

基于 MEMS 陀螺仪的随机误差分析

曹慧芳, 吕洪波, 孙启国

(北方工业大学 机械与材料工程学院, 北京 100144)

摘要: 为了提高 MEMS 陀螺仪测量精度, 减少随机误差的影响, 对产生随机误差的噪声源及其随机误差模型进行了分析; 通过分析 MEMS 陀螺仪自身结构的缺陷并且对其输出数据进行了相应的滤波处理与平稳性检验, 确立了合适的误差模型并利用 Kalman 滤波进行误差补偿, 验证了模型的有效性; 同时运用 Allan 方差法对 MEMS 陀螺仪噪声项进行了分析, 确定了影响 MEMS 陀螺仪测量性能的主要因素以及比较了滤波前后的各项噪声源系数, 检验了滤波效果且实验结果证明误差模型显著提高了 MEMS 陀螺仪的测量精度。

关键词: MEMS 陀螺仪; Kalman 滤波; 误差模型; Allan 方差法

Analyses on Random Error Based on MEMS Gyroscope

Cao Huifang, Lv Hongbo, Sun Qiguo

(College of Mechanical Engineering and Material, North China University of Technology, Beijing 100144, China)

Abstract: The main noise sources and error model on random error are analyzed in order to improve measurement precision of MEMS gyroscope. A proper model is made in view of the MEMS gyroscope random error after the analysis of the structure defects of MEMS gyroscope and corresponding filtering, smoothness test. And the validity of error model is verified via error compensation derived from the Kalman filter. The principle factors that affect the measurement performance of MEMS gyroscope are confirmed with the analysis of MEMS gyroscope noise items using Allan variance method and the coefficients of various noise sources are compared before and after filtering to examine the filter, the experiment shows that error model significantly improved the precision of the measurement of MEMS gyroscope.

Keywords: micro-electro-mechanical systems (MEMS) gyroscope; Kalman filter; error model; Allan variance

0 引言

现今, 惯性技术^[1]凭借其独特的优势成为促进武器研发和提高作战水平的关键技术。陀螺仪作为惯性技术的核心部件, 在其研究工作中首先考虑的就是陀螺仪的使用和研究。

近年来, 文献 [2-5] 是国内外学者对陀螺仪随机误差模型进行的相关研究。美国德雷伯实验室^[6]通过对重要的环境误差源进行研究, 降低了环境对陀螺仪精度的影响。加拿大 Calgary 大学^[7]开展的基于捷联惯性导航系统的研究中, 针对陀螺仪偏差的长期漂移进行了估计和补偿, 显著提高了导航系统的准确度。国防科技大学罗兵^[8]结合微机械陀螺的动力学模型及工作原理, 理论上推导了零偏与主要模态参数间的关系, 为陀螺的结构优化和误差补偿提供了理论指导。但是, 我国开展惯性器件模型辨识及补偿技术的研究起步较晚, 尤其微机械惯性传感器距世界先进水平还有一定的差距。

本文对振动式 MEMS 陀螺器件本身结构不完善引起的随机误差模型进行了研究, 运用随机信号处理方法及时间序列分

析法建立了陀螺随机误差的 AR 模型, 实验结果证明了模型的准确性以及对器件测量性能的提高。

1 MEMS 陀螺仪工作原理及结构

1.1 MEMS 陀螺仪工作原理

振动式微机械陀螺仪的基本原理是利振动质量块被基座带动旋转时产生的 Coriolis 力来感测角速度的。Coriolis 力是指在转动坐标系下, 系统中以速度 V 运动的质量为 m 的质量块, 在存在角速度 ω 时, 产生 Coriolis 力 F , 且 $F = 2m\omega V$, 其方向垂直于速度方向和转动角速度方向所在平面。由 Coriolis 力定义可知, 输入角速率与作用在质量块上的 Coriolis 力成正比, 而且只有质量块有旋转运动时才会产生 Coriolis 力。因此, 质量块要在激励模态下连续地做径向运动以刺激 Coriolis 力在敏感模态下不停的做横向振动。MEMS 陀螺仪一般分别在径向和横向接可移动电容板, 通过测量横向电容的变化推算出角速度。

1.2 MEMS 陀螺仪结构

振动质量块作为传感角速率的敏感元件, 如图 1 所示, 它可在互相垂直的驱动方向与传感方向自由振动, 其整体动力学系统是二维弹性阻尼系统。在驱动方向上, 质量块受到激励以共振频率稳定地来回振动, 当陀螺仪转动时, 在 Coriolis 力的作用下, 质量块在传感方向以敏感模态同频振动, 由此获得角速率信息。尽管大部分 MEMS 陀螺仪的驱动和传感模式相互匹配, 但由于非线性阻尼与不等弹性刚度引起的交叉耦合噪声使陀螺仪测量精度受限。

收稿日期: 2015-07-19; 修回日期: 2015-09-14。

基金项目: 北京市教育委员会科技计划项目资助 (KM201510009001)。

作者简介: 曹慧芳(1990-), 女, 硕士研究生, 主要从事移动机器人定位方向的研究。

孙启国(1963-), 男, 教授, 主要从事机械系统动力学及其控制、摩擦学与工业润滑技术等方向的研究。

此外, 由于微机械传感器是一次成型, 不能随应用需求和应用环境作出相应的更改, 从而会因环境的变化导致较大的误差。况且, 目前的加工工艺很难达到高精度的要求。所以, 目前提高 MEMS 陀螺仪测量精度主要措施是对其误差进行分析建模从而进行相应补偿。

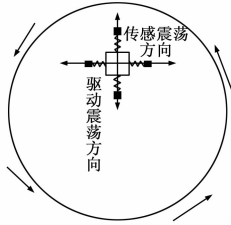


图 1 MEMS 陀螺仪结构示意图

2 MEMS 陀螺仪随机误差分析

陀螺随机误差是衡量陀螺精度的一个重要指标, 为了减少测量随机误差, 提高 MEMS 陀螺仪性能, 则必须建立陀螺的随机误差模型。

2.1 数据平稳性检验

MEMS 陀螺仪数据经 ARMK60 内部 16 位 A/D 转换由串口获得, 波特率为 115 200 bps。为确保测量的可信度, 将 MEMS 陀螺仪放在具有隔震效果的装置中, 并连续采集静态数据 1.5 h。实验所得数据如图 2 所示, 且由图可知陀螺漂移数据呈非平稳性。而非平稳随机序列由确定性部分和随机部分构成, 确定性部分可以为某种函数或者常数, 但确定性部分的具体形式并不重要。运用多项式拟合, 剔除信号中确定性成分, 并对剔除后的残差采用游程法判断是否满足平稳性。

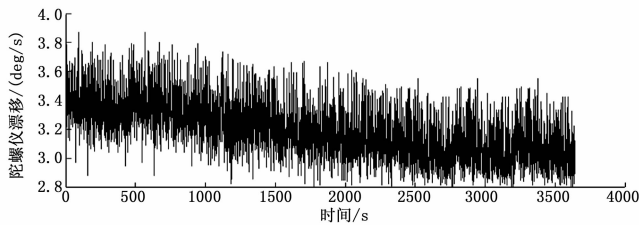


图 2 MEMS 陀螺仪漂移数据

将检验样本分成 40 组, 求出每一组的均值, 然后找出这些均值的中值, 并比较各组均值与中值。其中不小于中值的均值用“1”表示, 小于中值的均值用“-1”表示。“1”和“-1”交替出现的次数加上 1 称为游程数, 用 r 表示。 N_1 为均值不小于中值的个数, N_2 为均值小于中值的个数; 当 N_1 或 N_2 大于 15 时, r 近似服从正态分布, 借助正态分布表确定样本是否为平稳序列。检验统计量为:

$$Z = \frac{r - \mu_r}{\sigma_r^2}$$

式中, $\mu_r = \frac{2N_1 N_2}{N_0} + 1$ 为游程数 r 的均值;

$$\sigma_r = \left[\frac{2N_1 N_2 (2N_1 N_2 - N_0)}{N_0^2 (N_0 - 1)} \right]^{\frac{1}{2}}$$
 为游程数 r 的标准差;

$$N_0 = N_1 + N_2$$

Z 属于标准正态分布, 对应显著水平 α , 如果 $|Z| \leq Z_{\frac{\alpha}{2}}$,

则可认为数据是平稳时间序列, 由上式计算结果如表 1 所示。

当 $\alpha = 0.05$ 时, 查标准正态分布表得 $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$, 由表 1 可知, 去除四次趋势项的残差满足游程法平稳性检验。

表 1 MEMS 陀螺漂移游程法检验参数表

	N_1	N_2	r	μ_r	σ_r	$ Z $
原始数据	20	20	4	21	3.121472	5.44615
去除二次确定项	20	20	12	21	3.121472	2.88326
去除三次确定项	20	20	11	21	3.121472	3.20362
去除四次确定项	20	20	22	21	3.121472	0.32036

Allan 方差^[9]是 MEMS 陀螺稳定性的一个度量, 而在利用 Allan 方差对陀螺数据进行分析时认为数据中的随机部分是由特定且相互独立的噪声源产生。由于 Allan 方差和功率谱密度 (PSD) $s_{\Omega}(f)$ 之间的关系是:

$$\sigma^2(f) = 4 \int_0^{\infty} \frac{\sin^4(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2} df$$

上式中, $s_{\Omega}(f)$ 是随机过程 $\Omega(t)$ 的功率谱密度。由上式在这里定义 5 种最基本的陀螺误差噪声源, 如表 2 所示。

表 2 MEMS 陀螺仪常用误差因素和 Allan 方差

误差因素	功率谱密度 $S_{\Omega}(f)$	Allan 方差 σ^2	双对数斜率	参数说明
量化噪声	$(2\pi f)^2 Q^2 \tau^2$ $f \ll \frac{1}{2\tau}$	$\sigma_Q^2 = 3Q^2 \frac{1}{\tau^2}$	-1	量化噪声系数 $Q / (s^{-1})$
角度随机游走	N^2	$\sigma_{N^2} = N^2 \frac{1}{\tau}$	$\frac{1}{2}$	角度随机游走系数 $N / (^\circ/h^{\frac{1}{2}})$
零偏不稳定性	$\begin{cases} \frac{B^2}{2\pi f} & f \leq f_0 \\ 0 & f > f_0 \end{cases}$	$\sigma_B^2 = \frac{2B^2}{\pi} \ln 2$	0	零偏不稳定性系数 $B / (^\circ/h)$
速率随机游走	$\frac{K}{2\pi f^2}$	$\sigma_K^2 = \frac{K^2}{3} \tau$	$\frac{1}{2}$	速率随机游走系数 $K / (^\circ/h^{\frac{1}{2}})$
速率斜坡		$\sigma_R^2 = \frac{R^2}{2} \tau^2$	1	速率斜坡系数 $R / (^\circ/h)$

若各噪声源统计独立, 则计算的 Allan 方差是各类型误差的平方和。则 Allan 方差 $\sigma^2(\tau)$ 为:

$$\sigma^2(\tau) = \sigma_Q^2 + \sigma_{N^2} + \sigma_B^2 + \sigma_K^2 + \sigma_R^2$$

由表 2 可知:

$$\sigma^2(\tau) = 3Q^2 \frac{1}{\tau^2} + N^2 \frac{1}{\tau} + \frac{2B^2}{\pi} \ln 2 + \frac{K^2}{3} \tau + \frac{R^2}{2} \tau^2$$

同时由表 2 知, 各类噪声的双对数曲线的斜率不同, 不同误差项通常表现在不同的族区间, 因此, 由 $\sigma^2(\tau)$ 双对数曲线可以清楚地看出 MEMS 陀螺仪的各种误差成分。

由图 3 可知, 双对数 Allan 标准差曲线斜率可以简化为 -1/2 和 1, 因此, 影响 MEMS 陀螺仪输出的主要误差源为角度随机游走和速度斜坡。此外, 在 MATLAB 中采用最小二乘拟

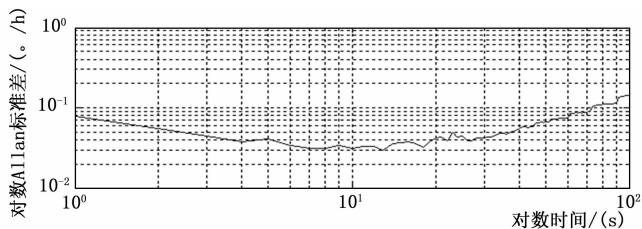


图 3 MEMS 陀螺仪零漂 Allan 双对数标准差曲线

合得到各噪声系数如表 4 所示。

2.2 建立模型

描述平稳随机序列的模型主要为 ARMA、AR、MA 模型，而这 3 种模型之间的区别在于它们的自相关函数和偏自相关函数反应出的性质不同。利用 MATLAB 对去除四次确定项后的残差进行相关函数分析，结果如图 4 所示。

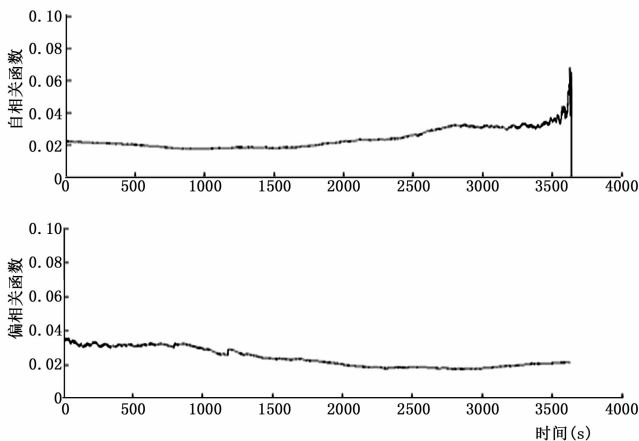


图 4 自相关与偏相关函数

由图 4 可知该平稳随机序列自相关函数“拖尾”，偏自相关函数“截尾”，由此判断 MEMS 陀螺仪随机误差模型为 AR 模型。

对 AR(p) 模型 $x_k = \varphi_1 x_{k-1} + \varphi_2 x_{k-2} + \dots + \varphi_p x_{k-p} + a_k$ ，利用 Yule-Walker 方程

$$\rho = T\varphi, \text{ 即 } \begin{bmatrix} \hat{\rho}_1 \\ \hat{\rho}_2 \\ \vdots \\ \hat{\rho}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \hat{\rho}_1 & \dots & \hat{\rho}_{p-1} \\ \hat{\rho}_1 & 1 & \dots & \hat{\rho}_{p-2} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \hat{\rho}_{p-1} & \hat{\rho}_{p-2} & \dots & \hat{\rho}_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\varphi}_1 \\ \hat{\varphi}_2 \\ \vdots \\ \hat{\varphi}_p \end{bmatrix}$$

其中，自相关矩阵 T 即为 Toeplitz 矩阵。

Yule-Walker 方程作为表征 AR(p) 模型参数与自相关函数之间的关系，因此，只要估计出测试数据 $\{x_k\}$ 的自相关系数 $\hat{\rho}_1, \hat{\rho}_2, \dots, \hat{\rho}_p$ ，就可估计出 AR(p) 模型的自回归系数 $\hat{\varphi}_1, \hat{\varphi}_2, \dots, \hat{\varphi}_p$ 。

另外，白噪声的方差估计为

$$\hat{\sigma}_a^2 = \hat{\sigma}_x^2 (1 - \hat{\varphi}_1 \hat{\rho}_1 - \hat{\varphi}_2 \hat{\rho}_2 - \dots - \hat{\varphi}_p \hat{\rho}_p)$$

其中： σ_x^2 是观测值的方差。

由于 MEMS 陀螺误差模型的阶次较低，一般不会超过三次。所以，我们可以估计出前三阶的模型参数。

尽管随着模型阶次的升高，对真实系统的建模准确度越

高，但由于模型阶次的升高，待估模型的参数也增多，从而导致计算误差增大。综合考虑这两方面的影响，采用 Akaike 信息准则^[10]中的 AIC 准则对模型适用性进行检验。

所谓 AIC 准则就是选取使 AIC 值最小的模型阶数 k ，其计算式为

$$AIC(k) = (N - m) \lg \sigma_w^2 + 2(k + 1)$$

式中， k 为 AR(p) 模型的阶数， $k = 1, 2, \dots, m$ ；

σ_w^2 为对应于该阶数的 AR(p) 模型的白噪声方差估计。

由于阶数集合 m 远小于样本容量 N ，因此上式可以简化为

$$AIC(k) = N \log \sigma_w^2 + 2(k + 1)$$

针对去除四次确定项残差用 Yule-Walker 方程法估计前三阶模型下的参数并计算相应的 AIC 值，结果如表 3，且由表可以看出，AR(1) 模型的 AIC 值最小，因此可以初步确定 MEMS 陀螺随机误差模型为： $x_k = -0.2125x_{k-1} + a_k$ ，白噪声方差 $\sigma_a^2 = 0.07555$ 。

表 3 MEMS 陀螺仪随机误差模型参数及其 AIC 值

	AR(1)	AR(2)	AR(3)
一阶自回归系数	-0.2125	-0.1871	-0.1681
二阶自回归系数	0	-0.1618	-0.1420
三阶自回归系数	0	0	-0.1129
白噪声方差	0.07555	0.07879	0.07874
AIC 值	-8026.963	-8027.554	-8027.581

3.3 模型应用分析

Kalman 滤波是对随机误差补偿的传统的方法，它实际是一个最优化自回归数据处理算法，用它来解决估计问题往往是最优且高效的。

利用 AR(1) 模型，设系统的状态方程为

$$X(k) = AX(k-1) + BW(k)$$

其中： $X(k)$ 是系统状态变量， $W(k)$ 为系统噪声。

由 $x_k = -0.2125x_{k-1} + a_k$ 可知， $A = -0.2125$ ， $B = 1$ 。设系统的量测方程为

$$Y(k) = CX(k) + V(k)$$

其中： $Y(k)$ 是系统输出， $V(k)$ 为量测噪声， $C = 1$ 。

假设 $W(k), V(k)$ 相互独立且服从正态分布的白噪声，即

$$W(k) \sim N(0, Q)$$

$$V(k) \sim N(0, R)$$

其中： Q 为系统噪声协方差矩阵，其值为 σ_a^2 ， R 为量测噪声协方差矩阵，其值为样本数据估计误差的方差。

基于系统状态方程，Kalman 滤波递推方程为

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k,k-1} &= A\hat{X}_{k-1} \\ P_{k,k-1} &= AP_{k-1}A^T + BQB^T \\ K_k &= P_{k,k-1}C^T(CP_{k,k-1}C^T + R)^{-1} \\ P_k &= (I - K_kC)P_{k,k-1} \\ \hat{X}_k &= \hat{X}_{k,k-1} + K_k(Z_k - C\hat{X}_{k,k-1}) \\ Z_k &= CX_k \end{aligned}$$

取 P 的初值为 $P_0 = 0$ ， X 的初值取陀螺输出的第一个值即 $\hat{x}_0 = Z_0$ ，根据 k 时刻的量测值 Z_k ，就可以递推出 k 时刻的状

态估计 \hat{x}_k 。

利用上面建立的 Kalman 滤波器对陀螺漂移数据进行滤波, 滤波后的陀螺漂移曲线如图 5 所示。

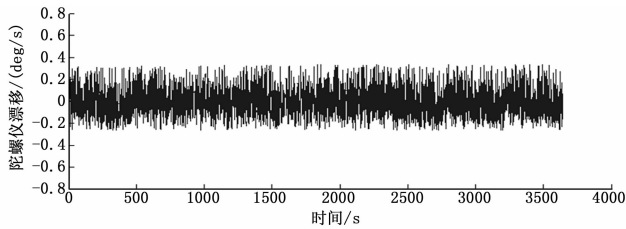


图 5 Kalman 滤波后的陀螺漂移曲线

由图 5 可知, 滤波后 MEMS 陀螺仪漂移幅度明显减小且漂移数据方差由滤波前的 0.789 25 减小为 0.107 56, 从而验证了 AR (1) 模型的准确性以及由此模型设计的滤波对测量精度的提高, 从而优化了 MEMS 陀螺仪的测量性能。

对 kalman 滤波后的漂移数据再次利用 Allan 分析, 结果如图 6 所示。

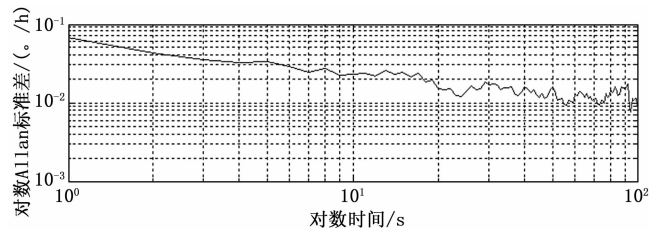


图 6 滤波后 MEMS 陀螺仪零漂 Allan 双对数标准差曲线

由图 6 可知, 双对数 Allan 标准差曲线斜率可以简化为 $-1/2$, 则运用 AR (1) 模型设计的 Kalman 滤波后, 影响 MEMS 陀螺仪输出的主要误差源为角度随机游走, 很好地抑制了速度斜坡噪声源, 且由图 6 求得滤波后的各个噪声源系数如表 4 所示。

表 4 滤波前后各噪声系数

噪声系数	量化噪声 $Q (s^{-1})$	角度随 机游走 $N (^\circ/h^{1/2})$	零偏不 稳定 性 $B (^\circ/h)$	速度随 机游 走 $K (^\circ/h^{1/2})$	速率 斜坡 $R (^\circ/h^2)$
滤波前	0.4222i	0.30054	0.10226i	1.10622	5.98331
滤波后	0.1297	0.00068	0.03381	0.30138i	0.93676

从表 4 可以看出, 滤波后的各噪声系数都明显降低, 尤其

角度随机游走系数缩小了近 500 倍。所以, 虽然滤波后角度随机游走噪声源是影响测量精度的主要来源, 但也得到了很好的抑制。

3 结论

文中运用随机信号处理方法, 结合振动式 MEMS 陀螺仪工作原理, 使用 MATLAB 软件对陀螺仪随机误差数据进行了分析处理。通过对陀螺数据进行相关的预处理与模型辨识, 确定采用 AR 模型来估计 MEMS 陀螺仪随机误差。运用 AIC 准则对模型进行适用性检验以及综合考虑, 得出 AR (1) 模型最佳, 并以此建立了陀螺仪随机误差的 Kalman 滤波方程, 实验结果表明该模型的有效性, 以及对 MEMS 陀螺仪测量精度的提高。同时, 利用 Allan 方差法分析陀螺仪输出数据, 简单地辨识 MEMS 陀螺仪的主要噪声源, 并得出各类噪声对陀螺仪测量性能的影响, 可为 MEMS 陀螺仪的改进提供具有指导意义的数据。

参考文献:

- [1] 刘俊, 石云波, 李杰. 微惯性技术 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2005.
- [2] 尹文. MIMU 微惯性测量单元误差建模与补偿技术 [D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2007.
- [3] 沈强, 刘洁瑜, 王杰飞, 等. MEMS 陀螺仪随机误差的动态辨识 [J]. 压电与声光, 2014 (4): 945-948.
- [4] 王兆密. 基于 MEMS 陀螺的惯性测量单元的标定与应用 [D]. 镇江: 江苏科技大学, 2011.
- [5] 施建礼, 焦吉祥, 彭文辉. 基于 Allan 噪声模型的随机误差滤波器设计 [J]. 自动化与仪表, 2014, 6 (8): 65-69.
- [6] Trusov A A. Investigation of factors affecting bias stability and scale factor drifts in Coriolis vibratory MEMS gyroscopes [D]. Irvine: University of California, 2009.
- [7] Saukoski M. System and circuit design for a capacitive MEMS gyroscope [D]. Espoo, Finland; Calgary University of Technology, 2008.
- [8] 罗兵, 张辉, 吴美平. 微机械陀螺同步解调灵敏度分析 [J]. 中国惯性技术学报, 2010, 18 (2): 251-254.
- [9] 刘海涛. MEMS 陀螺仪随机误差的 Allan 分析 [J]. 遥测遥控, 2007.
- [10] 王永德, 王军. 随机信号分析基础 [M] (第 3 版). 北京: 电子工业出版社, 2013.

(上接第 170 页)

- [3] 周精华, 翟正军. 航电 1553B 总线监控系统的设计与实现 [J]. 测控技术, 2009, 28 (1): 58-61.
- [4] 支超有, 杨强, 李霞. 1553B 数据总线仿真检测技术研究及应用 [J]. 计算机测量与控制, 2013, 21 (10): 2632-2633.
- [5] 李坤, 罗翠华, 李昕. 基于 CAN 总线星务仿真系统的设计与实现 [J]. 测控技术, 2011, 30 (12): 58-60.
- [6] 吴传贵, 陈海牛, 黄明俊, 等. 基于多线程技术的 1553B 总线测试系统的设计与实现 [J]. 测控技术, 2012, 31 (10): 85-87.
- [7] 胡君, 宋启昌, 陈茂胜, 等. 空间相机集成测试系统的时钟同步

- [J]. 光学精密工程, 2010, 18 (6): 1436-1443.
- [8] 支超有, 杨强, 李霞. 1553B 数据总线仿真检测技术研究及应用 [J]. 计算机测量与控制, 2013, 21 (10): 2632-2633.
- [9] 王蒙, 张强成, 李耀军. 高速 1553B 总线通讯控制器测试验证系统研究 [J]. 计算机测量与控制, 2014, 22 (10): 3253-3255.
- [10] 颜昌翔, 赵昶宇, 于平. 1553B 总线上消息的实时调度 [J]. 光学精密工程, 2010, 18 (3): 732-740.
- [11] 马昕晖, 杜胜, 姚静波. 基于 PCI 总线的动态测试系统软件设计研究 [J]. 测试技术学报, 2010, 24 (6): 491-496.