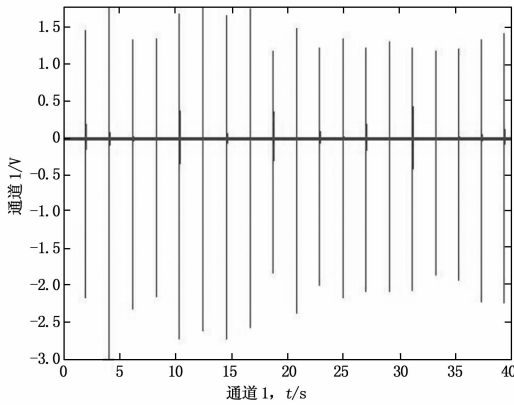


图 7 40 s 内 7 V 脉冲串时域波形

声源级稳定^[9]、单个脉冲的声源级上偏差较低 (<1%)，波特率高，适合编码。故本文将 6 V 编码为 0 码元，7 V 编为 1 码元。

3.4 任意编码通讯发射实验

以 30 s 工作周期发射码元 0101，重复发射 5 组编码；同步接收，数据采集仪所记录时域波形如图 8 所示。由图 8 可知，发射 0101 的脉冲串波形较为平稳，实际接收该发射信号时只需在约定的时间内检测脉冲的数目即可。这种脉冲脉冲定宽时序编码调制方式有着误码率低、稳定的优点^[10]。

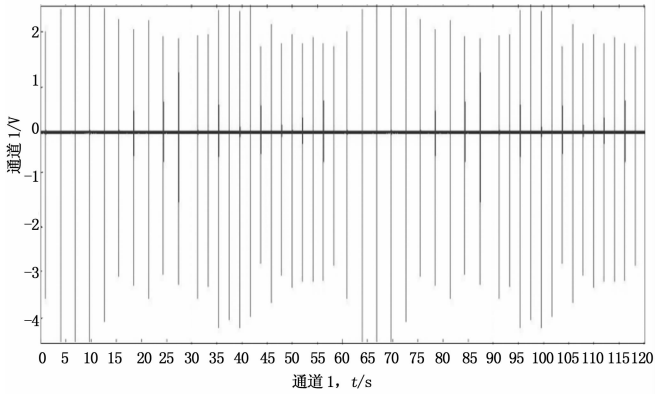


图 8 0101 脉冲串时域波形

(上接第 303 页)

综上，方案 4 和方案 5 均可作为现场标定方案，方案 5 优于方案 4，并且仿真结果与 2.2 节可观测度的计算结果相吻合。

4 结论

为了完成现场标定的任务，分析了儿种不同现场标定方案下陀螺漂移的可观测度，确定出两种最优的现场标定方案：在以速度为外部观测量的情况下，使载体处于“S”型机动状态；在不要求载体的机动性的情况下，增加系统的外部观测信息量即姿态信息。在组合对准阶段可实施上述两种现场标定方案，准确的估计出陀螺漂移。

若实际有需要，可以进一步拓展发射电压，从而增加码元的个数来提高传输速率。同时也可辅以信道编码、添加伪随机序列等方法适应实际的编码需要。

4 结论

本文使用的等离子体脉冲声源，在 $\Phi 60 \times 600$ mm 体积内发射声源级达 217 dB，而且实现了入水自动工作、发射频率可调及休眠定时切换等功能，操作方便，较同类声源有着质量轻、体积小、声源级高的优点，在行业界处于领先地位。

发射信号为脉冲信号，具有瞬时、高频带等特点，很难通过提取载波频率来分析发射信号，具有良好的频域隐蔽性。

整机编码通信发射实验表明，该声源能稳定、高效地发射预设类型水声信号。随着水下等离子体声源技术的不断发展，该发射机将在水下通信、海洋资源开发及海上军事防务发挥其独特优势。

参考文献：

- [1] Fang K, Jia E, Cheng F Y. The Study On Time-variant Characteristics Of Under Water Acoustic Channels [A]. International Conference on Systems and Informatics (ICSAI 2012) [C]. 2012.
- [2] Bobrovskii I V, Yagotinets V P, Bobrovskii I V, et al. Experimental study of an acoustic communication system in shallow water conditions [J]. Acoustical physics. 2013.
- [3] 梁 臣, 张群飞, 雷开卓. 基于超宽带技术的远程水声通信 [D]. 西安: 西北工业大学航海学院, 2011.
- [4] 刘小龙, 黄建国, 雷开卓. 水下等离子体声源的声效率分析与研究 [J]. 高技术通讯, 2012, 5 (22): 552-557.
- [5] 刘小龙, 雷开卓, 黄建国. 水下等离子体声源的研究与设计 [J]. 机械科学与技术, 2012, 31 (7): 1072-1074.
- [6] 吴永胜, 杨爱英, 孙雨南. 基于 PPM 调制的低密度矩阵编码与译码 [J]. 电子学报, 2012 (10), 19775-1979.
- [7] 蒋 磊, 王永生, 郭建新. 超宽带 TH-PPM 调制技术抗干扰性能研究 [J]. 系统工程与电子技术, 2006, 28 (5): 671-673.
- [8] 尹 禄, 陈 韵, 陈 冰, 等. 抗多普勒效应 FRFT-PPM 水声通信技术 [J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35 (2): 431-435.
- [9] 邱前宝, 冯西安, 雷开卓. 水下等离子体放电的电磁辐射脉冲测量方法 [J]. 计算机测量与控制, 2011, 19 (7): 1582-1585.
- [10] 崔小明, 何 轲, 雷开卓, 等. 水下窄脉冲超宽带信号的传播特性仿真 [J]. 计算机测量与控制, 2015, 23 (1): 218-220.

参考文献：

- [1] 尚 捷, 顾启泰. 捷联惯导现场最优标定方法研究 [J]. 中国惯性技术学报, 2005, 13 (4): 18-21.
- [2] 陈明辉. SINS 误差特性及组合对准的方法研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2008.
- [3] 程向红, 万德钧, 仲 巡. 捷联惯导系统的可观测性和可观测度研究 [J]. 东南大学学报, 1997, 27 (6): 6-11.
- [4] Goshen-Meskin D, Bar-Itzhack I Y. Observability analysis of piece-of wise constant systems, part I: Theory [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1992, 28 (4): 1056-1067.