

基于自适应奇异观测器的连续系统故障诊断

胡正高¹, 赵国荣¹, 马合宝², 周大旺¹

(1. 海军航空工程学院 控制工程系, 山东 烟台 264001; 2. 91498 部队, 河北 秦皇岛 066200)

摘要: 针对连续系统的传感器与执行器故障诊断问题, 提出一种自适应奇异观测器来进行故障估计, 能同时估计系统中的传感器故障与执行器故障, 并克服了以往研究中对故障、故障导数与系统干扰作上界已知假设的不足; 利用 H_∞ 性能指标抑制了干扰对故障估计的影响; 通过线性矩阵不等式来获得自适应奇异观测器的增益阵, 从而很方便地完成故障诊断观测器的设计; 采用 Lyapunov 泛函证明了观测误差动态系统是鲁棒渐近稳定的; 最后通过仿真实例验证了所提方法的有效性。

关键词: 故障诊断; 故障估计; 线性矩阵不等式; 连续系统

Fault Diagnosis for Linear Continuous System Based on Adaptive Descriptor Observer

Hu Zhenggao¹, Zhao Guorong¹, Ma Hebao², Zhou Dawang¹

(1. Department of Control Engineering, Naval Aeronautics and Astronautics University, Yantai 264001, China;

2. Arm of 91498, Qinhuangdao 066200, China)

Abstract: For the sensor and actuator fault diagnosis problems in continuous system, an adaptive descriptor observer is proposed to fulfill fault estimation, and estimates the sensor fault and actuator fault in system simultaneously, and the proposed method overcomes shortcomings in the existing studies assuming that the upper of fault, fault derivative and system disturbance should be known. An H_∞ performance index is utilized to restrain the influence to fault estimation caused by disturbance. The gain matrices of the adaptive descriptor observer will be obtained by the linear matrix inequality, and then the proposed fault diagnosis observer can be designed conveniently. A Lyapunov function is used to prove the observer error dynamic system is robust asymptotically stable. Finally, a simulation example is employed to show the effectiveness of the proposed method.

Keywords: fault diagnosis; fault estimation; linear matrix inequality; continuous system

0 前言

随着现代工业对高生产效率的需求不断提高, 越来越多的先进过程控制技术被应用到现代工业系统中。由于反馈控制的自动化程度越来越高, 工业生产过程已经变得越来越复杂。然而, 由于系统中的传感器与执行器长期处在运行状态, 它们将不可避免地发生故障。为了维持工业系统安全可靠地运行, 必须采取措施尽快检测并处理系统中的故障。正是因为工业上对系统安全性与可靠性的迫切需求, 在过去的 40 年, 动态系统的故障检测与诊断 (fault detection and diagnosis, FDD) 技术得到了研究人员的广泛关注^[1-3]。

在基于解析模型的故障检测技术中, 采用观测器方法进行故障检测得到了广泛研究^[4-5]。但是, 故障检测只能定性判断系统是否发生故障, 难以得到更深层次的故障信息; 相比之下, 故障估计可以重构故障的演变过程。因此, 通过故障估计可以对故障有更深的认识。目前, 利用观测器来估计系统中的故障已经得到了一些成果。在文献 [6] 中, 滑模观测器被用来进行故障估计, 可是此类方法要求故障或系统干扰的上界是已知的。文献 [7] 通过设计自适应观测器来实现故障估计, 然而, 该方法需要故障与故障导数的上界信息。文献 [8] 通

过设计未知输入观测器来估计系统中的执行器故障, 然而并没有考虑到传感器与执行器同时发生故障。

考虑到目前研究的上述不足, 本文将提出一种自适应奇异故障诊断观测器, 可以同时估计连续系统中的传感器故障与执行器故障, 而且本文所提方法不要求故障、故障导数与系统干扰的上界是已知的, 与已有方法相比, 本文的方法容易在工程上实现。最后将本文方法应用到机械臂系统的故障诊断中, 仿真结果表明了本文方法的有效性。

1 问题描述

研究下面的连续系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + F_a f_a(t) + D\xi(t) \\ y(t) = Cx(t) + F_s f_s(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x \in \mathbf{R}^n$, $y \in \mathbf{R}^p$, $u \in \mathbf{R}^m$ 分别为系统的状态向量、输出向量与控制输入向量, $\xi \in \mathbf{R}^l$ 表示系统干扰, $f_s \in \mathbf{R}^r$, $f_a \in \mathbf{R}^q$ 分别表示系统的传感器故障与执行器故障。A, B, C, D, F_a , F_s 是已知的常值适维矩阵, 其中矩阵 F_s 是列满秩矩阵。

记 $E = [I_n \ 0]$, $M = [A \ 0]$, $H = [C \ F_s]$ 。因为 $\begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix}$ 是列满秩矩阵, 所以逆阵 $\left(\begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix} \right)^{-1}$ 存在。令

$$\begin{bmatrix} S & T \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix}^T, \text{ 那么} \quad SE + TH = I_{n+r} \quad (2)$$

定义 $\zeta = [x^T \ f_s^T]^T$, 为了简洁, 后面略去所有向量的时

收稿日期: 2015-01-22; 修回日期: 2015-04-07。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61473306)。

作者简介: 胡正高(1986-), 男, 安徽庐江人, 博士生, 主要从事故障诊断方向的研究。

间变量 t , 这样系统可写为

$$\begin{aligned} E\dot{\zeta} &= M\zeta + Bu + F_a f_a + D\xi \\ y &= H\zeta \end{aligned} \quad (3)$$

下面将设计系统的自适应奇异故障诊断观测器, 然后利用该观测器来得到传感器故障 f_s 与执行器故障 f_a 的鲁棒估计, 从而完成针对连续系统的故障诊断任务。

2 故障诊断观测器设计

2.1 自适应奇异观测器设计

针对系统, 设计自适应奇异故障诊断观测器如下

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Nz + Ly + SBu + SF_a \hat{f}_a \\ \dot{\zeta} &= z + Ty \\ \hat{y} &= H\zeta \\ \dot{\hat{f}}_a &= -Ge_y \end{aligned} \quad (4)$$

式中, $e_y = \hat{y} - y$, \hat{f}_a 与 ζ 分别为执行器故障 f_a 与系统的状态 ζ 的估计。

记 $\varepsilon = \zeta - \zeta$, 由式一知 $\varepsilon = \zeta - \zeta = z - SE\zeta$ 。令 $e_{f_a} = \hat{f}_a - f_a$, 计算可得

$$\dot{e}_{f_a} = \dot{\hat{f}}_a - \dot{f}_a = -GH\varepsilon - \dot{f}_a \quad (5)$$

此外, 有

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) &= \dot{z} - SE\dot{\zeta} = N\varepsilon + (N - SM)\zeta + \\ & (L - NT)H\zeta + SF_a e_{f_a} - SD\xi \end{aligned}$$

令

$$F = L - NT, N = SM - FH \quad (6)$$

那么有

$$\dot{\varepsilon} = \dot{z} - SE\dot{\zeta} = (SM - FH)\varepsilon + SF_a e_{f_a} - SD\xi \quad (7)$$

定义 $\bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon \\ e_{f_a} \end{bmatrix}$, $d = [\xi^T \ \dot{f}_a^T]^T$, 由式与可知

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \bar{A}\bar{\varepsilon} + \bar{D}d \quad (8)$$

式中

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} SM - FH & SF_a \\ -GH & 0 \end{bmatrix}, \bar{D} = \begin{bmatrix} -SD & 0 \\ 0 & -I_q \end{bmatrix}$$

令 $\bar{A}_1 = \begin{bmatrix} SM & SF_a \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\bar{A}_2 = [H \ 0]$, $Q = [F^T \ G^T]^T$, 那么有 $\bar{A} = \bar{A}_1 - Q\bar{A}_2$ 。

为了实现鲁棒故障估计, 设计 H_∞ 性能指标 $\gamma > 0$ 使得

$$\|\varepsilon\| \leq \gamma \|d\| \quad (9)$$

因为 $\|\varepsilon\| \geq \|\hat{f}_s - f_s\|$, 且 $\|\varepsilon\| \geq \|\hat{f}_a - f_a\|$, 所以当式满足时, 即可实现对传感器故障与执行器故障的鲁棒估计。

2.2 稳定性证明

定理 1: 考虑连续系统与观测系统, 如果存在正定矩阵 P 、矩阵 Y 及正数 γ 使得如下的线性矩阵不等式

$$\bar{\Gamma} = \begin{bmatrix} \bar{\Gamma}_{11} & \bar{P}\bar{D} & I_{n+r+q} \\ \bar{D}^T P & -\gamma I_{l+q} & 0 \\ I_{n+r+q} & 0 & -\gamma I_{n+r+q} \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

成立, 那么观测误差动态系统将是鲁棒渐近稳定的。式中

$$\bar{\Gamma}_{11} = \bar{P}\bar{A}_1 - \bar{Y}\bar{A}_2 + \bar{A}_1^T P - \bar{A}_2^T Y^T$$

证明: 取 Lyapunov 泛函 $V = \varepsilon^T P \gamma \varepsilon$ 。由式可知,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \varepsilon^T P \gamma \dot{\varepsilon} + \varepsilon^T P \gamma \dot{\varepsilon} \\ &= \varepsilon^T (P\gamma\bar{A} + \bar{A}^T P\gamma)\varepsilon + \varepsilon^T P\gamma\bar{D}d + d^T \bar{D}^T P\gamma\varepsilon \end{aligned} \quad (11)$$

记 $J = \int_0^\infty \frac{\varepsilon^T \varepsilon - \gamma^2 d^T d}{\gamma} dt$, 那么有

$$J < \int_0^\infty \frac{\varepsilon^T \varepsilon - \gamma^2 d^T d + \bar{V}}{\gamma} dt \quad (12)$$

令 $\bar{J} = \frac{\varepsilon^T \varepsilon - \gamma^2 d^T d + \bar{V}}{\gamma}$, 根据式, 可得 $J < 0$ 的充分条件

为

$$\bar{J} = \frac{\varepsilon^T \varepsilon - \gamma^2 d^T d + \bar{V}}{\gamma} < 0$$

由式可得

$$\bar{J} = \frac{\varepsilon^T \varepsilon - \gamma^2 d^T d + \dot{V}}{\gamma} \leq$$

$$\varepsilon^T \left(\bar{P}\bar{A} + \bar{A}^T P + \frac{1}{\gamma} I_{n+r+q} \right) \varepsilon + \varepsilon^T \bar{P}\bar{D}d + d^T \bar{D}^T P\varepsilon - \gamma d^T d$$

记 $X = [\varepsilon^T \ d^T]^T$, 由上式可得 $\bar{J} \leq X^T \Gamma X$, 那么当 $\Gamma < 0$ 时, 有 $\bar{J} < 0$ 。其中

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \bar{P}\bar{A} + \bar{A}^T P + \frac{1}{\gamma} I_{n+r+q} & \bar{P}\bar{D} \\ \bar{D}^T P & -\gamma I_{l+q} \end{bmatrix}$$

令 $Y = PQ$, 根据 Schur 补定理可知 $\Gamma < 0$ 等价于线性矩阵不等式

$$\bar{\Gamma} = \begin{bmatrix} \bar{\Gamma}_{11} & \bar{P}\bar{D} & I_{n+r+q} \\ \bar{D}^T P & -\gamma I_{l+q} & 0 \\ I_{n+r+q} & 0 & -\gamma I_{n+r+q} \end{bmatrix} < 0$$

成立, 即等价于式成立, 此时 $\bar{J} < 0$, 那么 $J < 0$, 从而 $\|\varepsilon\| \leq \gamma \|d\|$, 证毕。

根据定理 1 的证明过程, 可知矩阵 $[F^T \ G^T]^T = Q = P^{-1}Y$ 。再由式可知 $N = SM - FH$, 最后通过 $L = F + NT$ 算出 L , 至此观测器的设计完成。

2.3 故障估计

由定理 1 即可得到系统中故障的鲁棒渐近估计, 结论如下。

定理 2: 考虑连续系统与观测系统, 如果存在正定矩阵 P 、矩阵 Y 及正数 γ 使得线性矩阵不等式成立, 那么传感器故障与执行器故障的鲁棒渐近估计分别为 $\hat{f}_s = [0 \ I_r]\zeta$ 与 $\hat{f}_a = \int_0^t -Ge_y d\tau$ 。

3 仿真实例

考虑形如系统的机械臂系统^[9], 相应的矩阵为^[10-11]

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -48.6 & -1.25 & 48.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \\ 1.95 & 0 & -1.95 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 21.6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, D = [0 \ 0 \ 0 \ -1]^T$$

$$F_a = [0 \ 12.5 \ 0 \ 0]^T, F_s = [0 \ 1 \ 0]^T$$

状态向量 $x = [\theta_m \ \omega_m \ \theta_l \ \omega_l]^T$, 各个状态分量分别为电机角位移 (rad)、电机角速度 (rad/s)、关节角位移 (rad)、关节角速度 (rad/s)。系统干扰 $d = 0.333 \sin \theta_l$ 。

考虑系统的传感器故障与执行器故障分别为:

$$f_s(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq 5; \\ 0.8(1 - e^{-\tau}) + \sin \pi t, & 5 \leq t \leq 20 \end{cases}$$

$$f_a(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < 6; \\ 0.4 \sin t \cos(3t), & 6 \leq t \leq 20 \end{cases}$$

利用线性不等式工具箱里面的可行解问题求解器 $feasp^{[12]}$, 求解线性矩阵不等式可得 $\gamma = 0.5$, 对应的矩阵为

$$P = \begin{bmatrix} 407.1552 & -23.8721 & -32.9241 \\ -23.8721 & 138.4830 & 1.3661 \\ -32.9241 & 1.3661 & 125.8056 \\ -19.2950 & 1.2108 & 54.8777 \\ -16.0436 & 137.3796 & 1.1998 \\ -5.1277 & -0.5007 & 0.6346 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} -19.2950 & -16.0436 & -5.1277 \\ 1.2108 & 137.3796 & -0.5007 \\ 54.8777 & 1.1998 & 0.6346 \\ 36.9631 & 0.5436 & -0.5056 \\ 0.5436 & 137.0669 & 0.3276 \\ -0.5056 & 0.3276 & 2.1450 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 526.8856 & 37.3758 & -159.4438 \\ 109.3323 & 121.4341 & 5.1814 \\ -138.3465 & 9.4848 & 228.5628 \\ -21.0973 & -1.7992 & 413.1160 \\ -71.9565 & 133.9790 & 2.5042 \\ -75.6483 & 6.6805 & -8.7506 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} F \\ G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18.5747 & -0.7791 & -0.7247 \\ 712.9367 & -38.4388 & -33.4616 \\ 3.8256 & -0.0974 & -9.0521 \\ -5.5549 & 0.1812 & 24.7012 \\ -713.5997 & 39.4456 & 33.4771 \\ 282.1055 & -13.6739 & -10.2361 \end{bmatrix}$$

从而, 由式 (6) 可得

$$N = \begin{bmatrix} -18.5747 & 1.2791 & 0.7247 \\ -761.5367 & 37.1888 & 82.0616 \\ -4.4755 & 0.0974 & 9.7020 \\ 6.8550 & -0.1812 & -26.0013 \\ 762.1997 & -38.1956 & -82.0771 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 0.7247 & 0.7791 \\ 33.4616 & 38.4388 \\ 15.7191 & 0.0974 \\ -28.0342 & -0.1812 \\ -33.4771 & -39.4456 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 9.2874 & 0 & -0.2416 \\ 332.1683 & 0 & 5.0423 \\ 1.5878 & 0 & -0.5792 \\ -2.1274 & 0 & 6.6912 \\ -332.4998 & 0 & -5.0371 \end{bmatrix}$$

假设连续系统的初始状态为 $x = [0.12 \quad -0.3 \quad 0.09 \quad -0.18]^T$, 观测器系统的初始状态设为 $z = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$. 采用本文所提方法得到的传感器与执行器故障估计结果如图 1~2 所示. 下面采用文献 [8] 的方法来对系统中的故障进行估计, 仿真结果如图 3~4 所示. 从图 1 与图 2 可以看出, 本文提出的自适应奇异故障诊断观测器可以同时实现对连续系统中传感器故障与执行器故障的鲁棒估计. 从图 1 与图 2 同时可以看出, 传感器发生的故障是缓变类型故障, 执行器发生的故

障是突变类型故障, 因此本文提出的自适应奇异故障诊断观测器可以同时实现对连续系统中缓变类型故障与突变类型故障的估计. 从图 3 与图 4 可以看出, 文献 [8] 的方法只能对执行器故障进行估计, 却不能估计出传感器故障, 从而采用文献 [8] 的方法会造成对故障的漏报.

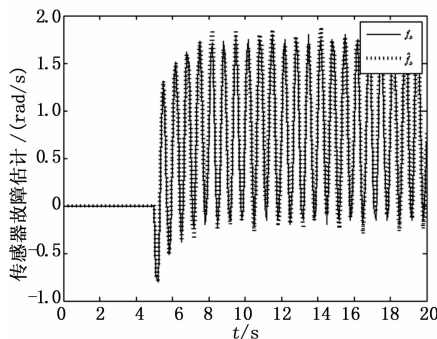


图 1 传感器故障 f_s 与估计值 \hat{f}_s .

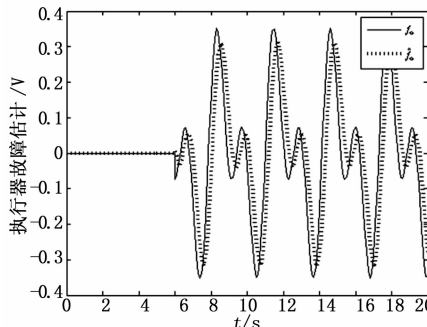


图 2 执行器故障 f_a 与估计值 \hat{f}_a .

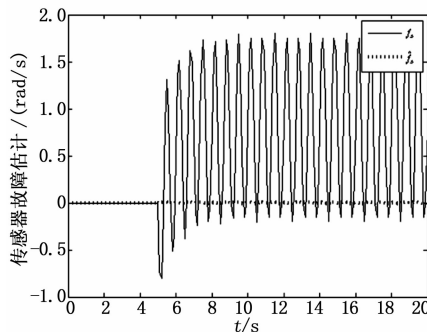


图 3 文献 [8] 传感器故障 f_s 与估计值 \hat{f}_s .

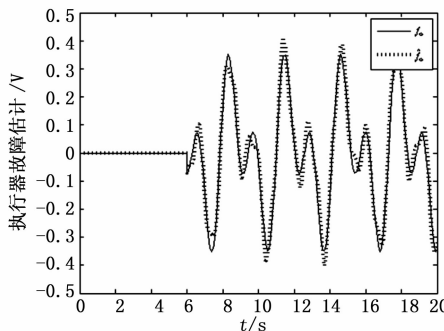


图 4 文献 [8] 执行器故障 f_a 与估计值 \hat{f}_a .

4 结论

本文提出一种自适应奇异观测器来估计连续系统中的传感

器故障与执行器故障, 利用 HB_o 技术抑制了系统干扰对故障估计的影响, 同时得到了连续系统中传感器故障与执行器故障的鲁棒渐近估计。本文所提故障诊断观测器不需要对故障、故障导数与系统干扰作上界已知假设, 与已有方法相比, 所提方法适用范围更广。最后通过仿真分析验证了所提方法的有效性。

参考文献:

[1] Witczak M. Fault Diagnosis and Fault-Tolerant Control Strategies for Nonlinear Systems [M]. Berlin: Springer, 2014.
 [2] Huang S, Tan K K, Lee T H. Fault diagnosis and fault-tolerant control in linear drives using the Kalman filter [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2012, 59 (11): 4285-4292.
 [3] 许 研, 张 炜. 基于噪声滤波的非线性系统故障诊断方法研究 [J]. 计算机测量与控制, 2014, 22 (9): 2758-2759.
 [4] Ríos H, Davila J, Fridman L, et al. Fault detection and isolation for nonlinear systems via high-order-sliding-mode multiple observer [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, in press.
 [5] Ahmadzadeh S, Zarei J, Karimi H R. Robust unknown input observer design for linear uncertain time delay systems with application to fault detection [J]. Asian Journal of Control, 2014, 16 (3): 1-14.

[6] Alwi H, Edwards C, Tan C P. Sliding mode estimation schemes for incipient sensor faults [J]. Automatica, 2009, 45 (7): 1679-1685.
 [7] Ichalal D, Marx B, Ragot J, et al. New fault tolerant control strategies for nonlinear Takagi-Sugeno systems [J]. International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 2012, 22 (1): 197-210.
 [8] Park T G. Estimation strategies for fault isolation of linear systems with disturbances [J]. IET Control Theory & Applications, 2010, 4 (12): 2781-2792.
 [9] Spong M W. Modeling and control of elastic joint robots [J]. Journal of dynamic systems, measurement, and control, 1987, 109 (4): 310-318.
 [10] Yan X G, Edwards C. Nonlinear robust fault reconstruction and estimation using a sliding mode observer [J]. Automatica, 2007, 43 (9): 1605-1614.
 [11] Jiang B, Staroswiecki M, Cocquempot V. Fault accommodation for a class of nonlinear systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2006, 51 (9): 1578-1583.
 [12] 俞 立. 鲁棒控制: 线性矩阵不等式处理方法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.

(上接第 2297 页)

量, 通过与机器人自身坐标相比较实现位姿及时调整。整个系统启动流程图如图 8 所示。

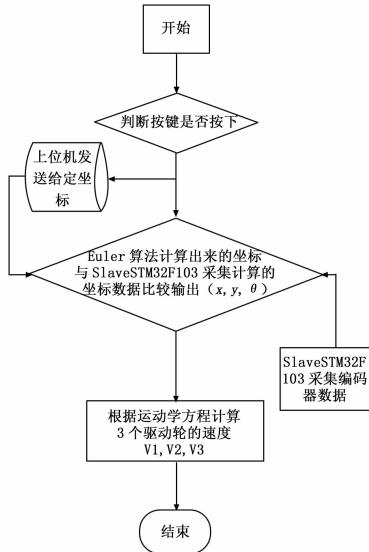


图 8 机器人启动流程图

实验环境选在 400 cm * 400 cm 的开阔场地进行, 上位机设定坐标 (250, 300), 机器人速度 $V_t = 60$ cm/s, 假设机器人给定坐标 $y = 300$ cm 不动, x 坐标沿着 X 轴正方向移动, 移动速度为 $V = 35$ cm/s, 中间移动的坐标可以表示为 $(35 k\tau, 300)$ 到达给定坐标 (250, 300)。因为之前类似仿实现过, 实验只需将机器人自身数字坐标与 Euler 算法计算出来的坐标实时比较, 并加入适量的增减参数, 调整机器人行走姿态, 最终整合程序一起调试, 就可以实现机器人位姿调整和定位。由于机器人追踪的速度不是很稳定, 这其中涉及到场地环境的影响, 还有机器人运动协调性, 动力输出等问题^[8]。所以在追踪速度上我们可以认为我同一速度 60 cm/s 运行。其次机器人的速度, 虽然在直线可以很好地调节, 但是在弯道或者地面摩擦

不够的情况下, 比较难去控制, 这里就在小车转弯的过程中适当加入参数量进行补充。实验中, 采取多次取值微调机器人速度尽量靠近真实值。试验经过多次调试, 基本上可以实现机器人位姿矫正和定位。关于修正误差还可以加入其它一些调节修正模块实现精确定位, 例如地盘 PID 反馈调节等^[9]。

5 结束语

通过对全向轮机器人运动分析, 以及将 Euler 算法运用到实验中, 达到了全向轮机器人定位的预期效果。在工业需求中可以推广到无参照物导航系统中去, 满足工业机器人自动搬运货物, 减少人力财力的消耗。

参考文献:

[1] 陶 敏, 陈 新, 孙振平. 移动机器人定位技术 [J]. 火力与指挥控制, 2010, 7 (7): 169-172.
 [2] Stephan K D, Michael K, Michael M G, Jacob L, Anesta EP. Social implications of technology: the past, the present, and the future. Proceedings of the IEEE, 2012, 100 (Special Centennial Issue): 1752-1781.
 [3] Sun T H, Tian W J, Wang H, et al. Kine-matic calibration of 3-DOF spindle head using double-ball bar [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48 (5): 22-27.
 [4] 陈 伟, 何 伟. 基于 Bezier 曲线的机器人路径规划 [J]. 机器人技术与应用, 2009, 9 (5): 56-59.
 [5] 熊家新, 刘 丽, 徐 鹤, 等. 全向轮式移动机器人的定位导航算法 [J]. 长春理工大学学报, 2014, 8 (4): 83-87.
 [6] 江 杰, 李 强. 嵌入式机器人视觉定位及地图构建系统设计 [J]. 计算机测量与控制, 2012, 20 (9): 2497-2500.
 [7] 向隆万, 乐经良. 导弹跟踪问题 [J]. 高等数学研, 1999, 4: 35-44.
 [8] 笞 杰, 蔡宗琰, 梁 虎, 等. 基于 Bezier 曲线的自主移动机器人最优路径规划 [J]. 兰州大学学报, 2013, 4 (2): 249-254.
 [9] 刘祚时 李向誉, 胡发焕, 等. 基于 Bezier 曲线的全向机器人运动控制系统 [J]. 制造业自动化, 2014, 7 (7).