

# 基于陀螺仪的无人自行车平衡控制方法

吕宽州<sup>1</sup>, 陈素霞<sup>2</sup>, 黄全振<sup>1</sup>

(1. 河南工程学院 电气信息工程学院, 郑州 451191; 2. 河南工程学院 计算机学院, 郑州 451191)

**摘要:** 针对零速无人自行车平衡控制问题, 提出一种基于陀螺仪的直立姿态平衡控制方法; 首先, 针对自行车平衡控制系统, 依据拉格朗日方法建立无人自行车非线性动力学模型, 然后, 采用根轨迹方法设计直立姿态平衡控制器; 最后, 使用 DSP 28335 作为核心控制器, 设计相应的外围数据采集与处理单元, 以及上下位机软件, 依据偏移传感器采集到的偏移信号, 经过控制算法运算得到控制力矩, 将其作用给陀螺仪框架, 从而在自行车车架上产生对应的恢复力矩; 相关测试结果表明, 文章给出的方法能够有效控制无人驾驶自行车的直立平衡。

**关键词:** 陀螺仪; 无人自行车; 平衡控制

## Gyro-based Stabilization Control Method for Unmanned Bicycle

Lü Kuangzhou<sup>1</sup>, Chen Suxia<sup>2</sup>, Huang Quanzhen<sup>1</sup>

(1. School of Electrical and Information Engineering, Henan Institute of Engineering, Zhengzhou 451191, China;

2. School of computer, Henan Institute of Engineering, Zhengzhou 451191, China)

**Abstract:** A gyro-based stabilization control method is proposed in this paper for stabilization of zero-speed unmanned bicycle. Firstly, nonlinear bicycle dynamics are modeled using Lagrange's method. Then a stabilization controller is designed using root-locus method. Finally, DSP 28335 is used as controller core to produce a restoring torque on the bicycle frame by actuating the gyroscope gimbal axis, which is generated by the designed controller using the measured offset signal, with peripheral data acquisition, processing unit and corresponding software. The related experimental test results show that the proposed method is effective and could stabilize zero-speed unmanned bicycle.

**Keywords:** gyro; unmanned bicycle; attitude control

## 0 引言

自行车是一个典型的不稳定系统, 在一定程度上, 虽然它与倒立摆十分相似, 但由于自行车本身的力学特性相对复杂, 导致其控制方法相对复杂。<sup>[1]</sup> 无人自行车控制平台是研究各种先进控制方法的理想平台, 它涉及到控制理论、结构动力学、多传感器融合等多个学科的内容<sup>[2-4]</sup>。

目前大多数关于无人驾驶自行车的研究都仅局限于车速为非零不变状态下的自行车车体平衡研究<sup>[5-8]</sup>。而关于零速自行车的研究相对较少。作为一种传感器, 陀螺仪在导航系统中的应用有着悠久的历史<sup>[9-12]</sup>。当扭矩被施加到和旋转轴正交的轴时, 陀螺仪将驱动旋进轴同时与旋转轴和扭矩轴正交。如果旋进轴固定在框架上, 则会将产生的力矩传递到框架上。依据上述陀螺仪的作动特性, 本文给出一种基于陀螺仪的无人驾驶自行车直立姿态控制方法。采用拉格朗日方法建立自行车的动力学模型, 依据根轨迹方法设计控制器。使用 DSP28335 作为控制核心, 驱动陀螺仪的万向支架, 在零速度情况下, 保持无人驾驶自行车的直立姿态。

收稿日期: 2014-10-09; 修回日期: 2014-12-16。

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(61305106, 61403123); 中国博士后科学基金资助项目(2013M541505); 河南省教育厅科学技术研究重点项目(14A413003); 河南工程学院博士科学基金项目(D2013011)。

**作者简介:** 吕宽州(1963-), 男, 河南郑州人, 副教授, 主要从事嵌入式系统、电子测量技术等方向的研究。

**通讯作者:** 黄全振(1979-), 男, 河南驻马店人, 讲师, 主要从事结构振动控制及其先进智能控制方向的研究。

## 1 自行车平衡系统建模

建立自行车平衡系统的数学模型是实施无人自行车平衡控制的基础, 由于自行车平衡系统本身是一个极其复杂的多自由度系统, 难以确定精确的数学模型, 所以在实际分析过程中, 需要对其进行简化处理。自行车平衡控制系统主要由自行车本体、DSP28335 芯片作为控制器、控制陀螺仪、桥路放大电路、传感陀螺仪等构成, 自行车平衡控制系统的如图 1 所示。其中 DSP28335 为核心处理器, 依据传感陀螺仪采集到的信号, 经过控制算法运算产生控制力, 经过桥路放大电路, 从而施加到作动陀螺仪。

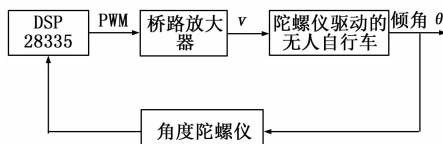


图 1 自行车平衡控制系统框图

陀螺仪由一个直流齿轮电机驱动, 在自行车框架上产生一个精确的力矩。该力矩可以通过陀螺仪和直流电机的机械和电学特性推导得到。首先推导自行车倾角和陀螺仪输入力矩  $\tau_g$  的关系。自行车和控制陀螺仪由两个相互独立的刚体单元构成, 整个系统的结构图如图 2 所示。其中  $m_b$  表示自行车的质量,  $h_b$  表示自行车质心的垂直高度,  $I_b$  表示自行车相对于轴的转动惯量,  $m_g$  表示陀螺仪的质量,  $h_g$  表示陀螺仪质心的垂直高度,  $I_p$  表示相对于质心的极惯性矩,  $I_r$  表示相对于质心的径向力矩,  $\omega$  表示陀螺仪速度,  $R_m$  表示直流电机阻抗,  $L_m$  表示直流电机的感抗,  $B_m$  表示电机摩擦,  $K_m$  表示力矩电压常量,  $\theta$  表示

自行车倾角,  $\beta$  表示陀螺仪框架角,  $i$  表示直流电机电流,  $v$  为直流电机电压。

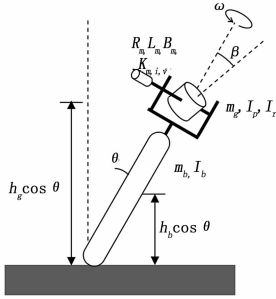


图 2 陀螺仪驱动的无人驾驶自行车结构图

由拉格朗日方法可以得到自行车和陀螺仪的运动方程如下:

$$0 = (m_b h_b^2 + m_g h_g^2 + I_b + I_p \sin^2 \beta + I_r \cos^2 \beta) \ddot{\theta} + 2(I_p - I_r) \sin \beta \cos \beta \dot{\beta} \dot{\theta} - (m_b h_b + m_g h_g) g \sin \theta \quad (1)$$

$$\tau_g = I_r \ddot{\beta} - (I_p - I_r) \sin \beta \cos \beta \dot{\theta}^2 + I_p \omega \cos \beta \dot{\theta} \quad (2)$$

方程 (1) 和 (2) 分别为  $\theta$  轴和  $\beta$  轴方向上的力矩和。

由直流齿轮电机的运动特性可以得到直流齿轮电机的运动方程为:

$$K_m i = I_r \ddot{\beta} + B_m \dot{\beta} - (I_p - I_r) \sin \beta \cos \beta \dot{\theta}^2 + I_p \omega \cos \beta \dot{\theta} \quad (3)$$

由  $\tau_g$  等于直流齿轮电机在  $\beta$  方向上产生的力矩  $\tau_m$ , 可以将陀螺仪的运动方程 (2) 改写为:

$$v = L_m \frac{di}{dt} + R_m i + K_m \dot{\beta} \quad (4)$$

方程 (1)、(3)、(4) 描述了所有工况情况下的系统运动特性, 可以看到, 该模型为五阶相互耦合的非线性微分方程, 非常复杂。为方便设计控制器, 下面将该模型做简化, 进行线性化处理。

下面将自行车模型在平衡点附近进行线性化处理, 为了方便描述, 使用状态空间描述。选择状态变量为:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \beta \\ \dot{\beta} \\ i \end{bmatrix} \quad (5)$$

由此可以得到, 系统的状态矩阵  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}$  分别为:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{g(m_b h_b + m_g h_g)}{m_b h_b^2 + m_g h_g^2 + I_b + I_r} & 0 & 0 & \frac{I_p \omega}{m_b h_b^2 + m_g h_g^2 + I_b + I_r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{I_p \omega}{I_r} & 0 & -\frac{B_m}{I_r} & \frac{K_m}{I_r} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{K_m}{L_m} & -\frac{R_m}{L_m} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_m} \end{bmatrix}^T \quad (7)$$

矩阵  $\mathbf{A}$  中心的列为零, 表明在垂直方向线性化时, 可以忽略  $x_3$ , 由此, 可以重新定义如下状态变量:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \beta \\ i \end{bmatrix} \quad (8)$$

简化后的系统矩阵为:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{g(m_b h_b + m_g h_g)}{m_b h_b^2 + m_g h_g^2 + I_b + I_r} & 0 & \frac{I_p \omega}{m_b h_b^2 + m_g h_g^2 + I_b + I_r} & 0 \\ 0 & -\frac{I_p \omega}{I_r} & -\frac{B_m}{I_r} & \frac{K_m}{I_r} \\ 0 & 0 & -\frac{K_m}{L_m} & -\frac{R_m}{L_m} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_m} \end{bmatrix}^T \quad (10)$$

进行简化后, 陀螺仪框架角  $\beta$  不再是系统的状态变量。

## 2 控制系统设计

测量得到自行车质量  $m_b = 16.78 \text{ kg}$ , 高度  $h_b = 0.3556 \text{ m}$ , 惯性矩  $I_b = m_b h_b^2 = 2.122 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。陀螺仪  $m_g = 3.629 \text{ kg}$ ,  $h_g = 0.6604 \text{ m}$ ,  $r_g = 53.98 \times 10^{-3} \text{ m}$ ,  $I_g = 50.80 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ ,  $I_p = \frac{m_g r_g^2}{2} = 5.287 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $I_r = \frac{m_g (3r_g^2 + l_g^2)}{12} = 3.424 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,  $\omega = 300\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ,  $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ 。直流电机的  $L_m = 4 \times 10^{-3} \text{ H}$ ,  $R_m = 11 \Omega$ ,  $B_m = 3 \times 10^{-3} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}}$ ,  $K_m = 0.41 \text{ N} \cdot \text{m/A}$ , 由此可得:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 14.07 & 0 & 0.8547 & 0 \\ 0 & -1455 & -0.8762 & 119.7 \\ 0 & 0 & -102.5 & -2750 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 250 \end{bmatrix}$$

定义系统输出为  $\theta$ , 由此可得:

$$\mathbf{C} = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \quad \mathbf{D} = [0] \quad (11)$$

由此可得系统传递函数为:

$$G(s) = \frac{25590}{G_1(s)G_2(s)} \quad (12)$$

其中:  $G_1(s) = (s + 2746)(s + 2.704 + j35)$ ,  $G_2(s) = (s + 2.704 - j35)(s - 0.06108)$ 。

使用一个小的角度陀螺仪来测量自行车的倾角, 传感器增益  $K_s = 5$ 。可得整个控制系统的开环传递函数为:

$$H(s) = \frac{629900}{G_1(s)G_2(s)} \quad (13)$$

该系统为零型系统, 如果输入为阶跃信号, 则始终有稳态误差, 倾角的非零稳态误差将持续驱动陀螺仪旋转。由此, 可得下述形式的控制器:

$$C(s) = \frac{K_C (s + 3 + j35)(s + 3 - j35)(s + 1)}{s} \quad (14)$$

式 (14) 所示的连续时间控制器的根轨迹如图 3 所示。因为采用的是 DSP 数字控制, 故需要得到离散时间控制器才能实施控制, 这里还需要对该控制器进行离散化处理, 由  $Z$  变换可以得到离散控制器的形式为:

$$C(z) = \frac{50z^3 - 129z^2 + 124z - 44}{z^3 - z^2} \quad (15)$$

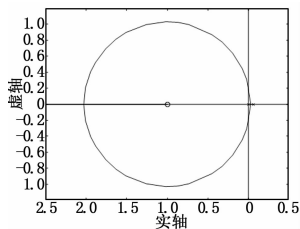


图 3 控制系统根轨迹

### 3 实验结果

实现无人自行车的自动平衡控制, 需要体积小、质量轻的嵌入式控制系统作为基础。在本文的研究过程中, 以 DSP28335 作为控制核心, 设计相应的外围数据采集与处理单元, 实时将相关的实验数据通过无线网络传递给上位机。其中无线模块采用 CC2530 模块。

控制陀螺仪装载在一辆改装过的电动自行车顶部, 倾角传感器固定在齿轮电机的上部。整个控制的电源由电动自行车的电源提供, 为了方便数据通讯, 给该系统配备了一个无线发射与接收模块。上位机软件使用 VC 编写, 采集到的数据存储为纯文本文件, 根据存储的文本文件, 通过 MATLAB 将相关的实验结果绘制成图表以方便对实验结果的分析。控制器采用使用根轨迹方法设计的控制器 (公式 15)。具体的软件测控流程如图 4 所示。

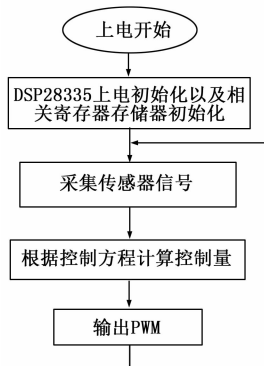


图 4 程序流程图

在数据采集过程中, 设计了数字低通滤波器对传感陀螺仪采集到的传感数据进行预滤波处理。采用的预滤波器的形式为:

$$y_n = \eta r_n + (1 - \eta)r_{n-1} \quad (16)$$

其中:  $r_n$  为输入,  $y_n$  为输出, 通过试验, 确定合适的低通滤波器截止频率后,  $\eta$  可以通过下面的式子求得:

$$\eta = 2\pi T f \quad (17)$$

自行车的初始角度设定为 1 度, 整个实验过程持续十秒, 下面给出该控制器的实际控制效果。由图 5 可以看出, 自行车框架很快恢复平衡, 在零角度附近来回震荡, 震荡幅度小于 0.2 度。而陀螺仪框架角在整个实验过程中的时间历程如图 6 所示, 可以看到利用根轨迹方法设计的控制器能够使陀螺仪框架角保持有界。

### 4 结论

使用拉格朗日方法建立了使用陀螺仪驱动的无人自行车的动力学建模, 在对该模型进行略微简化后, 基于根轨迹方法设计设计了控制器。构建了无人自行车硬件实验系统, 开发了相关的数据采集与处理软件, 实际测试结果表明, 本文给出的方

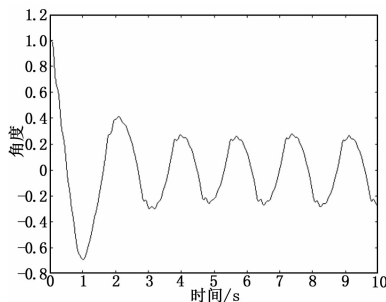


图 5 自行车倾角

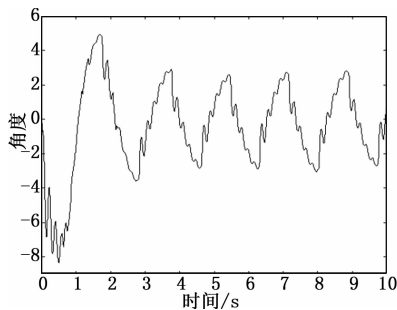


图 6 陀螺仪框架角

法能够有效控制无人驾驶自行车的直立姿态, 使之在一个微小角度内震荡。

### 参考文献:

- [1] Schwab A L, Meijaard J P. A review on bicycle dynamics and rider control [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2013 (ahead-of-print): 1-32.
- [2] Hashemnia S, Panahi M S, Mahjoob M J. Unmanned bicycle balancing via Lyapunov rule-based fuzzy control [J]. *Multibody System Dynamics*, 2013; 1-22.
- [3] Kooijman J D G, Schwab A L. A review on bicycle and motorcycle rider control with a perspective on handling qualities [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2013, 51 (11): 1722-1764.
- [4] 刘延斌. 自行车机器人研究综述 [J]. *机械设计与研究*, 2007, 23 (5): 113-115.
- [5] Yavin Y. The Derivation of A Kinematic Model From the Dynamic Model of The Motion of A Riderless Bicycle [J]. *Computers & Mathematics with Applications*, 2006, 51 (6): 865-878.
- [6] 郭磊, 黄国华, 廖启征, 等. 自平衡自行车机器人的运动学分析 [J]. *北京邮电大学学报*, 2011, 34 (6): 99-102.
- [7] Yamakita M, Utano A, Sekiguchi K. Experimental Study of Automatic Control of Bicycle With Balancer [A]. 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems [C]. Beijing, China, 2006, Vol. 1-12: 5606-5611.
- [8] 王路斌, 葛瑜, 胡德文. 基于 TS 模型的无人自行车平衡控制 [J]. *控制工程*, 2008 (S1): 109-112.
- [9] 王跃钢, 蔚跃, 雷堰龙, 等. 捷联惯导一种优化的惯性系相对准方法 [J]. *科学技术与工程*, 2013, 13 (4): 1102-1105
- [10] 张晓玉, 丁文武. 基于 MEMS 的惯性导航系统研究与设计 [J]. *科学技术与工程*, 2012, 12 (1): 56-59.
- [11] 姜璐, 于远治, 吉春生. 陀螺仪在导航中的应用及其比较 [J]. *船舶工程*, 2004, 26 (2): 10-13.
- [12] Jiang Z, Li Y, Zhang X, et al. Vehicle-Mounted Satellite Receiver Positioning System Based on the MEMS Gyro [J]. *Applied Mechanics and Materials*, Taiyuan, China, 2012, Vol. 220-223: 947-951.