

# 一种 GPS 载波相位差分相对定位算法

王艳丽<sup>1</sup>, 雷继兆<sup>2</sup>, 赵 笛<sup>1</sup>

(1. 航天东方红卫星有限公司, 北京 100094;

2. 中国空间技术研究院 通信卫星事业部, 北京 100094)

**摘要:** 导航定位技术是空间卫星交会对接任务的关键技术; 导航定位精度要求达到厘米级, 工程实现难度大; 为了解决该问题, 文章基于卫星交会对接任务需求, 提出采用 GPS 载波相位差分相对定位算法对卫星进行高精度导航定位; 该算法利用测量之间的强相关性, 通过误差消除获得高测量精度; 同时, 应用该算法结合星载 GPS 天线进行了外场试验验证; 试验结果表明, GPS 载波相位差分相对定位算法精度达到厘米级, 可以满足卫星交会对接任务的导航定位测量要求。

**关键词:** 相对定位; 载波相位差分; 交会对接

## An Differential Carrier Phase Algorithm of GPS Static Relative Positioning

Wang Yanli<sup>1</sup>, Lei Jizhao<sup>2</sup>, Zhao Di<sup>1</sup>

(1. DFH Satellite Co., Ltd Beijing., 100094, China;

2. Institute of Telecommunication Satellite, CAST, Beijing 100094, China)

**Abstract:** Navigation and positioning is a critic technique of satellite rendezvous and docking mission. To meet the requirements of the mission, the positioning precision must up to the centimeter level, which is difficult in engineering. According to satellite rendezvous and docking mission requirement, the paper adopts an differential carrier phase algorithm of GPS static relative positioning to solve the problem. The algorithm utilizes the relation of positioning measurement to obtain high precision through eliminating the error. The paper designs an outfield experiment combined with satellite-borne GPS antenna. Numerical test results show that precision of the algorithm can be up to the centimeter level and the algorithm can be applied to the satellite rendezvous and docking mission.

**Keywords:** relative positioning; differential carrier phase; spacecrafts rendezvous

### 0 引言

目前, 就工程应用而言, 基于 GPS 的相对定位算法主要有位置差分、伪距差分、载波相位平滑伪距差分、载波相位差分 4 种, 这几种处理算法按上述顺序处理精度逐渐提高。载波相位测量顾名思义, 是利用 GPS 卫星发射的载波为测距信号。由于载波的波长 ( $\lambda_{L1} = 19 \text{ cm}$ ,  $\lambda_{L2} = 24 \text{ cm}$ ) 比测距码波长要短得多, 因此对载波进行相位测量, 就可能得到较高的测量定位精度。

本文介绍了 GPS 相对定位载波相位差分算法<sup>[1]</sup>, 将 GPS 载波相位差分技术应用于航天器自主对接, 介绍了一种在单频接收机条件下的整周模糊度求解方法, 首先利用标准最小二乘获得模糊度参数和其它未知参数的实数值估计, 而后通过 LAMBDA (least-squares Ambiguity decorrelation adjustment) 搜索法求解得到整周模糊度, 最后用 Ratio 检验方法实现相对定位。本文根据卫星任务需求, 结合星载 GPS 天线进行了大量的测试验证, 给出了交会对接任务中星载 GPS 接收机相对定位解算情况。

### 1 相对定位测量方案

GPS 定位技术是空间交会对接导航定位中的重要测量手

段, 尤其在近距离 (两飞行器之间相对距离小于 10 km) 情况下, 由于测量之间的强相关性, 采用载波相位相对定位技术可以消除大部分误差而获得厘米级的相对定位精度, 从而大大提高相对定位精度。

交会对接中两个沿轨道运行的 A 卫星和 B 卫星, 利用各自的 GPS 接收机接收天线视场内的 GPS 卫星信号, 从 GPS 测量数据中获取两者同时可见 GPS 卫星的测量数据, 在其中一个卫星上进行相对定位运算, 可以得到两者之间的相对位置和相对速度, 实现相对定位。相对定位信息对于交会对接尤为重要, 且两目标越靠近, 作用越重要。GPS 相对定位测量系统的构成如图 1 所示。

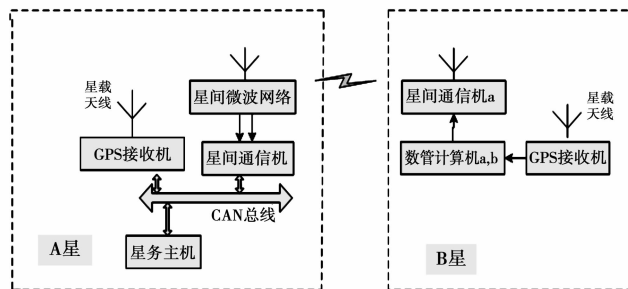


图 1 GPS 相对定位测量系统

收稿日期: 2014-11-05; 修回日期: 2015-01-09。

作者简介: 王艳丽 (1982-), 女, 陕西渭南人, 工程师, 主要从事小卫星测控系统设计方向的研究。

### 2 相对定位算法

GPS 载波基本观测方程为:

$$\varphi = \frac{R}{\lambda} - f\delta - t + \frac{b_D}{\lambda} + f\delta - t_{rel} + \frac{\delta\rho_{rot}}{\lambda} + \frac{\delta\rho_n}{\lambda} + \frac{\delta\rho_p}{\lambda} + \frac{\delta\rho_{mul}}{\lambda} - N + v_p \quad (1)$$

其中各个参数含义为： $\varphi$  为观测的载波相位观测值（周）； $R$  为星载 GPS 天线相位中心至 GPS 导航卫星的几何距离（m）； $\delta$  为导航星钟差（s）； $b_D$  为接收机钟差引起的测距误差（m）； $\delta - t_{rel}$  为相对论效应带来的时间误差（s）； $\delta\rho_{rot}$  为地球旋转引起的测距误差（m）； $\delta\rho_n$  为电离层延迟引起的测距误差（m）； $\delta\rho_p$  为对流层引起的测距误差（m）； $\delta\rho_{mul}$  为多路径效应引起的测距误差（m）； $N$  为导航信号载波相位初始整周模糊度（周）； $v_p$  为接收机载波相位测量热噪声（周）。

未知的初始的相位整周末知数  $N$ ，称之为相位整周模糊度。从历元 1 到历元  $t$  由接收机获得的各相位观测值中的整周数均与正确的整周数相差同一个整周数，称为初始历元整周末知数<sup>[2-3]</sup>。

通过 A、B 卫星同一颗导航星观测方程做差得单差方程，再对两颗导航星单差方程做差得到双差方程<sup>[4]</sup>，消除大部分误差项，得到双差观测的误差方程：

$$v_{bk} = \frac{1}{\lambda}(l_k^x \delta X_K + m_k^y \delta Y_K + n_k^z \delta Z_K) + N_{bk}^x - L_{bk}^x \quad (2)$$

方程中的待定参数为  $K$  点的坐标改正数（ $\delta X_K, \delta Y_K, \delta Z_K$ ）、整周模糊度  $N_{bk}^x$  和测量残差  $L$ 。简化成矩阵形式，则为：

$$V = Aa + Bb - L \quad (3)$$

其中： $a$  为双差整周模糊度向量， $b$  为基线向量的改正数， $A$ 、 $B$  分别为模糊度和基线向量改正数的设计矩阵。

整周模糊度的求解主要可以分为：模糊度的估计、模糊度的搜索和模糊度的确认。

### 2.1 整周模糊度估计

模糊度估计，是为整周模糊度搜索提供初值，通常称为载波相位浮点解过程。首先需要对上述方程中的未知模糊度向量  $a$  进行估计，在标准最小二乘估计中，所有未知参数可在整个实数范围内变动，其估计准则为残差平方和最小，即满足：

$$\min_{a \in \mathbf{R}, b \in \mathbf{R}} \|L - Aa - Bb\|_{Q_y}^2 \quad (4)$$

其中： $\|\cdot\|_{Q_y}^2 = (\cdot)^T Q_L^{-1} (\cdot)$ ， $Q_L$  为权逆阵。浮点解就是在不考虑模糊度的整周约束，利用标准最小二乘获得模糊度参数和其它未知参数的实数值估计，由于模糊度的浮点解并不能保证为整数，因此计算的相对定位精度并不高，该过程只是为后面的整周模糊度搜索提供初值。

根据（4）组成法方程：

$$\begin{bmatrix} B^T Q_L^{-1} B & B^T Q_L^{-1} A \\ A^T Q_L^{-1} B & A^T Q_L^{-1} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^T Q_L^{-1} L \\ A^T Q_L^{-1} L \end{bmatrix} \quad (5)$$

解法方程可得估计值及其协方差矩阵：

$$\begin{bmatrix} \hat{b} \\ \hat{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{bb} & Q_{ab} \\ Q_{ba} & Q_{aa} \end{bmatrix} \quad (6)$$

### 2.2 整周模糊度搜索

整周模糊度搜索是在不考虑其整数特性的情况下得到的最优估计，而实际整周模糊度估计准则为残差平方和最小，即满足：

$$\min_{a \in \mathbf{Z}} (\hat{a} - a)^T Q_a (\hat{a} - a) \quad (7)$$

为了满足实时高动态应用，需要以较高的搜索效率找出满足足整数特性的整周模糊度估值  $\hat{a}$ ，我们采用最小二乘模糊度去相关算法，即 LAMBDA 算法进行求解。该算法包括两个步骤：模糊度去相关处理和模糊度搜索。

1) 模糊度去相关：

模糊度搜索最小化问题中  $\hat{a}$  的搜索空间为：

$$(\hat{a} - a)^T Q_a (\hat{a} - a) < \chi^2 \quad (8)$$

其中： $\chi$  为预置边界常数。该搜索空间是一个以  $\hat{a}$  为中心的椭球区域，它的形状由模糊度协方差矩阵  $Q_a$  控制，它的尺寸由适当选择的  $\chi$  决定，而搜索空间的形状和尺寸均对搜索的效率有着重要的影响。当搜索空间过于狭长时，搜索的效率极差，为了找到适当的搜索形状，需要对双差模糊度浮点解进行转换。

首先，采用  $Z$  变换进行处理。如果当前观测  $n$  颗 GPS 卫星，则  $a$  为  $n - 1$  维的双差模糊度向量， $a \in \mathbf{Z}^{n-1}$ ，对模糊度向量  $a$  进行  $Z$  变换时，需满足：

- a) 当  $a$  为整数时， $z = Z^T a$  也为整数；
- b) 当  $z$  为整数时， $a = (Z^T)^{-1} z$  也为整数。

即要求  $Z$  和  $Z^{-1}$  均具有整数特性， $Z^{-1}$  的整数特性保证最后模糊度得到整数解。通过  $Z$  变换，将模糊度实数值估计  $\hat{a}$  和相应得协方差矩阵  $Q_a$  转化为  $\hat{z}$  和  $Q_z$ ，即：

$$\hat{z} = Z^T \hat{a} \quad Q_z = Z^T Q_a Z \quad (9)$$

经转换后，模糊度搜索空间转换到：

$$(\hat{z} - z)^T Q_z (\hat{z} - z) < \chi^2 \quad (10)$$

去相关矩阵  $Z^T$  保持搜索空间的体积不变，仅仅改变了搜索空间的形状，从而有效改善了搜索性能。

2) 模糊度搜索：

经过  $Z$  变换，原始双差模糊度的最小化问题就转化为以下形式：

$$\min_{a \in \mathbf{Z}} (\hat{a} - a)^T Q_a (\hat{a} - a) \quad (11)$$

经  $Z$  变换后，模糊度搜索空间转换到：

$$\sum_{i=1}^m (\hat{z}_{i|J} - z_i) / \sigma_{z_i|J}^2 \leq \chi^2 \quad (12)$$

搜索空间的形状和方向均不同于原始的模糊度搜索空间，变换后模糊度的边界条件为：

$$\begin{cases} (\hat{z}_{1|J} - z_1)^2 \leq \sigma_{z_1|J}^2 \chi^2 \\ (\hat{z}_{2|J} - z_2)^2 \leq \sigma_{z_2|J}^2 [\chi^2 - (\hat{z}_{1|J} - z_1)^2 / \sigma_{z_1|J}^2] \\ \vdots \\ (\hat{z}_{m|J} - z_m)^2 \leq \sigma_{z_m|J}^2 [\chi^2 - \sum_{j=1}^{m-1} (\hat{z}_{j|J} - z_j)^2 / \sigma_{z_j|J}^2] \end{cases} \quad (13)$$

上式中  $\hat{z}_{2|J}$  是在  $z_1$  求得的条件下得到的，其通式  $\hat{z}_{i|J}$  也是类推得到的，故称为序贯条件模糊度平差值。

模糊度的整数解求解之后，可根据下式计算基线向量的解：

$$\hat{b} = \hat{b} - Q_{bz} Q_z^{-1} (\hat{z} - z) \quad (14)$$

### 2.3 整周模糊度确认

整周模糊度确认是对搜索得到的模糊度进行检验。常采用 Ratio 检验方法，即比较最小残差平方和与次小残差平方和，

用正确的模糊度组计算得到的双差残差要比其它不正确的模糊度组计算的双差残差显著的小。根据测量误差和多径误差水平设置一个门限阈值, 如果满足 Ratio 大于预置阈值就认为通过检验, 固定解解算正确, 否则认为求解的模糊度组仍有偏差, 则递推进入下一历元继续求解。

$$Ratio = \frac{(\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v})_{\text{次小}}}{(\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v})_{\text{最小}}} \quad (15)$$

式中,  $\mathbf{v}$  为载波相位双差测量残差,  $\mathbf{P}$  为基础权系数矩阵。在软件中采用的是一种自适应判决策略判断载波相位差分进入固定解条件:

在模糊度确认上既考虑当前历元的 ratio 检验值, 又兼顾到历史历元的 ratio 检验值, 并设定了相应的 ratio 检验值阈值。当满足任一标准时, 则认为载波相位差分整周模糊度解算正确, 具体确认准则如下。

模糊度确认标准 1: 当前历元的 ratio 检验值大于 4, 则通过检验;

模糊度确认标准 2: 连续 3 历元 (历史历元) 的 ratio 检验值均在 3.0~4.0 之间, 则通过检验;

模糊度确认标准 3: 载波解算连续递推时间大于 100 历元并且连续 5 历元 (历史历元) 的 ratio 检验值均在 2.0~3.0 之间, 则通过检验;

模糊度确认标准 4: 载波解算连续递推时间大于 150 历元并且连续 11 历元 (历史历元) 的 ratio 检验值均在 1.0~2.0, 则通过检验;

模糊度确认标准 5: 载波解算连续递推时间大于 150 历元, 4 个浮点解模糊度连续 2 个历元一样的前提下, 如果解算方差连续 40 历元小于 0.015, 则通过检验;

通过检验后, 每个历元还要不断的对解算结果进行检验, 一旦发现解算方差过大, 则退出固定解条件, 退出固定解的条件为: 连续 3 秒解算方差大于 0.05 则认为退出固定解。

解算方差计算公式为:

$$\mathbf{Q}_b = \left( \mathbf{N}_{bb} - \frac{1}{1+\mathbf{P}} \cdot \mathbf{N}_{ba} \cdot \mathbf{N}_{aa}^{-1} \cdot \mathbf{N}_{ab} \right)^{-1}$$

其中  $\mathbf{N}_{aa} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}$ ,  $\mathbf{N}_{ab} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{B}$ ,  $\mathbf{N}_{ba} = \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{A}$ ,  $\mathbf{N}_{bb} = \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B}$ ,  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$  分别为模糊度和基线向量改正数的设计矩阵,  $\mathbf{P}$  为基础权系数矩阵。

观测方程的数学模型中, 系数阵  $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$  和权阵  $\mathbf{P}$  的选取与建立双差观测方程的导航星的组合关系相关, 主要受载波相位测量误差和共视导航星分布的影响, 测量误差过大, 或导航星几何分布较差, 都会导致解算方差的计算误差较大。

### 3 测试结果

在模拟双星静态、动态运动情况下分别对相对定位进行了验证。静态试验分为五组, 每组情况下两星距离均不相同, 在两星相距 2.5 km 以内选择特征点, 进行 A 卫星相对定位以及 A、B 卫星绝对定位精度测量, 统计出相对以及绝对测量性能。动态试验在两星相距 2.5 km 以内选择特征相对起始距离, A 星固定不动, B 星以一定速度运动, 进行定位及测速精度测量, 统计出 2.5 km~1 m 阿范围内的相对测量性能。试验结

果如表 1 所示, 图 2、图 3 分别为相对定位载波相位固定解速度及位置解算结果, 结果均满足任务要求。

表 1 试验总体情况

试验类别	序号	距离/m	星载 GPS 相对定位载波固定解精度/m	星载 GPS 相对测速精度/(m/s)
静态试验	第一组	1	0.080	0.011
	第二组	50	0.092	0.014
	第三组	100	0.071	0.018
	第四组	200	0.078	0.013
	第五组	2500	0.042	0.019
动态试验	一组	0~2500	0.097	0.015

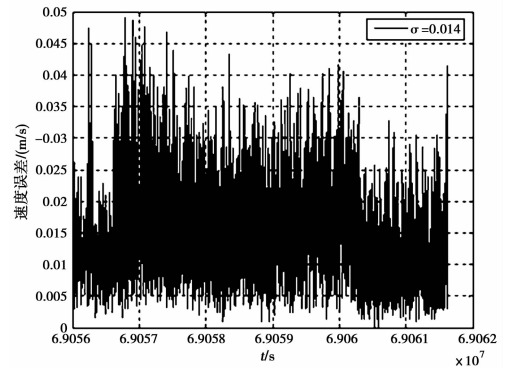


图 2 相对定位载波相位固定解速度合成误差

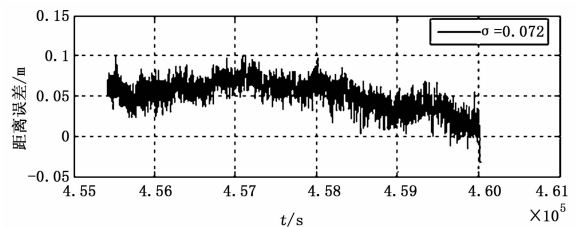


图 3 相对定位载波相位固定解位置合成误差

### 4 结论

基于卫星交会对接任务, 提出了一种应用于的 GPS 相对定位测量方法, 即利用 GPS 载波相位差分进行相对定位, 从而获得两颗卫星之间的实时相对位置和相对速度。通过 GPS 外场试验表明, 该方法可获得厘米级的相对定位精度, 能很好地满足空间器交会对接的需要。

#### 参考文献:

- [1] 王广运, 郭秉义, 李洪涛, 等. 差分 GPS 定位技术及应用 [M]. 北京: 电子工业出版社, 1996.
- [2] Kaplan E D, Hegarty C J. GPS 原理与应用 [M]. 寇艳红译. 北京: 电子工业出版社, 2007.
- [3] 张守信. GPS 技术与应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2004.
- [4] Harigae M, et al. 用于交会对接的载波相位 GPS 相对导航系统 [J]. 控制工程, 1998 (2): 18-24.