

基于抗差估计的全姿态多位置寻北

张东方, 郭晓松, 薛海建, 周召发

(第二炮兵工程大学 兵器发射理论与技术国家重点学科实验室, 西安 710025)

摘要: 为解决寻北过程中需要人工调平而耗时较长的问题, 结合全姿态多位置寻北模型, 采用总体最小二乘法估算北向角; 该算法将陀螺漂移转化为测量误差, 而转台倾斜误差、轴系误差及安装误差等同系数矩阵误差, 在忽略较少误差项的同时完成寻北过程; 并根据实际数据中含有粗差的情况, 提出抗差总体最小二乘方法, 引入 IGG III 等价权函数消除粗差数据的影响, 从而提高算法在含有粗差数据时的寻北精度; 仿真数据分析和实验结果表明: 该算法能有效削弱粗差对寻北精度的影响, 实现全姿态高精度寻北。

关键词: 全姿态寻北; 总体最小二乘; 粗差; 抗差估计

Multi-position North-seeking at All-attitude Based on Robust Estimation

Zhang Dongfang, Guo Xiaosong, Xue Haijian, Zhou Zhaofa

(State Key Discipline Laboratory of Armament Launch Theory and Technology, the Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China)

Abstract: To solve the problem of North-seeking that need artificial leveling and time-consuming issue, the total least squares estimate north Angle is adopted, combined with the Multi-position North-seeking model. To ignore less error terms of in the North-seeking process, gyroscopic drift can be converted to measurement error, the tilt error, the shafting error and setting error can equal to coefficient matrix error. According to the actual data contains outlier, the Robust Total Least Squares method is proposed. Introducing the IGG III equivalent weight function to eliminate the influence of gross error data, thus find the precision of algorithm. The results of emulation and experimental examination show that the algorithm can weaken the effect of outlier and can realize the whole attitude to find north.

Keywords: multi-position north-seeking; total least squares; outlier; robust estimation

0 引言

捷联寻北仪是一种自主的定向装置, 利用地球自转角速度在陀螺输入轴上的分量来测量地理北向, 在军事和民用领域有着广泛的用途。根据一个周期内测量点位置多少, 可分为二位置寻北^[1-2]、四位置寻北^[3]、多位置寻北^[4-6]和旋转调制寻北^[7]。多位置寻北^[8]能够有效克服陀螺漂移的影响且不要求转台的恒速旋转, 是目前国内外研究的热点课题。

针对多位置寻北中存在的陀螺漂移、转台倾斜误差、轴系误差及安装误差, 文献[4]忽略转台倾斜误差, 只在调平状态下寻北, 调平耗时长不满足快速寻北的要求; 文献[5]利用加速计补偿转台倾斜误差, 但对其他误差项进行简化处理, 并采用最小二乘估算北向角。最小二乘估计^[9]中只考虑观测量的误差, 而未考虑系数阵的误差。若采集数据中含有粗差, 最小二乘估计不具有抗差性, Kalman滤波算法则需要建立准确的观测噪声模型, 小波阈值消噪^[10-11]可以有效消除白噪声和宽带噪声, 但是对一些低频有色噪声消噪效果不理想, 对于脉冲噪声更是无能为力。抗差总体最小二乘估

计^[12-13]不仅顾及系数矩阵和观测量均存在误差的情况, 还能够剔除粗差、合理利用有用信息。本文在推导全姿态多位置寻北模型的基础上, 将加速度计零偏误差和轴系误差带入系数矩阵, 陀螺随机漂移视为测量误差, 采用抗差总体最小二乘估算北向角。仿真实验表明, 抗差总体最小二乘具有抗差性且能满足精度要求; 最后利用实验室转台采集惯组输出数据, 验证了算法的有效性。

1 全姿态多位置寻北原理

采用捷联式多位置全姿态寻北技术, 将由单光纤陀螺和 2 个石英挠性加速度计构成的寻北仪放置转台中心。首先建立相应坐标系, 地理坐标系 $Ox_n Y_n Z_n$, 其方向分别为东、北、天, 载体坐标系 $Ox_b Y_b Z_b$, 方向为右、前、上, 以及测量坐标系 $Ox_m Y_m Z_m$ 。地理坐标系经过三次旋转得到载体坐标系, 由 $Ox_n Y_n Z_n \xrightarrow{\varphi} Ox_1 Y_1 Z_1 \xrightarrow{\theta} Ox_2 Y_2 Z_2 \xrightarrow{\gamma} Ox_b Y_b Z_b$ (如图 1) 可得, 地理坐标系 $Ox_n Y_n Z_n$ 到载体坐标系 $Ox_b Y_b Z_b$ 的转换矩阵为

$$C_n^b = C_2^1 C_1^n = \begin{bmatrix} \cos\gamma & 0 & -\sin\gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\gamma & 0 & \cos\gamma \end{bmatrix} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

收稿日期: 2015-01-18; 修回日期: 2015-03-24。

作者简介: 张东方(通讯作者)(1990-), 男, 河南周口人, 硕士研究生, 主要从事车载定位定向方向的研究。

郭晓松(1957-), 男, 河南镇平人, 教授, 博士生导师, 主要从事定位定向与基准传递等方向的研究。

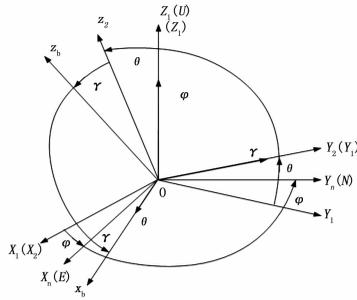


图 1 地理坐标系与载体坐标系的相对系

$$\begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\gamma - \sin\varphi\sin\theta\sin\gamma & \cos\varphi\sin\theta\sin\gamma + \sin\varphi\cos\gamma & -\cos\theta\sin\gamma \\ -\sin\varphi\cos\theta & \cos\varphi\cos\theta & \sin\theta \\ \sin\varphi\sin\theta\cos\gamma + \cos\varphi\sin\gamma & \sin\varphi\sin\gamma - \cos\varphi\sin\theta\cos\gamma & \cos\theta\cos\gamma \end{bmatrix}$$

其中: φ, θ, γ 分别为方位角、俯仰角和横滚角。

在地理坐标系 $OX_n Y_n Z_n$ 中, 地球自转角速度 ω_{ie} 在各轴上的分量可表示为:

$$\omega_{ie}^n = [0 \quad \omega_{ie} \cos L \quad \omega_{ie} \sin L]^T \quad (1)$$

而载体坐标系到测量坐标系的旋转矩阵为:

$$C_n^m = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

因此陀螺仪所敏感到的地球自转角速度分量为:

$$\omega_{ie}^m = C_n^m C_n^b \omega_{ie} =$$

$$\begin{bmatrix} [(\cos\varphi\sin\theta\sin\gamma + \sin\varphi\cos\gamma)\cos\alpha + \cos\varphi\cos\theta\sin\alpha]\omega_{ie} \cos L + [\sin\theta\sin\alpha - \cos\alpha\cos\theta\sin\gamma]\omega_{ie} \sin L \\ [\cos\varphi\cos\theta\cos\alpha - \sin\alpha(\cos\varphi\sin\theta\sin\gamma + \sin\varphi\cos\gamma)]\omega_{ie} \cos L + [\sin\alpha\cos\theta\sin\gamma + \cos\alpha\sin\theta]\omega_{ie} \sin L \\ [\sin\varphi\sin\gamma - \cos\varphi\sin\theta\cos\gamma]\omega_{ie} \cos L + \cos\theta\cos\gamma\omega_{ie} \sin L \end{bmatrix} \quad (3)$$

陀螺仪敏感轴与测量坐标系 Y_m 轴重合, 加速计敏感轴分别与 X_m 轴和 Y_m 轴重合。定点采样时, 转台从开始初始位置 P_0 开始, 每次按顺时针方向转动固定角度 $\Omega = \frac{2\pi}{n}$, 采集一周共转动 n 个位置, 在每个转角位置停顿相同时间采集陀螺和加速计信号。

对于 g_x^b, g_y^b 可由两只加速度计的测量值得到。重力加速度在载体坐标系 b 中 X 轴、 Y 轴上的分量为:

$$\begin{cases} g_x^b = -g \sin\gamma \cos\theta \\ g_y^b = g \sin\theta \end{cases} \quad (4)$$

在不忽略加速度计零偏的情况下, 加速度计的实际输出值为:

$$\begin{cases} \hat{g}_x^b = -g \sin\gamma \cos\theta + \nabla \\ \hat{g}_y^b = g \sin\theta + \nabla \end{cases} \quad (5)$$

根据加速计输出可实时得到转台姿态角为:

$$\begin{cases} \theta = \arcsin\left(\frac{\hat{g}_y^b - \nabla}{g}\right) \\ \gamma = -\arcsin\left(\frac{\hat{g}_x^b - \nabla}{g \cos\theta}\right) \end{cases} \quad (6)$$

光纤陀螺敏感轴的输出可表达为:

$$\omega_y^m(i) = \epsilon_0 + \epsilon_1 + K\omega_{ie} \{(\cos\varphi\cos\theta\cos L - \sin\theta\sin L)\cos\Omega i -$$

$$[(\cos\varphi\sin\theta\sin\gamma + \sin\varphi\cos\gamma)\cos L - \cos\theta\sin\gamma\sin L]\sin\Omega i\} \quad (7)$$

其中: K 为标度因数, ω_{ie} 为地球自转角速率, ϵ_0 为常值漂移, ϵ_i 为陀螺的随机漂移, L 为当地地理纬度, $i = 1, 2, \dots, n$ 。

对式 (7) 进行三角函数展开可得:

$$\omega(i) = C\cos\alpha_i + D\sin\alpha_i + W \quad (8)$$

其中:

$$\begin{cases} C = K\omega_{ie} (\cos\varphi\cos\theta\cos L - \sin\theta\sin L) \\ D = -K\omega_{ie} [(\cos\varphi\sin\theta\sin\gamma + \sin\varphi\cos\gamma)\cos L - \cos\theta\sin\gamma\sin L] \\ W = \epsilon_0 + \epsilon_i \\ \alpha_i = \Omega i \end{cases}$$

由此可构造矩阵为:

$$A = \begin{bmatrix} \cos\alpha_1 & \sin\alpha_1 \\ \cos\alpha_2 & \sin\alpha_2 \\ \vdots & \vdots \\ \cos\alpha_n & \sin\alpha_n \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} \omega(1) \\ \omega(2) \\ \vdots \\ \omega(n) \end{bmatrix}$$

$$\Delta Y = \begin{bmatrix} \epsilon_0 + \epsilon_1 \\ \epsilon_0 + \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_0 + \epsilon_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} \hat{C} \\ \hat{D} \end{bmatrix}$$

式 (8) 可用矩阵表示为

$$Y + \Delta Y = AX \quad (9)$$

根据陀螺和加速度计的输出表达式, 可得式 (9) 中含有北向角和转台倾斜角的信息, 通过解算求得北向角, 即完成整个全姿态寻北过程。

2 全姿态寻北算法

2.1 总体最小二乘寻北

传统最小二乘估计一般只考虑观测量的误差, 假设系数矩阵没有误差或不考虑系数矩阵的误差。然而在实际数据采集过程中, 观测量和系数矩阵都含有误差的情况是存在的, 总体最小二乘法则是一种解决系数矩阵和观测量均存在误差的有效方法。

总体最小二乘问题的数学模型为:

$$Y + \Delta Y = (A + \Delta A)X \quad (10)$$

式 (10) 中, ΔY 和 ΔA 分别为观测值和系数矩阵元素的随机误差, 服从零均值和相同的方差; $R(A) = m < n; Y$ 是 $n \times 1$ 的观测量; A 是 $n \times m$ 的系数矩阵; X 是 $m \times 1$ 的待估参数。

总体最小二乘的准则为:

$$\min_{[\Delta Y; \Delta A]} \|[\Delta A; \Delta Y]\|_F$$

式中, $\| \cdot \|_F$ 表示 Frobenius 范数, $[\Delta A; \Delta Y]$ 表示 $n \times (m+1)$ 的增广矩阵。

采用拉格朗日极值原理求解总体最小二乘解, 根据数学模型, 总体最小二乘准则可以具体表示为:

$$e_A^T e_A + e_Y^T e_Y = \min \quad (11)$$

式 (11) 中, $e_A = \text{vec}(\Delta A)$ 是将误差矩阵 ΔA 按列拉直得到的列向量, 排列顺序为从左到右。

由此, 根据模型可得拉格朗日极值函数为:

$$\Phi = e_A^T e_A + e_Y^T e_Y + 2\lambda^T \cdot (Y + \Delta Y - AX - (X^T \otimes I_n) \Delta A) \quad (12)$$

式 (12) 中, λ 为 $n \times 1$ 阶的拉格朗日乘子; \odot 表示 Kronecker 积, $\Delta A \cdot X = (X^T \odot I_n) \Delta A$, 对式求偏导得到拉格朗日条件为:

$$\frac{1}{2} \frac{\delta \Phi}{\delta \Delta Y} \Big|_{\Delta Y, \Delta A, \hat{\lambda}, X} = \Delta \hat{Y} + \hat{\lambda} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\delta \Phi}{\delta \Delta A} \Big|_{\Delta Y, \Delta A, \hat{\lambda}, X} = \Delta \hat{A} - (\hat{X}^T \odot I_n) \hat{\lambda} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\delta \Phi}{\delta \hat{\lambda}} \Big|_{\Delta Y, \Delta A, \hat{\lambda}, X} = Y + \Delta \hat{Y} - A \hat{X} - (\hat{X}^T \odot I_n) \Delta \hat{A} = 0 \quad (15)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\delta \Phi}{\delta \hat{X}} \Big|_{\Delta Y, \Delta A, \hat{\lambda}, X} = -A^T \hat{\lambda} - \Delta \hat{A}^T \hat{\lambda} = 0 \quad (16)$$

式 (13) ~ (16) 中, \hat{X} 和 $\hat{\lambda}$ 表示估值; $\Delta \hat{Y}$ 和 $\Delta \hat{A}$ 表示误差的预测向量。整理可得到:

$$Y - A \hat{X} = \lambda(1 + \hat{X}^T \hat{X}) \quad (17)$$

根据式 (13) 可得:

$$\hat{\lambda} = (Y - A \hat{X})(1 + \hat{X}^T \hat{X})^{-1} = -\Delta \hat{Y} \quad (18)$$

将式 (18) 带入式 (14) 可得:

$$\Delta \hat{A} = \hat{\lambda} \hat{X}^T = \hat{\lambda} = (Y - A \hat{X})(1 + \hat{X}^T \hat{X})^{-1} \hat{X}^T \quad (19)$$

整理公式 (17)、(18) 和 (19) 可得:

$$\hat{X} = (A^T A)^{-1} A^T Y \quad (20)$$

根据 $\hat{v} = \Delta \hat{A}^T \Delta \hat{A} + \Delta \hat{Y}^T \Delta \hat{Y}$, 可得到:

$$\hat{v} = \frac{(Y - A \hat{X})^T (Y - A \hat{X})}{(1 + \hat{X}^T \hat{X})} \quad (21)$$

根据陀螺输出矩阵表达式, 可将陀螺的随机漂移 W 等同观测测量误差, 由于加速度计存在零偏和轴系的安装误差导致转位误差为 Δ , 即有:

$$\begin{cases} \Delta Y = W \\ \Delta A = \begin{bmatrix} \cos(a_1 + \Delta) - \cos a_1 & \sin(a_1 + \Delta) - \sin a_1 \\ \cos(a_2 + \Delta) - \cos a_2 & \sin(a_2 + \Delta) - \sin a_2 \\ \vdots & \vdots \\ \cos(a_n + \Delta) - \cos a_n & \sin(a_n + \Delta) - \sin a_n \end{bmatrix} \end{cases}$$

因此可将式 (9) 转化为总体最小二乘模型 (10)。根据总体最小二乘准则, 利用迭代解法求解北向角:

第一步: $v^{(0)} = 0, X^{(1)} = (A^T A)^{-1} A^T Y$;

第二步: $v^{(i)} = \frac{(Y - A X^{(i)})^T (Y - A X^{(i)})}{(1 + (X^{(i)})^T X^{(i)})}$;

第三步: $X^{(i+1)} = (A^T A - v^{(i)} I_m)^{-1} A^T Y$;

第四步: 重复第二步, 直到 $\|X^{(k+1)} - X^k\| < 1e-4$ 终止迭代;

第五步: 根据估算的向量 \hat{X} , 提取含有方位信息的值得解得方位角为:

$$\hat{\varphi}_p = \arccos\left(\frac{\hat{C}_p + K w_w \sin \theta \sin L}{K w_w \cos \theta \cos L}\right) \quad (22)$$

2.2 抗差总体最小二乘寻北

若输出数据中存在粗大误差 (简称粗差), 则会影响总体最小二乘的估算精度。针对粗差无法避免的情况, 选择适当的抗差方法可以充分利用有效数据, 消除有害数据。抗差总体最小二乘估计的抗差实质体现在等价权上, 等价权函数一般由正态分布统计量构造, 常用的 IGG III 等价权函数为

$$\bar{p}_i = \begin{cases} p_i & |\tilde{v}_i| \leq k_0 \\ p_i \frac{k_0}{|\tilde{v}_i|} \left(\frac{k_1 - |\tilde{v}_i|}{k_1 - k_0}\right)^2 & k_0 < |\tilde{v}_i| \leq k_1 \\ 0 & |\tilde{v}_i| \geq k_1 \end{cases} \quad (23)$$

式 (23) 中, p_i 为观测值的先验权, $|\tilde{v}_i| = \left| \frac{v_i}{\sigma_i} \right|$ 为标准化残差的绝对值。 $\sigma_i = \frac{\hat{\sigma}_0}{\sqrt{p_i}}$, $\hat{\sigma}_0$ 为均方差因子估值。 k_0 和 k_1 为 IGG III 等价权函数的临界值, $k_0 \in [1.0 \sim 1.5], k_1 \in [2.5 \sim 3.0]$ 。一般情况下取经验值 $k_0 = 1.5, k_1 = 2.5$ 。

根据总体最小二乘准则, 可得到抗差总体最小准则为:

$$e_A^T \bar{P}_A e_A + e_Y^T \bar{P}_Y e_Y = \min \quad (24)$$

根据式 (21) 可知, 其残差可表示为

$$v^{(i)} = \frac{(Y - A X^{(i)})^T P_i (Y - A X^{(i)})}{(1 + (X^{(i)})^T X^{(i)})} \quad (25)$$

因此, 抗差总体最小二乘的迭代解法求解北向角:

第一步: $v^{(0)} = 0, \bar{X}^{(1)} = (A^T A)^{-1} A^T Y$;

第二步: $\bar{v}^{(i)} = \frac{(Y - A \bar{X}^{(i)})^T \bar{P}_i (Y - A \bar{X}^{(i)})}{(1 + (\bar{X}^{(i)})^T \bar{X}^{(i)})}$;

第三步: $\bar{X}^{(i+1)} = (A^T A - \bar{v}^{(i)} I_m)^{-1} A^T Y$;

第四步: 重复第二步, 直到 $\|\bar{X}^{(k+1)} - \bar{X}^k\| < 1e-4$ 终止迭代;

第五步: 根据估算的向量 $\hat{\bar{X}}$, 提取含有方位信息的值得解得方位角为:

$$\hat{\varphi}_p = \arccos\left(\frac{\hat{C}_p + K w_w \sin \theta \sin L}{K w_w \cos \theta \cos L}\right) \quad (26)$$

3 数据处理及结果分析

3.1 仿真及数据处理

根据式 (7) 运用 Matlab 工具进行仿真。假设陀螺零漂 $\frac{0.02^\circ}{h}$, 加速度计零偏为 $100 \mu g$, 初始方位角 $\varphi = 30^\circ$, 俯仰角 $\theta = 0.1^\circ$, 横滚角 $\gamma = 0.1^\circ$, 其采样频率为 200 Hz, 位置数 $n=36$, 在每个转角位置采样相同时间 10 s, 各位置采集的陀螺数据直接求平均值。针对有无粗差, 分别对 10 组数据, 对比最小二乘 (LS)、总体最小二乘 (TLS) 和抗差总体最小二乘 (RTLS) 的寻北值。

表 1 仿真条件下的数据处理结果

	无粗差			含粗差		
	LS	TLS	RTLS	LS	TLS	RTLS
1	29.8932	29.9684	29.9856	31.2901	30.9735	30.0891
2	30.3090	30.0909	30.0826	30.8891	30.5871	30.0194
3	30.2586	29.9838	29.9849	29.4214	29.5790	30.0257
4	29.9711	29.9914	29.9955	29.2576	29.4584	30.0334
5	30.2939	29.9857	29.9876	29.3757	29.3946	29.9645
6	29.8011	30.1299	30.1240	29.6339	29.7753	29.9796
7	30.2139	30.0276	29.9879	30.6414	30.5195	29.9814
8	30.2257	30.1097	30.0350	29.5402	29.5300	30.0257
9	30.2096	30.0166	30.0123	29.6125	29.6848	29.9658
10	29.9540	29.9766	30.0012	29.6597	29.7184	30.0138
标准差 (σ)	0.0496	0.0420	0.0206	0.2167	0.1905	0.0232

3.2 实验及数据处理

在双轴精密转台上, 利用某光纤陀螺惯组进行寻北实验,

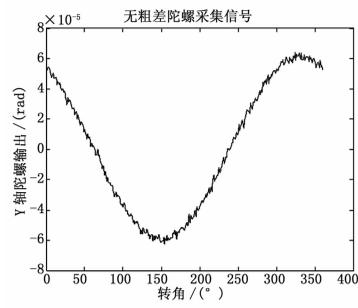


图 2 无粗差的陀螺输出

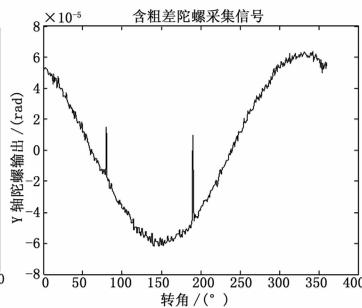


图 3 含粗差的陀螺输出

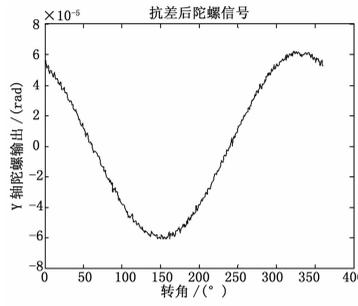


图 4 抗差后陀螺输出

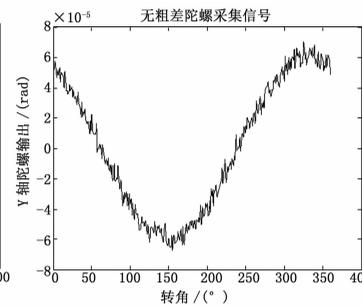


图 5 无粗差的实验陀螺输出

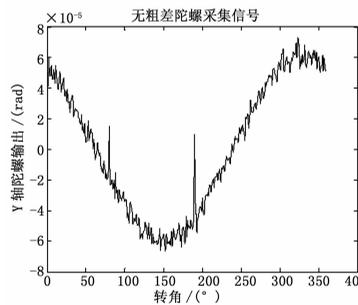


图 6 含粗差的实验陀螺输出

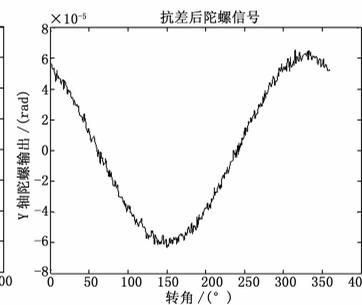


图 7 抗差后的实验陀螺输出

所用陀螺的零漂为 $\frac{0.02^\circ}{h}$, 加速度计的零偏为 $100 \mu\text{g}$, 针对 $n = 36$ 时, 进行 10 组实验; 采集数据中, 人为产生震动, 制造粗差, 处理相关数据如下:

4 结论

本文针对陀螺漂移、加速计零偏、转位误差和轴系误差存在的情况, 将其转化为测量误差和系数矩阵误差, 利用总体最小二乘求解北向角。在仿真条件下, 无粗差时, 总体最小二乘和抗差总体最小二乘结果接近, 精度明显优于最小二乘; 数据存在粗差时, 最小二乘和总体最小二乘估计值不可靠, 不具有抗差性, 抗差总体最小二乘具有抗差性并能够满足寻北精度要求。此外, 通过实验室转台采集实验数据, 验证该算法的可行

表 2 实验条件的数据处理结果

	无粗差			含粗差		
	LS	TLS	RTLS	LS	TLS	RTLS
1	29.8952	29.8984	29.9634	30.9603	30.9610	30.0611
2	30.2651	30.2842	30.1032	31.0126	30.6931	30.0554
3	30.2586	30.2035	29.9763	29.3594	29.5013	30.0342
4	29.9652	29.9749	29.9842	29.5492	29.5491	30.0468
5	30.1849	29.9604	29.9735	29.4103	29.4576	29.9765
6	29.8264	30.1086	30.1040	30.3175	30.3022	29.9624
7	30.1094	30.1376	29.9793	30.4658	30.4186	30.0449
8	30.1189	30.0534	30.0350	29.3651	29.6124	30.0586
9	30.1043	30.0864	30.0206	29.5524	29.6355	29.9766
10	29.9758	29.9852	30.0132	29.4365	29.3381	30.0243
标准差(σ)	0.0515	0.0424	0.0354	0.2457	0.2010	0.0285

性与实用性。

参考文献:

- [1] 蒋庆仙, 马小辉, 陈晓璧, 等. 光纤陀螺寻北仪的二位置寻北方案 [J]. 中国惯性技术学报, 2006, 14 (3): 1-5.
- [2] 龙文强, 秦继荣. 二位置数字捷联寻北仪的设计与实现 [J]. 火力与指挥控制, 2007, 32 (4): 97-111.
- [3] Zhang Y, Cao J L, Wu W Q, et al. The analysis of turntable error and arithmetic design for north-finder based on rate-biased RLG [J]. Advanced Materials Research, 2012, 383: 6313-6318.
- [4] 李敏, 王志乾, 黄波. 基于动调陀螺的多位置捷联寻北仪研制 [J]. 仪表技术与传感器, 2010 (5): 19-21.
- [5] 谢慕君, 谭旭光, 王志乾. 基于动调陀螺的多位置寻北仪的转位误差分析 [J]. 光电工程, 2008 (5): 1-5.
- [6] 王志乾, 赵继印, 谢慕君, 等. 基于倾斜补偿提高多位置捷联寻北精度的研究 [J]. 系统仿真学报, 2009 (4): 1-4.
- [7] 徐建华, 谢玲, 高亚楠, 等. 旋转调制式寻北仪滤波技术研究 [J]. 北京理工大学学报, 2005, 25 (8): 718-721.
- [8] 王立冬, 刘军, 鲁军. 多位置寻北误差与陀螺数据采集时间的关系 [J]. 中国惯性技术学报, 2011, 19 (3): 286-289.
- [9] 周江文, 黄幼才, 杨元喜. 抗差最小二乘法 [M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1997.
- [10] 万彦辉, 秦永元. 小波分析在陀螺信号滤波中的研究 [J]. 压电与声光, 2005, 27 (4): 455-457.
- [11] 霍炬, 王石静, 杨明, 等. 基于小波变换阈值法处理光纤陀螺信号噪声 [J]. 中国惯性技术学报, 2008, 16 (3): 343-347.
- [12] 陈玮娟, 袁庆. 抗差总体最小二乘法 [J]. 大地测量与地球动力学, 2010, 32 (6): 112-113.
- [13] 周江文. 抗差最小二乘法 [M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1997.