

# 基于指数加权卡尔曼滤波的组合定姿算法

王 骞

(中国运载火箭技术研究院 研究发展中心, 北京 100076)

**摘要:** 星敏传感器/陀螺组合定姿系统利用扩展卡尔曼滤波进行数据融合, 但在轨运行时星敏传感器的量测噪声模型不断变化, 由于扩展卡尔曼滤波不能自适应调整, 导致滤波器无法正常工作; 基于模糊逻辑提出了一种指数加权卡尔曼滤波算法, 实时监测系统滤波残差, 利用模糊逻辑计算指数因子, 自适应更新滤波器的量测噪声模型, 从而有效地抑制了滤波器发散, 提高了滤波精度; 通过以 TMS320C6713 为处理器的 DSP 系统进行的半物理仿真实验, 验证了指数加权卡尔曼滤波算法的有效性。

**关键词:** 卡尔曼滤波; 指数加权; 模糊逻辑; 量测噪声; 半物理仿真

## Integrated Attitude Determination Algorithm Based on Kalman Filter with Weighted Index

Wang Qian

(Research and Development Center, China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China)

**Abstract:** Integrated attitude determination system of star sensor/gyroscope completes data fusion with Extended Kalman filter. Measurement noise model on-orbit of star sensor is variable. Extended Kalman filter is unadaptable so that the filter is out of order. This paper presents Kalman filter with weighted index based on fuzzy logic. The algorithm monitors residuals real time, exports index factor by fuzzy logic and then adjusts measurement noise model in order to restrain diffusion and improve precision. The semi-physical simulation results based on DSP system with TMS320C6713 processor validate availability of the algorithm.

**Keywords:** Kalman filter; weighted index; fuzzy logic; measurement noise; semi-physical simulation

### 0 引言

陀螺能以较高的频率提供角速度和姿态角信息, 并具有非常好的短期精度和稳定性, 但是由于陀螺漂移的存在, 长期工作由角速度积分得到的姿态角会有较大的累积误差<sup>[1]</sup>。星敏传感器利用对星体的观测, 通过与导航星库进行比对来确定姿态, 精度高且无累积误差<sup>[2]</sup>, 但是输出频率较低。星敏传感器/陀螺组合定姿系统利用扩展卡尔曼滤波通过星敏传感器提供的高精度姿态信息实时对陀螺漂移进行校正并补偿, 使二者优势互补, 从而实现高精度、高频率、长期稳定工作的定姿系统<sup>[3]</sup>。

扩展卡尔曼滤波通过系统模型和噪声模型建立状态方程和量测方程。系统模型可以通过运动学方程推导, 而噪声模型只能通过实验数据估计。在轨运行时星敏传感器的量测噪声模型不断变化, 扩展卡尔曼滤波由于不能进行自适应调整, 导致滤波精度下降甚至滤波发散。众多学者也提出过很多自适应改进算法。文献[4]通过衰减因子调整协方差阵, 增加了新息的权重, 克服了数据饱和的现象, 但只能对动力学模型进行修正。文献[5]利用目标的机动信息计算缩放因子, 修正过程噪声模型, 但会造成决策滞后, 且对量测噪声模型无法进行调整。文献[6]针对目标动态定位时系统噪声统计特性不明确的问题, 应用 Sage 自适应滤波方法(又称极大后验估计), 根据每次测量值所获得的新信息, 推算出当前时刻的系统噪声统计特性的估算值, 并求出状态估值。文献[7]在进行状态滤波的同时对系统噪声的统计特性进行在线估计, 确保算法收敛于期望用户, 提高了检测器在动态环境下的跟踪性能。

扩展卡尔曼滤波包括预测和修正两个过程, 在轨运行量测噪声的变化将直接导致滤波器修正过程出现错误, 而以上文献对动力学模型和过程噪声的调整仅能纠正预测过程出现的错误, 对修正过程出现的错误无能为力。针对此问题, 本文提出一种基于模糊逻辑的指数加权卡尔曼滤波算法, 通过模糊逻辑系统计算指数因子, 从而实时更新量测噪声模型, 使之不断与实际模型进行匹配, 有效调整了滤波器的修正过程, 使其能够稳定工作。

### 1 指数加权卡尔曼滤波

该算法基本框图如图 1 所示。

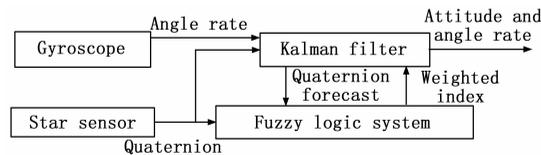


图 1 基于模糊理论的指数加权卡尔曼滤波算法框图

定义指数因子  $e^\alpha$ , 量测噪声阵更新方程为  $R_k = e^\alpha \cdot R_{k-1}$ , 通过模糊逻辑系统计算出  $\alpha$  来调整  $R_k$ 。

由此可得指数加权卡尔曼滤波的递推方程为 (1) 式~(6) 式:

状态变量的一步预测:

$$\hat{X}_{k/k-1} = \phi_{k,k-1} \hat{X}_{k-1} \quad (1)$$

协方差阵的一步预测:

$$P_{k/k-1} = \phi_{k,k-1} P_{k-1} \phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1}^T \quad (2)$$

量测噪声阵的更新:

$$R_k = e^\alpha \cdot R_{k-1} \quad (3)$$

滤波增益的更新:

收稿日期: 2015-08-08; 修回日期: 2015-11-04。

作者简介: 王 骞(1986-), 男, 黑龙江人, 硕士, 工程师, 主要从事航天器电气总体设计、航天器测试等方向的研究。

$$K_k = P_{k/k-1} H_k^T (H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k)^{-1} \quad (4)$$

状态变量的更新:

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k/k-1} + K_k (Z_k - H_k \hat{X}_{k/k-1}) \quad (5)$$

协方差阵的更新:

$$P_k = (I - K_k H_k) P_{k/k-1} \quad (6)$$

指数因子  $\alpha$  与估计量测噪声偏离实际量测噪声的程度有关, 而比较滤波残差的实际值与理论值可以描述这种偏离程度, 滤波残差  $r_k$  的定义为 (7) 式:

$$r_k = Z_k - H_k \cdot \hat{X}_{k/k-1} \quad (7)$$

残差方差阵的理论值为 (8) 式:

$$P_r = H_k (\phi_{k,k-1} P_{k-1} \phi_{k,k-1}^T + \Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1}^T) H_k^T + R_k \quad (8)$$

## 2 模糊逻辑系统

模糊逻辑系统是一种基于知识并运用语言变量的系统, 与其它传统的自适应方法相比, 模糊逻辑系统的优点在于它的设计简单并充分运用了被控制系统的相关知识<sup>[8]</sup>。

这里构造一个单输入单输出的模糊逻辑系统, 由于其输入要包含滤波实际残差与理论残差的比较信息, 所以设模糊逻辑系统的输入  $input = \ln(\frac{Trace(S_r)}{Trace(P_r)})$  (无量纲变量, 单位为 1),

其中  $S_r$  为残差方差阵的实际值定义为  $S_r = \frac{1}{N} \sum_1^N r_k \cdot r_k^T$ ,  $N$  为记忆因子, 即从当前周期向前参与运算的周期数, 输出  $output = \alpha$  (无量纲变量, 单位为 1)。

当实际量测噪声大于估计量测噪声时,  $Trace(S_r) > Trace(P_r)$ , 模糊逻辑系统的输入  $input > 0$ , 应使输出  $\alpha > 0$ , 适当增大估计量测噪声; 当实际量测噪声小于估计量测噪声时,  $Trace(S_r) < Trace(P_r)$ , 模糊逻辑系统的输入  $input < 0$ , 应使输出  $\alpha < 0$ , 适当减小估计量测噪声; 当实际量测噪声等于估计量测噪声时,  $Trace(S_r) = Trace(P_r)$ , 模糊逻辑系统的输入  $input = 0$ , 应使输出  $\alpha = 0$ , 保持估计量测噪声不变。

模糊逻辑系统的作用为保持估计量测噪声与实际量测噪声的匹配, 即使得模糊逻辑系统的输入  $input$  保持在 0 附近, 以维持量测噪声模型的准确性。

首先对模糊逻辑系统的输入进行模糊化, 其隶属度函数如图 2 所示, 即三角形隶属度函数, 其中横坐标为  $input$  (无量纲变量, 单位为 1), 纵坐标为隶属度  $membership$  (无量纲变量, 单位为 1), 分别定义为模糊集合 *less*, 表示基本小于 0; 模糊集合 *equ*, 表示在 0 附近; 模糊集合 *more*, 表示基本大于 0。

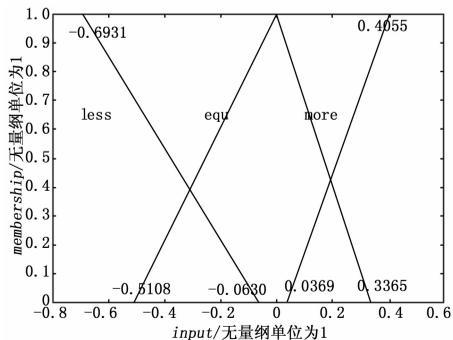


图 2 输入隶属度函数

解模糊化的方法这里采用重心法, 即模糊控制系统的输出

$\alpha$  取为从输入隶属度函数上得到的隶属度值在输出隶属度函数与相应集合曲线及横轴围成的三角形重心的横坐标。根据这一原则, 通过不断仿真实验, 确定了输出隶属度函数如图 3 所示, 其中横坐标为  $output$  (无量纲变量, 单位为 1), 纵坐标为隶属度  $membership$  (无量纲变量, 单位为 1):

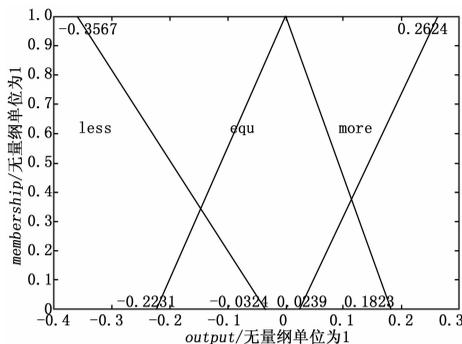


图 3 输出隶属度函数

模糊控制系统的输入与 3 个模糊集合的位置关系共有 5 种情况如式 (9) 所示:

$$\left. \begin{aligned} input &\in less \\ input &\in less \cap equ \\ input &\in equ \\ input &\in equ \cap more \\ input &\in more \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

所以通过重心法解模糊化来计算模糊控制系统的输出  $\alpha$  也对应 5 条解算规则如式 (10) 所示:

$$\left. \begin{aligned} \text{if } input \in less \text{ then } output &= X_{CG(\Delta less)} \\ \text{if } input \in less \cap equ \text{ then } output &= X_{CG(\Delta less \cup \Delta equ)} \\ \text{if } input \in equ \text{ then } output &= X_{CG(\Delta equ)} \\ \text{if } input \in equ \cap more \text{ then } output &= X_{CG(\Delta equ \cup \Delta more)} \\ \text{if } input \in more \text{ then } output &= X_{CG(\Delta more)} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

例如符号  $X_{CG(\Delta less \cup \Delta equ)}$  表示与输出隶属度函数的 *less* 曲线和 *equ* 曲线分别围成的三角形并集的重心横坐标。

## 3 半物理仿真

为了评价本文提出的指数加权卡尔曼滤波算法的性能, 我们利用 TI 公司型号为 TMS320C6713 的 DSP 实现了该算法, 陀螺和星敏传感器分别通过 SPI 和 HPI 接口与 DSP 通信, 对该算法进行了半物理仿真。

组合定姿系统的状态向量取为 (11) 式:

$$X = [\Delta q_1 \quad \Delta q_2 \quad \Delta q_3 \quad \Delta b_1 \quad \Delta b_2 \quad \Delta b_3]^T \quad (11)$$

其中:  $\Delta q_1, \Delta q_2, \Delta q_3$  为估计四元数与真实四元数之间旋转偏差四元数的矢量部分,  $\Delta b_1, \Delta b_2, \Delta b_3$  为陀螺三轴漂移的估计值与真实值之间的差值。

量测向量取为 (12) 式:

$$Z = [\Delta q_1 \quad \Delta q_2 \quad \Delta q_3]^T \quad (12)$$

仿真条件: 312 旋转初始欧拉角 ( $^\circ$ ) 为 (30; -20; 50); 角速度 ( $^\circ/s$ ) 为 (-0.02; 0.03; -0.025); 陀螺噪声均方差 ( $^\circ/h$ ) 为 0.02; 随机游走系数 ( $^\circ/\sqrt{hr}$ ) 为  $0.02 \times 10^{-3}$ ; 星敏传感器初始噪声  $10''$  ( $1\sigma$ ); 仿真时长为 1500 s; 采样间隔为 1 s。

星敏感器的量测噪声来源主要有暗电流噪声、读出噪声、光子散粒噪声和非均匀性噪声, 而影响这些噪声最主要的外部

因素是温度<sup>[9]</sup>。星传感器在轨运行时由于受到太阳辐射、地球红外辐射和地球阳光反照等因素的影响，工作环境的温度有可能产生渐变或者突变，所以可能导致量测噪声有渐变或突变的情况<sup>[10]</sup>。为了符合实际工作环境的需求，本文对星传感器量测噪声渐变和突变两种情况都进行了仿真测试。

### 3.1 星传感器量测噪声从 10'' 渐变至 60''

整个过程的姿态角误差曲线和角速度误差曲线如图 4 和图 5 所示。

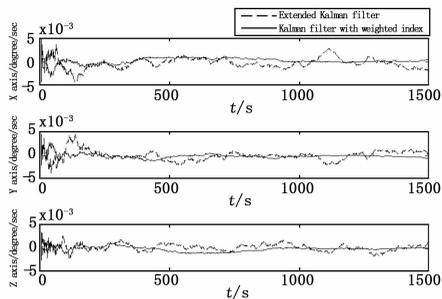


图 4 量测噪声渐变时姿态角误差曲线

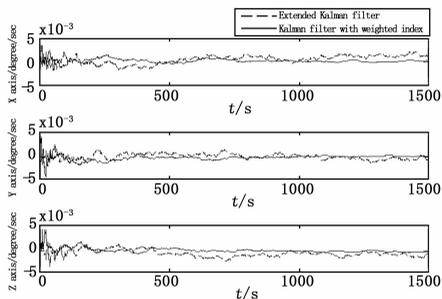


图 5 量测噪声渐变时角速度误差曲线

图中实线指数加权卡尔曼滤波结果，虚线为扩展卡尔曼滤波结果。对比可知随着量测噪声的渐变扩展卡尔曼滤波在整个过程中误差逐渐增大，有发散的趋势，而指数加权卡尔曼滤波在整个过程中误差很小且保持稳定。

图 6 为指数加权卡尔曼滤波中指数因子在整个量测噪声渐变过程中的变化曲线。

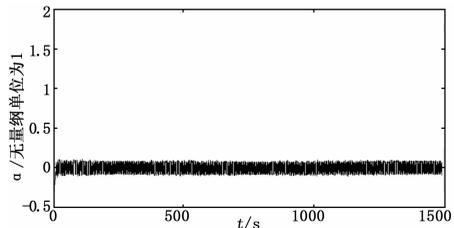


图 6 指数加权因子  $\alpha$  曲线

由图可知整个过程中  $\alpha$  始终稳定在 0 附近，证明噪声模型匹配准确。

### 3.2 星传感器量测噪声在 750 秒时从 10'' 突变至 60''

整个过程的姿态角误差曲线和角速度误差曲线如图 7 和图 8 所示：

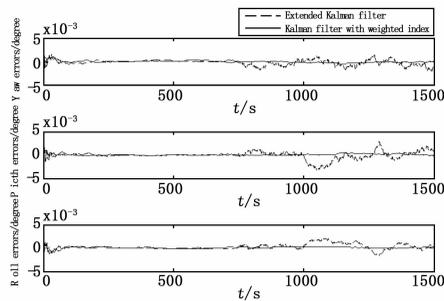


图 7 量测噪声突变时姿态角误差曲线

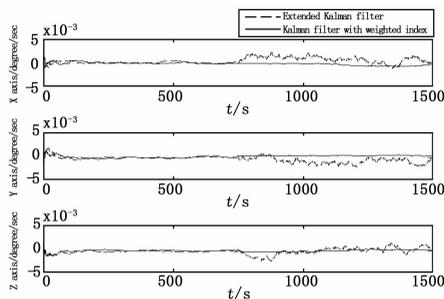


图 8 量测噪声突变时角速度误差曲线

由图可知在 750 s 以前两种方法滤波精度相差不大，在 750 s 以后由于实际量测噪声突然变大，扩展卡尔曼滤波的误差随之增大且有发散趋势，指数加权卡尔曼滤波的误差则没有太大影响，能够全程保持稳定。

图 9 为指数加权卡尔曼滤波中指数因子在整个过程中的变化曲线。

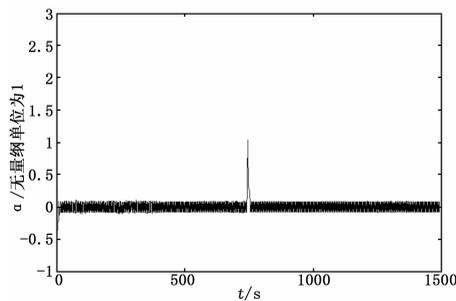


图 9 指数加权因子  $\alpha$  曲线

由图可知在 750 s 实际量测噪声发生突变的同时  $\alpha$  也有一个突变，随后又逐渐回到 0，并重新稳定在 0 附近，可见指数加权卡尔曼滤波有很强的自适应调整能力。

表 1 为两种方法的误差统计数据。

表 1 两种方法的误差统计数据

		偏航/(°)	俯仰/(°)	横滚/(°)	X/(°/s)	Y/(°/s)	Z/(°/s)
指数加权卡尔曼滤波	均值	0.113 5	-0.090 7	0.086 7	0.093 1	-0.173 3	-0.106 2
	均方差	5.997 2	6.179 8	5.072 6	7.698 4	6.827 5	6.378 1
扩展卡尔曼滤波	均值	0.997 3	-1.394 4	1.277 3	1.938 7	-1.467 8	-1.637 9
	均方差	35.637 1	41.372 5	28.346 1	30.883 2	33.134 9	25.775 3

对比两组数据可知指数加权卡尔曼滤波的精度要高于扩展卡尔曼滤波,且稳定性要明显优于扩展卡尔曼滤波。

### 4 结论

本文提出了指数加权卡尔曼滤波算法,在每个滤波周期实时监控残差的变化,利用模糊逻辑系统输出指数调节因子 $\alpha$ ,在线调整滤波器的量测噪声模型,自适应地逼近实际噪声模型,改善了滤波器的精度和稳定性。

对于星敏感器/惯性陀螺组合定姿系统利用星敏感器在线校正陀螺漂移,其实际工作环境量测噪声模型未知且不断变化,本文提出的指数加权卡尔曼滤波算法很好地解决了这一问题,通过监控星敏感器量测值与一步预测值之间的微小旋转四元数,利用模糊逻辑系统调节滤波器量测噪声模型,增强了滤波器的性能,有效地防止了滤波器发散。本文的研究对提高星敏感器/陀螺组合定姿系统的精度具有重要意义。

#### 参考文献:

[1] Georgy J, Noureldin A, Korenberg M J, et al. Modeling the stochastic drift of a MEMS-based gyroscope in gyro/odometer/GPS integrated navigation [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2010, 11 (4): 856-872.

(上接第 128 页)

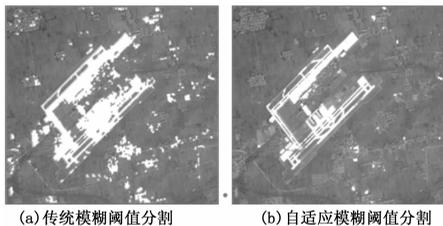


图 6 分割准确率对比图

表 1 分割准确率对比

分割方法	传统模糊 阈值	最大类间方 差法	自适应模糊 阈值
海南机场遥感图像	0.747	0.854	0.792
大连机场遥感图像	0.802	0.786	0.846
青岛机场遥感图像	0.786	0.813	0.878
某军区机场遥感图像	0.714	0.757	0.893

### 4 结论

本文在传统的模糊阈值分割方法的基础之上,提出了一种自适应的模糊阈值分割方法,改善了传统方法在分割过程中所存在的隶属度函数的窗宽无法自适应选取的问题以及对图像直方图呈单峰、多峰或双峰不明显的图像分割效果不理想的现象。实验结果表明,本文提出的方法具有较好的分割效果,有利于提高机场目标识别准确率。

#### 参考文献:

[1] 丁 艳,金伟其,刘 伟.基于模糊率的自适应多阈值图像分割方法 [J]. 兵工学报, 2009, 30 (9): 1211-1216.

[2] Pal S K, King R A, Hashim A A. Automatic gray level thresholding through index of fuzziness entropy [J]. Pattern Recognition

[2] Sigel D A, Wettergreen D. Star tracker celestial localization system for a Lunar rover [A]. Proceedings of the 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems [C]. CA, 2007: 2851-2856.

[3] 邢广华,刘建业,孙永荣,等.多信息融合组合导航半物理仿真系统设计与实现 [J]. 航天控制, 2005, 23 (2): 64-68.

[4] 马忠孝,刘宗玉,陈 明.基于模糊逻辑的自适应卡尔曼滤波在 GPS/INS 组合导航中的应用 [J]. 信息与控制, 2006, 35 (4): 457-461.

[5] 顾瑚琪,周德云,曲艺海.一种精确跟踪机动目标的滤波算法的研究 [J]. 电光与控制, 2007, 14 (2): 8-11.

[6] 宋悦铭,刘晶红,沈宏海,等.航空光电平台目标定位自适应卡尔曼滤波方法的应用研究 [J]. 航空精密制造技术, 2011, 47 (1): 47-54.

[7] 高维廷,李 辉,翟海天.基于自适应卡尔曼滤波的盲多用户检测算法 [J]. 计算机工程, 2011, 37 (12): 104-106.

[8] 童正环,江 颖,张 佩,等.自适应模糊控制器的实现 [J]. 仪器仪表学报, 2006, 27 (6): 1939-1940.

[9] 刘海波,谭吉春,郝云彩,等.环境温度对星敏感器测量精度的影响 [J]. 光电工程, 2008, 35 (12): 40-44.

[10] 李学夔,谭海曙,于昕梅,等.星敏感器定位精度噪声影响因素研究 [J]. 光电子技术, 2010, 30 (2): 97-101.

[11] 李学夔,谭海曙,于昕梅,等.星敏感器定位精度噪声影响因素研究 [J]. 光电子技术, 2010, 30 (2): 97-101.

[12] 李学夔,谭海曙,于昕梅,等.星敏感器定位精度噪声影响因素研究 [J]. 光电子技术, 2010, 30 (2): 97-101.

[13] 于 勇,郑 娇,郭希娟.基于图像像素间空间信息的加权模糊阈值分割算法 [J]. 计算机应用与软件, 2013, 30 (3): 274-277.

[14] Jin L Z, Xia L Z, Yang S Z. Histogram adaptive thresholding using index of fuzziness [J]. Journal of Image and Graphics, 2000, 5 (5A): 390-395.

[15] 许新征,丁世飞,史忠植,等.图像分割的新理论和新方法 [J]. 电子学报, 2010 (2): 76-82.

[16] Murthy C A, PAL S K. Bounds for membership function: a correlation-based approach [J]. Information Sciences, 1992, 65 (2): 143-171.

[17] 宋淑娜,李金霞,胡学坤,等.一种自适应模糊阈值区间的图像分割方法 [J]. 计算机技术与发展, 2010, 20 (5): 121-127.

[18] 陈秋红,沈云琴.基于空间模式聚类最大熵图像分割算法研究 [J]. 计算仿真, 2012, 29 (1): 214-216.

[19] 王佐成,唐 素.基于模糊形态学的彩色图像边缘检测算法研究 [J]. 计算机工程与应用, 2011, 47 (16): 185-187.

[20] 伊力哈木·亚尔买买提.基于改进的自适应分水岭图像分割方法研究 [J]. 计算机仿真, 2013, 30 (2): 373-405.

[21] 徐昱琳,张 雷,陈万米,等.基于 SIFT 特征和图割算法的图像分割方法研究 [J]. 计算机测量与控制, 2009, 17 (1): 2491-2499.

[22] 曹天扬,申 莉.基于交通遥感图像处理的车辆目标识别方法 [J]. 计算机测量与控制, 2014, 22 (1): 222-224.

[23] 杨喜宁,段建民,高德芝,等.基于改进 Hough 变换的车道线检测技术 [J]. 计算机测量与控制, 2010, 18 (2): 292-298.

[24] Fouquier G, Atif J, Bloch I. Sequential model-based segmentation and recognition of image structures driven by visual features and relations [J]. Computer Vision and Image Understanding, 2012, 116: 146-165.

[25] Li M, Liu B. Research and implementation of new image segmentation method [J]. Journal of Convergence Information Technology, 2012, 7 (8): 110-119.