

基于 FPGA 的可“调色”有色噪声发生器设计

周强¹, 齐璐¹, 夏令君¹, 王启超²

(1. 陕西科技大学 电气与信息工程学院, 西安 710021;

2. 北京市建筑设计研究院有限公司, 北京 100045)

摘要: 有色噪声是一种分布广泛、频谱多样、频率能量分布不均匀的随机信号; 有色噪声根据功率谱密度不同可划分成不同“颜色”的噪声, 不同“颜色”的噪声在不同领域发挥着各自重要的作用; 为获得不同“颜色”的有色噪声, 文章提出一种噪声颜色可变的有色噪声产生方法, 该方法根据有色噪声的自回归-滑动平均模型, 利用 m 序列、映射法和 ARMA 模型滤波法, 产生功率谱可调的各种(高斯)有色噪声, 并在 FPGA 上实现了该方法; 测试表明: 这种信号发生器不仅可以连续产生颜色差异细微的各种有色噪声(包括白噪声), 且噪声性能好。

关键词: 有色噪声; 可调色; 现场可编辑逻辑门阵列; 自回归滑动平均模型; Quartus II

Design of Adjustable Colored Noise Generator Based on FPGA

Zhou Qiang¹, Qi Lu¹, Xia Lingjun¹, Wang Qichao²

(1. School of Electrical and Information Engineering, Shaanxi University of Science and Technology, Xi'an 710021, China;

2. Beijing Institute of Architectural Design Co., Ltd., Beijing 100045, China)

Abstract: Colored noise is a kind of widely distributed, diverse spectrum and frequency energy unevenly distributed random signal. Depending on the power spectral density, colored noise can be divided into different “colors”, the different “color” of the noise in each of the different areas play an important role. To obtain different “colors” of colored noise, this paper proposes a noise variable color colored noise, the method based on autoregressive moving average model of colored noise, using the method of m sequence, mapping method, and ARMA model filtering method, producing adjustable power spectrum of various (gaussian) colored noise, and implementing on the FPGA. Tests show that the generator can not only continuously produce subtle color difference of all kinds of colored noise (including white noise), but all the noise performance is good.

Keywords: colored noise; color; FPGA; ARMA model; Quartus II

0 引言

噪声广泛地存在于各学科和技术应用领域中, 传统的观点认为: 噪声有害, 它对电子设备的干扰和信号的影响通常不容忽视。在研究噪声时一般把它看作是在频域内频谱均匀、在时域内与任何信号都互不相关的理想随机信号, 即白色噪声。随着研究的深入, 人们逐渐意识到常见的噪声不仅“有用”, 而且“有色”。

噪声的分类借鉴了颜色的分类方法, 即按照光线在不同频段内的能量分布来划分颜色, 噪声按“颜色”分为两大类: 白噪声和有色噪声。在整个频域内功率谱密度分布均匀, 即各频段都具有相同能量密度的噪声称为白噪声; 而频域内功率谱密度不均匀的所有噪声都是有色噪声, 由于有色噪声的功率谱各种各样, 故对应着不同“颜色”的噪声研究表明: 不同“颜色”的噪声在不同的应用领域发挥着不同的效果。例如, 人们所熟悉的粉红噪声, 在作为声音发出后, 能够促进人类大脑进入深度休眠状态, 从而提高人的睡眠质量^[1]; 蓝色噪声多应用

于计算机图形学, 同时也可以提高视网膜细胞的视觉分辨率^[2]; 而红色噪声在海洋环境的噪声分析中起着重要作用。

由于白噪声的指标过于理想化, 严格意义的白噪声信号不存在, 实际应用中的绝大多数噪声都是有色噪声。因此, 研制应用于不同场合、颜色可调的有色噪声发生器非常重要。

本文研制的有色噪声发生器根据随机信号谱分解理论, 将伪随机序列信号高斯化处理得到高斯白噪声, 高斯白噪声经过参数可调的有色噪声模型滤波即可得到颜色可变的有色噪声。本文选用 FPGA 系统实现以上原理生成各种有色噪声。

1 高斯有色噪声生成方法研究

要获得不同颜色的噪声, 需要从噪声模型出发。

根据随机信号谱分解定理: “任何平稳随机信号都可以分解为(平稳)白噪声+线性定常系统模型的串联形式”^[3]。这里的线性定常系统如果采用某种有色噪声模型, 给这个模型输入平稳白噪声, 模型就会输出各种有色噪声。

另外, 很多场合对噪声的高斯性提出明确要求, 需要幅值上呈高斯分布的有色噪声, 即高斯有色噪声。由于线性系统能够保持信号的高斯性质, 输入有色噪声模型的白噪声的高斯性就决定了模型输出端有色噪声的高斯性。因此, 白噪声的高斯性和有色噪声模型的线性是产生高斯有色噪声的关键。噪声调色是通过调整有色噪声模型参数实现的, 参数调整的可以改变有色噪声功率谱的分布, 并不会破坏其高斯性。总之, 高斯有色噪声的生成要通过以下 3 个步骤: 产生伪随机序列、伪随机系列的高斯化与白化处理获得高斯白噪声、利用 ARMA 模型

收稿日期: 2015-01-13; 修回日期: 2015-03-13。

基金项目: 陕西省科技统筹创新工程计划项目(2012KTCQ01-19); 陕西省科技攻关项目(2011K06-06); 西安市未央区科技计划项目(201304)。

作者简介: 周强(1969-), 男, 重庆人, 博士, 教授, 主要从事智能信息处理技术方向的研究。

将高斯白噪声变成高斯有色噪声。该过程如图 1 所示。

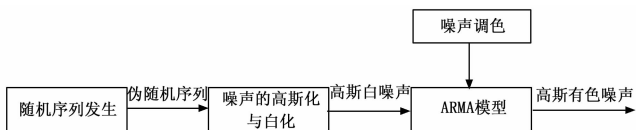


图 1 高斯有色噪声生成原理图

由图 1 得知，欲得到高斯有色噪声，首先用 m 序列算法产生均匀分布的伪随机序列；然后对伪随机序列进行高斯化和白化处理，得到高斯白噪声；最后通过 ARMA 模型，即线性滤波法将高斯白噪声转化为高斯有色噪声。

1.1 伪随机序列的产生及高斯化

白噪声因其苛刻的条件很难直接生成，因此本文先产生与白噪声相对接近的信号——伪随机序列。这种随机信号是具有周期性和二值性的确定序列，只是由于它的功率谱很宽，自相关函数又很接近 δ 函数，所以当其带宽远大于系统带宽时可用以替代白噪声。而白噪声由伪随机序列生成，当前生成随机数的方法有：线性同余法、进位加法、统计抽样法等^[4]。其中 m 序列（最长线性移位寄存器）是一种常用的伪随机序列，具有优良的自相关特性。它的生成算法简便、产生速度快、随机序列的周期较长、易于在 FPGA 上实现等特点。

m 序列的噪声特性与其周期长短有密切关系，周期越长，此 m 序列越接近于白噪声。 m 序列可由 n 级线性移位寄存器产生，其周期为 $P = 2^n - 1$ 。为了使 m 序列更接近于白噪声，应尽可能的提高它的“随机”性，也就是要使 m 序列的周期足够长。 m 序列的本原多项式为：

$$f(x) = \sum_{i=0}^n c_i x^i \quad (1)$$

本文取 $n=32$ ，因此，它的本原特征多项式为：

$$m = x^{32} + x^{22} + \dots + x^2 + x + 1 \quad (2)$$

即用一个 32 级的线性反馈移位寄存器来产生周期为 $(2^{32} - 1)$ 的 m 序列^[5]。其原理图如图 2 所示。

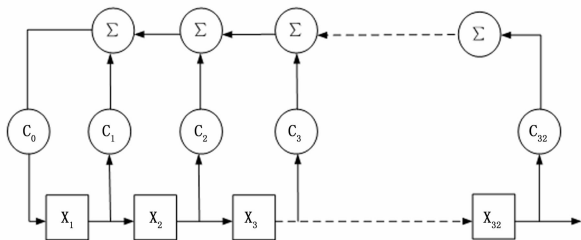


图 2 m 序列生成原理图

利用 Quartus II (Quartus II 是 Altera 公司的综合性 PLD/FPGA 开发软件) 来生成 m 序列，优点在于设计方法简单且便于仿真实现。

m 序列在竖直上呈均与分布，要讲均匀分布转换为高斯分布，并且考虑到硬件资源的消耗与实时性等问题，本文采用

映射法来获得高斯分布。服从 $[0, 1]$ 均匀分布与服从 $(0, 1)$ 高斯分布的映射关系如图 3 所示。它们之间的映射关系可以用 $y = g(x)$ 来表示。其中 x 服从 $[1, 2^{32} - 1]$ 区间内的均匀分布， y 服从方差为 1，均值为 0 的高斯分布。由于高斯分布是中值部分分布密集，向两边逐渐减少，鉴于它的这种特点， y 只在 $[-4, 4]$ 之间取值即可。从图中可以看到，均匀噪声与高斯噪声关于 $(0.5, 0)$ 对称，在计算时可省去一半的计算量，同时节省了存储器的空间^[6]。将 y 进行量化处理，在区间 $[-4, 4]$ 上把 y 分成均匀分布的区间块并计算出对应的数值，对区间块进行物理空间分配，建立对应于 x 数值的 y 的映射表，通过查表法来获得高斯白噪声。

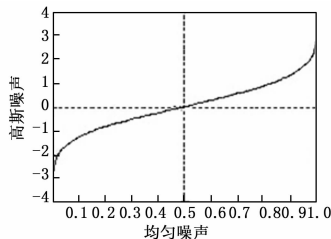


图 3 均匀分布与高斯分布映射关系

将高斯化后的 m 序列进行白化处理， m 序列的白化过程主要分为两个部分：噪声模型辨识和模型白化补偿。文 [11] 中所提出的伪随机序列白化过程，即通过对 m 序列建立其 AR 模型 $p(n)$ ，通过 Z 变化和取反获得白化滤波器模型 $\hat{p}^{-1}(z)$ ，将 $p(n)$ 通过 $\hat{p}^{-1}(z)$ ，即可获得白化后的白噪声模型 $W_k(n)$ 。

1.2 高斯有色噪声的生成与调色

根据随机信号谱分解定理，通过有色噪声模型对高斯白噪声滤波可以获得高斯有色噪声。一般来说， Z 域的传递函数模型和离散时域序列都可以精确描述有色噪声，考虑到易于在电路上实现，本文选用自回归—滑动平均模型 (ARMA 模型) 产生高斯有色噪声，ARMA 模型是由自回归模型 (AR 模型) 与滑动平均模型 (MA 模型) 混合构成^[7]。因其既具有极点，又具有零点，所以可以精确获得噪声功率谱中的峰值和谷值部分，模型的离散形式为：

$$x(n) = \sum_{i=1}^p a_i x(n-i) + \sum_{j=0}^q b_j w(n-j) \quad (3)$$

当 $b_0 = 1$ 时，对上式进行 Z 变化可以达到离散的频域 ARMA 模型：

$$b_0 = 1 \quad (4)$$

ARMA 模型中包含了 p 个自回归项和 q 个滑动平均项，它是 ARMA 模型的差分表达式，将高斯白噪声通过参数不同的 ARMA 模型可以获得频谱不同的高斯有色噪声。

公式 (3)、(4) 中不同的参数对应着不同的噪声颜色，例如：一种最常见有色噪声——粉红噪声，其离散的频域和时域 ARMA 模型分别可以表示为^[8]：

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{1 + 0.5z^{-1} - 0.125z^{-2} + 0.063z^{-3} - 0.036z^{-4} - 0.026z^{-5} + 0.007z^{-6} - 0.005z^{-7}}{1 - 0.5z^{-1} - 0.125z^{-2} - 0.063z^{-3} - 0.036z^{-4} + 0.026z^{-5} + 0.007z^{-6} + 0.005z^{-7}} \quad (5)$$

$$x(n) = 0.5x(n-1) + 0.125x(n-2) + 0.063x(n-3) + 0.036x(n-4) - 0.026x(n-5) - 0.007x(n-6) - 0.005x(n-7) + u(n) + 0.5u(n-1) - 0.125u(n-2) + 0.063u(n-3) - 0.036u(n-4) - 0.026u(n-5) + 0.007u(n-6) - 0.005u(n-7) \quad (6)$$

当 (3) (4) 的参数中 $a_i = 0; j = 0$ 时, $b_0 = 1; j \neq 0$ 时, $b_j = 0$ 同时成立时, 输出白色噪声。

2 高斯有色噪声的 FPGA 实现

本文用 Cyclone IV 系列 EP4CE115F29C7N 芯片, 通过硬件描述语言 Verilog 来实现公式 (4) 的功能以完成高斯有色噪声的生成。Cyclone IV E 系列芯片具有低成本低功耗的 FPGA 架构, 有 266 个 18×18 乘法器, 并且有 4 个锁相环, 它还提供 15 个专用时钟管脚, 用于驱动多达 20 个全局时钟。基于以上的芯片特点, 在 Quartus II 平台上编写 FPGA 的程序, 从而实现公式 (5) 的功能。

2.1 系统结构及实现

这种基于 FPGA 的高斯有色噪声发生器由 m 序列, 生成单元、高斯化映射单元、ARMA 滤波单元三部分构成。用 Verilog 产生 m 序列发生器, 从而生成一系列随机数, 将均匀分布的随机数通过映射表转换为高斯分布的随机数, 通过这种映射关系完成高斯化, 从而得到高斯白噪声, 生成的高斯白噪声通过 ARMA 模型进行滤波, 最终得到高斯有色噪声。

通过运行 m 序列的程序可以得到伪随机序列, 为生成高斯白噪声做准备。

噪声高斯化是通过查表法来实现的。查表法也可称为 Look-Up Table (LUT), LUT 本质上就是一个 RAM, 本文中 Cyclone IV 系列使用的是 4 输入的 LUT, 每一个 LUT 可以当做一个有 4 位地址线的 16×1 的 RAM, 将逻辑电路提前进行描述, FPGA 就会根据逻辑电路将所有可能的结果进行计算, 并将结果写入 RAM。Cyclone IV 系列的 FPGA 的 RAM 采用 M9K, 同时它也可配置不同模式的 RAM 或 ROM。这样, 当一个信号被输入并进行逻辑运算时, 就相当于输入一个地址进行查表, 找到地址所对应的内容然后输出。

ARMA 模型公式如 (3) 所示, 可以看出, 式子主要由有色噪声信号 x 和白噪声信号 u 两部分组成。白噪声 u 经过 n 阶 ARMA 模型滤波生成有色噪声 $x(n)$, 公式 (6) 是一个 7 阶

ARMA 模型, 白噪声 u 经过 7 阶 ARMA 模型后则生成有色噪声 $x(7)$, 即粉红噪声。

2.2 硬件实现

基于 FPGA 有色噪声发生器的硬件框图如图 4 所示。从图中可知, LFSR N 级 m 序列生成电路产生伪随机序列, 通过滤波器模块将伪随机序列白化^[9]。由系统控制单元控制的 DDS 模块, 它主要由相位累加器、正弦查找表和 D/A 转换器三部分构成^[10]。在 FPGA 的平台上, 将波形的幅值/相位量化数据存储在 ROM 中, 按照已设定好的频率, 对相位依次进行累加, 将累加值作为地址码读取存放在存储器内, 经过 D/A 转换可得到需要的波形。将得到的波形与前面白化后的噪声经过合成运算模块, 生成一定精度的高斯白噪声。将该高斯白噪声输入参数一定的 ARMA 模型, 通过 D/A 转换, 并对功率参数进行调整, 就可以得到需要的具有不同功率谱密度的有色噪声。

将高斯白噪声滤波为高斯有色噪声的硬件电路, 是通过 ARMA 模型建立的 IIR 滤波器来实现的, 噪声的“调色”是通过调节 ARMA 模型系数 a_i 、 b_j 的数值来实现的, 通过增减系数模块可以控制噪声的精度。

基于 FPGA 的不同类型的系统设计可以用 Dsp builder 来完成, 本文选用 Dsp builder 作为 Simulink 与 Quartus II 的桥梁, 通过间接方法得到 IIR 滤波器的时序图。

Dsp builder 是内嵌在 Simulink 里的工具箱, 用以将 simulink 生成的系统模型图转化为在 quartus 中能够运行的 VHDL 语言。以公式 (5) 为模型设计 IIR 滤波器, 实现高斯白噪声向高斯有色噪声的转化。

图 5 是 7 阶 IIR 滤波器模型图

将 Simulink 生成的 mdl 文件通过 Signal compiler 转换成 VHDL 语言, 并生成可用于 Modelsim 的测试文件, 即得到 IIR 滤波器的时序图。图 6 为 IIR 滤波器的时序图。下图表明在 FPGA 中已实现 IIR 滤波器的功能。

经过验证, 该模型具有较好的滤波效果。

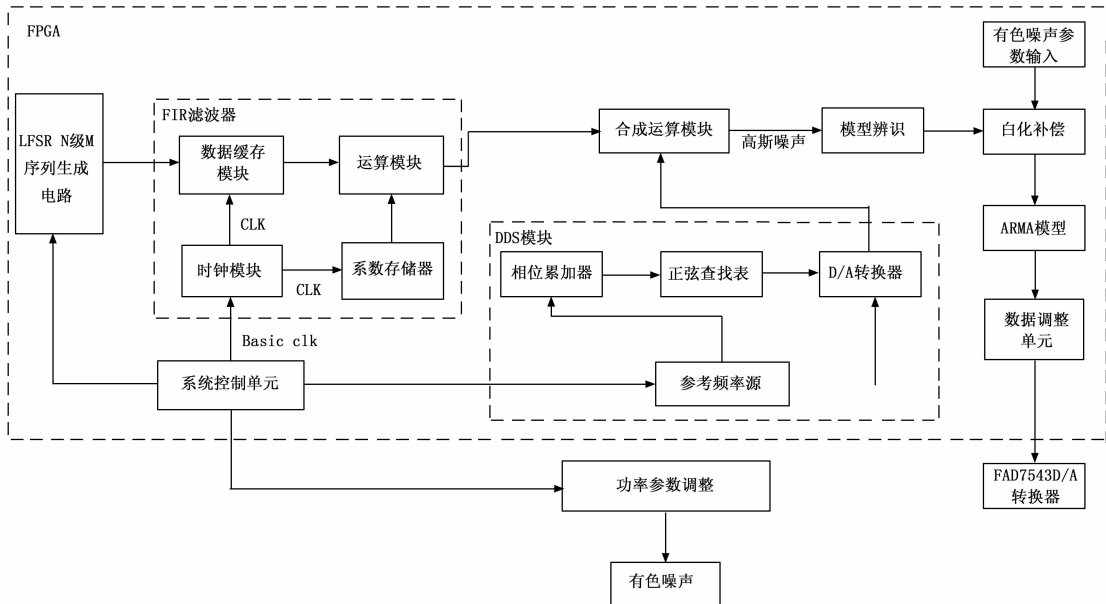


图 4 基于 FPGA 的噪声发生器硬件框图

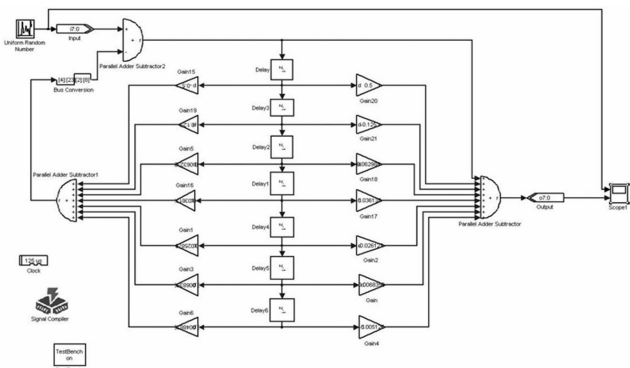


图 5 7 阶 IIR 滤波器模型图

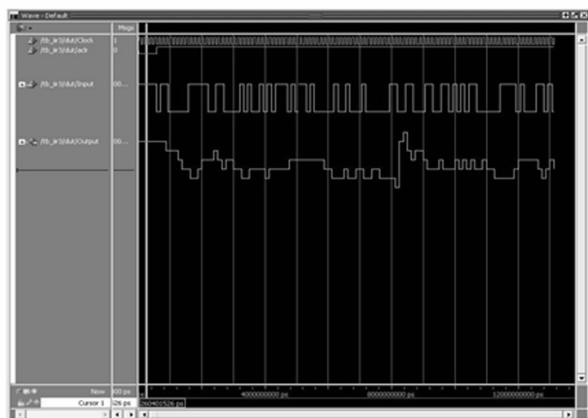


图 6 IIR 滤波器时序图

3 生成的噪声性能分析

这种有色噪声发生器可以产生各种频谱和幅值的高斯或非高斯有色噪声，也可以产生白噪声。例如，根据式 (6) 中有色噪声的具体形式，可以得到高斯有色噪声功率谱密度图及对数坐标下的对数功率谱，分别如如图 7 (a) 和图 7 (b) 所示。

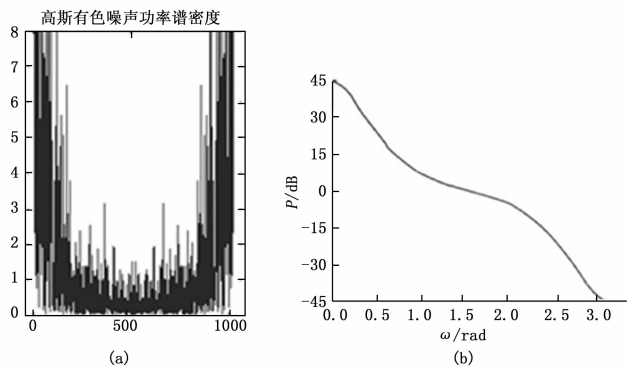


图 7 高斯有色噪声功率谱图

由图 7 (b) 可以看出，随着频率的增加，功率谱线出现了一定的波动，但总体仍然保持一条倾斜的直线下降。进行多次测试可以得到直线的斜率最大可达到 -3.4 dB/oct ，最小为 -2.6 dB/oct ，基本保持在 -3 dB/oct 左右。测试结果表明该功率谱估计结果与理想有色噪声性质符合。

图 8 是噪声发生器产生的高斯白噪声功率谱图。

从图 8 (a) 中得知，高斯白噪声在各频段能量分布均匀，这表明随机数是相互独立且呈现白色，将其主要信息进行轮廓

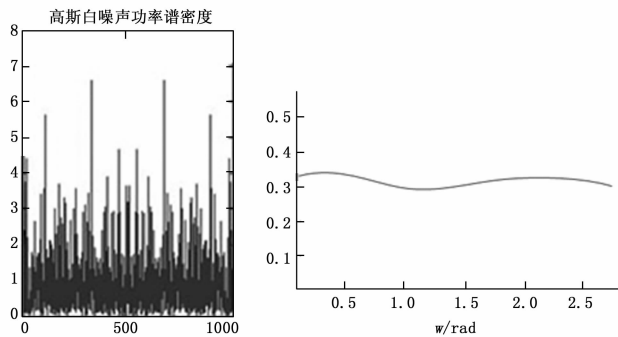


图 8 高斯白噪声功率谱图

提取，可以得到一条近平滑的水平直线，即图 8 (b)。在图 8 (b) 中，均值在 0.3 上下浮动，波动幅度小于均值的 3%，功率谱近似为常数，符合高斯白噪声功率谱密度分布的特点。

以上测试结果表明有色噪声随着频率从低频到高频的增大，其功率谱密度以每倍频程 3 dB 的速度下降。白噪声功率谱密度则均匀分布。可见噪声性能指标良好。

4 结论

本文根据随机信号谱分解定理，提出了一种高斯有色噪声的生成方法，并将该方法在 FPGA 上实现，通过调整 ARMA 模型参数得到不同频率谱的噪声，即不同“颜色”的有色噪声。该发生器结构简单、使用方便、噪声参数灵活可调，实验结果表明：噪声频谱宽、信号精度高，能够满足不同行业对不同噪声“颜色”的需求。

参考文献:

- [1] Suzuki S, Kawada T, Ogawa M, et al. Sleep deepening effect of steady pink noise [J]. Journal of Sound and Vibration, 1991, 151 (3): 407-414.
- [2] Grebenyuk E A. Estimation of Parameters and Arrival Instants of a Signal in a Color Noise Background [J]. Automation and Remote Control, 2003, Vol. 64 (8), pp. 1250-1258.
- [3] 郑南宁. 数字信号处理 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 1999.
- [4] 黄本雄, 侯洁, 胡海. 高斯白噪声发生器在 FPGA 中的实现 [J]. 微计算机信息, 2007, 23 (7-2): 165-167.
- [5] 蒋权, 姚振东, 李健, 等. 基于 FPGA 的 m 序列信号发生器设计 [J]. 电子设计工程, 2014, 22 (13): 155-157.
- [6] 汪春霆, 李国修, 王爱华. 基于 FPGA 的高精度高斯白噪声产生方法 [J]. 北京理工大学学报, 2010, 30 (4): 474-477.
- [7] Saadi S, Guessoum A, Bettayeb M. ABC optimized neural network model for image deblurring with its FPGA implementation [J]. Microprocessors and Microsystems, 2013, Vol. 37 (1), pp. 52-64.
- [8] 吕鹏, 周强, 谭雅丽. 生成粉红噪声的 ARMA 模型 [J]. 数据采集与处理, 2011, 26 (6): 728-732.
- [9] 艾余雄, 寇艳红. 一种基于 FPGA 的高斯白噪声发生器的设计与实现 [J]. 遥测遥控, 2009, 30 (6): 36-40.
- [10] 曹郑蛟, 滕召胜, 等. 基于 FPGA 的 DDS 信号发生器 [J]. 计算机测量与控制, 2011, 19 (12): 3175-3177.
- [11] 周强, 吕鹏, 任鹏. 非平稳伪随机序列的白化方法 [J]. 信息与控制, 2012, 41 (4): 465-471.