

# 鲁棒 PDF 控制策略在永磁同步电机系统中的设计及仿真

罗珊, 唐猛, 方阳丽

(西南交通大学 机械工程学院智能机电技术研究所, 成都 610031)

**摘要:** 对电机控制系统的经典反馈设计方案是建立在简化的受控对象模型基础之上, 而实际模型参数的变化会引起控制系统性能的改变; 文章针对实际应用的永磁同步电机, 为了保证电机控制系统的强鲁棒性, 通过对其系统灵敏度的理论推导, 给出了一种新的控制器参数设计方法; 该方法以系统灵敏度为评价指标来度量系统的鲁棒性, 结合应用于二阶控制对象的伪微分反馈控制器结构, 来削弱控制对象参数值的改变对控制系统性能的影响; 并建立了精确的永磁同步电机仿真模型, 将该方法应用于其速度控制; 仿真结果表明在该控制方案下, 在永磁同步电机的转动惯量和定子电阻值变化时具有较小超调量变化 (小于 4%) 的响应特性; 同时与普通 PID 控制对比分析, 验证了用该方案设计的 PMSM 调速系统具有较高的抗参数变化的鲁棒性。

**关键词:** 永磁同步电机; 鲁棒 PDF 控制; 系统灵敏度; 伪微分反馈控制器; 超调量

## Design and Performance Simulation of PMSM Control System Based on Robust PDF Algorithm

Luo Shan, Tang Meng, Fang Yangli

(Institute of Intelligent Electromechanical Technology, School of Mechanical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

**Abstract:** Since the classical feedback design scheme of electrical motor control system is established on simplified system model, the varied parameter of the model would bring the change of performance of the whole system. This title proposed a new design method of controller parameters for the practical application of PMSM (permanent magnet synchronous motor, PMSM) to ensure the strong robustness of the control system based on theoretical derivation of system sensitivity. The new method took system sensitivity which measures the robustness of system as evaluation index, and combined PDF controller structure applied to second ordered control object to weaken the effect of the performance of the control system brought by varied parameter values of model. Established accurate simulation system model as an application case of speed control of this method, Simulation verify the minor changes in maximum overshoot of the observer (less than 4 percent) when rotary inertia and stator resistance varies under the this control scheme, and validate the ability of anti-parametric variation and high robustness characteristics of PMSM speed control system with the method proposed by comparative analysis with the conventional PID control.

**Keywords:** PMSM; robust PDF control; system sensitivity; PDF controller; overshoot

## 0 引言

永磁同步电机 (permanent magnet synchronous motor, PMSM) 是一个复杂的系统, 由于建模过程中存在着各个环节的简化和参数的假定, 及系统运行过程中各个方面的干扰, 难以建立精确的数学模型。目前, PMSM 的控制系统广泛使用 PID 策略, 但传统 PID 控制方案在对其电流环和速度环进行控制时存在积分饱和和微分突变现象。为消除传统 PID 响应特性曲线的这些缺陷, 文献 [1] 中美国康奈尔大学的 Phelan 教授基于 One-Mater 原则率先提出了一种实用性很强的伪微分反馈 (Pseudo Derivative Feedback) 控制策略。国内学者则基于对 PDF 控制的研究和应用, 建立起了基本的控制系统设计方法, 其中陈留教授所提出的“特征根结构理论”充分考虑到

了系统的最大超调量, 推导出了 PDF 的控制系数公式<sup>[2-3]</sup>。

在已有的 PDF 控制永磁同步电机的大量研究中, 控制器参数的设计计算过程并未充分考虑到电机模型参数的不精确性。在模型不精确的前提下, 为了保证控制系统性能的稳定, 通常采用鲁棒控制技术和  $H_\infty$  设计方法<sup>[4]</sup>。针对电机模型中系统折算到转子轴的等效转动惯量  $J$  和定子电阻值  $R$ 。随温度变换通常不确定这一问题, 要求设计的控制系统应具有较强的鲁棒性。

本文以永磁同步电机为控制对象, 采用闭环 PDF 为控制策略, 应用系统灵敏度为评价参数来优化 PDF 控制环节的 3 个参数, 给出永磁同步电机的闭环鲁棒 PDF 的控制方案, 并进行了鲁棒 PDF 与普通 PID 控制方案性能的仿真对比。

## 1 鲁棒 PDF 控制与灵敏度

鲁棒控制系统应该具有如下特点: 灵敏度低、参数在允许范围内变动时系统能保持稳定、参数激烈变动时系统能迅速恢复预期性能。因此在对系统进行鲁棒 PDF 控制设计时, 应考虑一系列的不确定因素的影响<sup>[5]</sup>。

系统中对象参数变化而引起的被控制量的响应特性、性能

收稿日期: 2014-10-13; 修回日期: 2015-03-19。

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金创新项目 (SWJTU11CX24)

作者简介: 罗珊 (1991-), 女, 四川南充人, 硕士生, 主要从事智能机电控制方向的研究。

指标函数、闭环系统特征值的变化的大小可用于间接评价控制系统的性能。这 3 种评价量相应地可以用轨迹灵敏度、性能指标灵敏度和特征值灵敏度来表征<sup>[4]</sup>。针对永磁同步电机参数的小范围变动,如系统折算到转子轴上的转动惯量和定子电阻值等,本文采用系统灵敏度来评价系统的鲁棒性。

系统灵敏度是指,当变化量为微小增量时,系统传递函数的变化率与受控对象传递函数(或参数)的变化率之比<sup>[5]</sup>,可定义为:

$$S_{\alpha}^T = \frac{\partial T/T}{\partial \alpha/\alpha} \quad (1)$$

其中:  $\alpha$  是度量的参数;  $T$  是系统的传递函数。

## 2 PMSM 的数学模型

PMSM 是一种产生正弦波磁场的永磁同步电机,它通过控制输出的电枢电流来实现调速的功能。由于电机的定子是由三相对称分布的绕组构成的难以直接控制,所以需要对其进行解耦。通常通过 Clark 变换和 Park 变换将三相静止 ABC 坐标系变换到  $dq$  同步旋转坐标系<sup>[6]</sup>,并对电流  $i_d$  和  $i_q$  进行控制,从而实现永磁同步电机的电磁转矩的控制。在永磁同步电机的矢量控制策略中采用转子磁链定向矢量控制,即保持直轴电枢电流  $i_d = 0$ ,使转矩只受定子电流  $q$  轴分量  $i_q$  的影响,从而获得与直流电机相同的性能<sup>[3]</sup>。

根据电机原理, PMSM 的电磁转矩方程:

$$T_e = \frac{3}{2} p_n \Psi_r i_q \quad (2)$$

其中:  $p_n$  是磁极对数;  $\Psi_r$  是转子磁链的幅值;  $i_q$  是定子电流。

而 PMSM 的机械运动方程为:

$$T_e = T_d + J \cdot p \cdot \omega_n + B \cdot \omega_n \quad (3)$$

其中:  $T_e$  和  $T_d$  分别是电机电磁转矩和负载转矩;  $p$  是微分算子;  $J$  是系统折算到转子轴上的转动惯量;  $B$  是电机的粘滞摩擦系数<sup>[7]</sup>。 $\omega_n$  是电机转子的机械角速率,他与转子的电角频率存在关系:

$$\omega_r = p_n \cdot \omega_n \quad (4)$$

将 PMSM 的电机电磁转矩方程带入其机械运动方程中,得到:

$$K_L = \frac{3}{2} p_n \Psi_r \quad (5)$$

令  $K_L = \frac{3}{2} p_n \Psi_r$ ,且忽略  $B$  的作用,对上式左右两边进行 Laplace 变换,整理后得到传递函数<sup>[8]</sup>:

$$\frac{\omega_n(s)}{K_L I_q(s) - T_d(s)} = \frac{1}{Js} \quad (6)$$

故可以得到永磁同步电机的数学模型,其系统动态结构如图 1 所示。

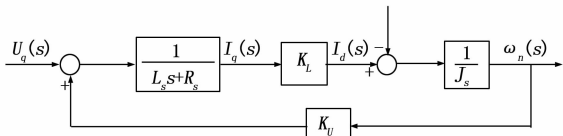


图 1 电机模型动态结构图

本文采用的某三相永磁同步伺服电机 (PMSM),其相关参数如下:定子电阻  $R_s = 0.5241 \Omega$ ;电枢电感  $L_s = 3.899 \times$

$10^{-4} \text{H}$ ;反电势系数  $K_U = 0.022 \text{V} \cdot \text{s}/\text{rad}$ ;转矩系数  $K_L = 0.018 \text{N} \cdot \text{m}/\text{A}$ ;系统折算到转子轴上的转动惯量为  $J = 2.4 \times 10^{-5} \text{kg} \cdot \text{m}^2$ 。

则在 MATLAB 的 Simulink 中建立该电机的模型:

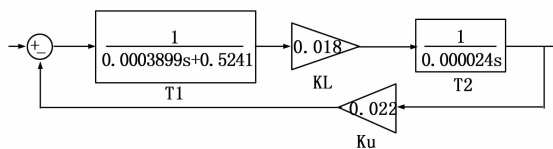


图 2 PMSM 在 MATLAB/Simulink 中的模型

故该电机未校正时的传递函数为:

$$\frac{\omega(s)}{U(s)} = \frac{K_L}{J \cdot L_s \cdot s^2 + J \cdot R_s \cdot s + K_U K_L} = \frac{0.018}{9.3576 \times 10^{-9} \cdot s^2 + 1.2578 \times 10^{-5} \cdot s + 3.96 \times 10^{-4}} \quad (7)$$

从图 1 中可以看出,可采用单环控制的思想进行电机的调速控制。

## 3 鲁棒 PDF 控制系统设计

### 3.1 控制系统的结构图及闭环传递函数

由电机模型的动态结构图可以看出,该电机可以被看做一个二阶的控制对象,故采用针对二阶控制对象的 PDF 控制策略,能够避免传统 PID 控制的积分饱和现象和微分突变现象<sup>[8]</sup>,控制系统结构如图 3 所示。

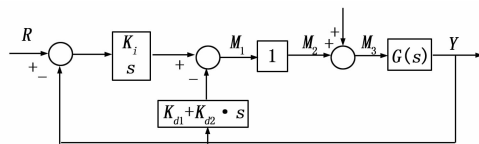


图 3 PMSM 调速控制系统结构图

将电机的数学模型带入控制系统中,则系统的闭环传递函数为:

$$\begin{cases} T = \frac{Y}{R} = \frac{\omega_n}{\omega'_n} \\ \omega_n = K_i \cdot G(s) = K_i \cdot K_L \\ \omega'_n = K_{d2} \cdot G(s) \cdot s^2 + K_{d1} \cdot G(s) \cdot s + s + K_i \cdot G(s) = \\ L_s \cdot J \cdot s^3 + (R_s \cdot J + K_{d2} \cdot K_L) \cdot s^2 + \\ (K_U \cdot K_L + K_{d1} \cdot K_L) \cdot s + K_i \cdot K_L \end{cases} \quad (8)$$

该系统可看做是一阶惯性环节与二阶振荡环节串联构成的一个三阶系统,系统标准传递函数如式 (9)。它具有 3 个参数,其中  $p$  是惯性环节的时间常数;  $\omega_n$  是振荡环节的角频率;  $\zeta$  是振荡环节的阻尼系数<sup>[9]</sup>。

$$T = \frac{K_{\theta}}{(s+p) \cdot (s^2 + 2\zeta\omega_n \cdot s + \omega_n^2)} \quad (9)$$

结合式 (8) 和式 (9) 便可推出三阶系统 3 个参数与控制器参数之间的关系表达式如下:

$$\begin{cases} K_{\theta} = \omega_n^2 \cdot p = \frac{K_i \cdot K_L}{L_s \cdot J} \\ \omega_n^2 + 2\zeta \cdot \omega_n \cdot p = \frac{(K_U + K_{d1}) \cdot K_L}{L_s \cdot J} \\ 2\zeta \cdot \omega_n + p = \frac{R_s \cdot J + K_{d2} \cdot K_L}{L_s \cdot J} \end{cases} \quad (10)$$

为了保持该闭环系统的快速响应并且无超调, 通常情况下取  $\zeta = 0.718$ , 则可列出控制器参数  $K_i, K_{d1}, K_{d2}$  与振荡环节角频率  $\omega_n$  之间的关系式如下:

$$\begin{cases} 1.436\omega_n + \frac{1.9236 \times 10^6 \cdot K_i}{\omega_n^2} = 1344.2 + 1.9236 \times 10^6 \cdot K_{d2} \\ \omega_n^2 + \frac{2.762 \times 10^6 \cdot K_i}{\omega_n} = 1.9236 \times 10^6 (0.022 + K_{d1}) \end{cases} \quad (11)$$

### 3.2 永磁同步电机系统控制器参数鲁棒性设计

#### 3.2.1 关于参数 $J$ 和 $R_s$ 的系统灵敏度计算公式

要使永磁同步电机系统具有较好的鲁棒性, 即是该系统对于折算到转子轴的等效转动惯量  $J$  和定子电阻  $R_s$  的变化不敏感。根据灵敏度公式 (1) 可以知道, 当系统的某个参数变化时, 如果该系统的轨迹变化较小, 就说该系统对于该参数的灵敏度较低, 即是说其鲁棒性较强。

令  $T = \frac{\omega_n}{\omega_n}, \alpha = J$ , 则可以得到系统对于等效转动惯量  $J$  这个参数的灵敏度公式:

$$S_J^T = \frac{\partial T/T}{\partial J/J} = \frac{-(L_s \cdot s + R_s) \cdot J \cdot s^2}{L_s \cdot J \cdot s^3 + (R_s \cdot J + K_{d2} \cdot K_L) s^2 + (K_U + K_{d1}) K_L \cdot s + K_i \cdot K_L} \quad (12)$$

同理, 令  $\alpha = R_s$ , 则可以得到系统对于定子电阻  $R_s$  这个参数的灵敏度公式:

$$S_{R_s}^T = \frac{\partial T/T}{\partial R_s/R_s} = \frac{R_s \cdot J \cdot s^2}{L_s \cdot J \cdot s^3 + (R_s \cdot J + K_{d2} \cdot K_L) s^2 + (K_U + K_{d1}) K_L \cdot s + K_i \cdot K_L} \quad (13)$$

为了使系统对于参数变化具有较强的鲁棒性, 即较低的灵敏度, 一般来说要求在参数变化时, 系统的轨迹变化不超过 5%。则在此条件之下, 假定系统的固有参数 (转动惯量  $J$  和定子电阻  $R_s$ ) 的允许范围分别为  $k_1$  和  $k_2$ , 即:  $k_1 = \frac{\Delta J}{J}; k_2 = \frac{\Delta R_s}{R_s}$ 。

则用公式表示两变量的鲁棒性设计要求为:

$$|S_J^T|_{\omega_n} \times \frac{\Delta J}{J} = a_1 \times k_1 \leq 5\% \quad (14)$$

$$|S_{R_s}^T|_{\omega_n} \times \frac{\Delta R_s}{R_s} = a_2 \times k_2 \leq 5\% \quad (15)$$

其中:  $a_1$  是系统对转动惯量的灵敏度;  $a_2$  是系统对定子电阻的灵敏度。

#### 3.2.2 由灵敏度值反推控制器参数 $K_i, K_{d1}$ 和 $K_{d2}$

由于在对系统的模型进行简化变换时, 不计系统的阻尼 (即  $D = 0$ ), 所以有:

$$a_1 = |S_J^T|_{s=\omega_n, i} = \left| \frac{9.3576 \times 10^{-9} \cdot \omega_n^3 \cdot i + 1.2578 \times 10^{-5} \cdot \omega_n^2}{-9.3576 \times 10^{-9} \cdot \omega_n^3 \cdot i - (1.2578 \times 10^{-5} + 0.018K_{d2}) \omega_n^2 + (3.96 \times 10^{-4} + 0.018K_{d1}) \omega_n \cdot i + 0.018K_i} \right| \quad (16)$$

$$a_2 = |S_{R_s}^T|_{s=\omega_n, i} = \left| \frac{-1.2578 \times 10^{-5} \cdot \omega_n^2}{-9.3576 \times 10^{-9} \cdot \omega_n^3 \cdot i - (1.2578 \times 10^{-5} + 0.018K_{d2}) \omega_n^2 + (3.96 \times 10^{-4} + 0.018K_{d1}) \omega_n \cdot i + 0.018K_i} \right| \quad (17)$$

则由式 (11)、式 (16) 和式 (17) 联立方程组, 可得出控制器的三个参数  $K_i, K_{d1}, K_{d2}$  及振荡环节的角频率  $\omega_n$  与系统对转动惯量的灵敏度  $a_1$  系统对定子电阻的灵敏度  $a_2$  这两个参数之间的关系:

$$\text{给定转动惯量 } J \text{ 的允许范围为 } k_1 = \frac{\Delta J}{J} \leq 5\%.$$

即转动惯量的变化范围为:  $2.2144 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  到  $2.6011 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。

$$\text{给定定子电阻 } R_s \text{ 的允许范围为 } k_2 = \frac{\Delta R_s}{R_s} \leq 5\%.$$

即定子电阻的变化范围为  $0.4835 \Omega$  到  $0.5681 \Omega$ 。

则根据式 (14) 和式 (15) 可得定系统对转动惯量的灵敏度  $a_1 = 1$  和系统对定子电阻的灵敏度  $a_2 = 1$  时, 将其代入联立的方程组中求解, 即可得出该控制系统中控制器的 3 个参数:

$$K_i = 1.0696; K_{d1} = 0.022; K_{d2} = 0.0029;$$

综上所述, 当 PDF 控制器参数取  $K_i = 1.0696, K_{d1} = 0.022, K_{d2} = 0.0029$  时, 该永磁同步电机将具有抑制“系统折算到转子轴上的转动惯量变化 5% (即  $2.2144 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$  到  $2.6011 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ), 定子电阻随温度变化 5% (即  $0.4835 \Omega$  到  $0.5681 \Omega$ )”的能力。

下面将利用仿真实验验证这个结果。

## 4 仿真实验

### 4.1 电机参数变化时鲁棒 PDF 控制方案的控制性能

根据以上的分析建立出永磁同步电机的控制系统的 MATLAB/Simulink 仿真结构如图 4 所示。其中系统初始状态为零, 电机的定子电阻为  $0.5241 \Omega$ , 系统折算到转子轴上的转动惯量为  $2.4 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。

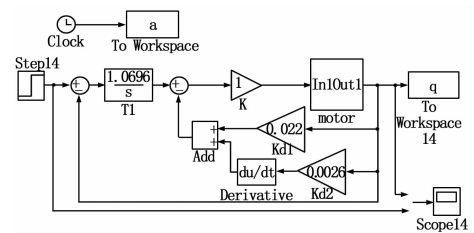


图 4 二阶 PDF 控制器控制永磁同步电机系统结构图

在系统折算到转子轴上的转动惯量和定子电阻变化时, 系统的仿真结果分别如图 5 和图 6 所示。

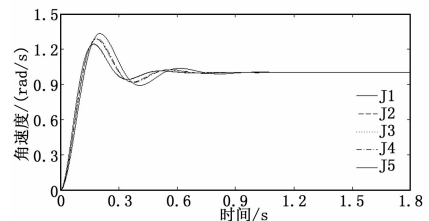


图 5  $J$  变化时 PDF 鲁棒控制系统的响应曲线

其中, 系统折算到转子轴上的转动惯量值分别采用表 1 的几组数据, 其中  $J_2$  和  $J_3$  是给定转动惯量变化范围的最值,  $J_1$  和  $J_5$  是超出给定范围的转动惯量值。

表 1 五组系统折算到转子轴上的转动惯量值  $J$

转动惯量/ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$	$J_5$
值	$2.4 \times 10^{-6}$	$2.2144 \times 10^{-5}$	$2.4 \times 10^{-5}$	$2.6011 \times 10^{-5}$	$5 \times 10^{-5}$

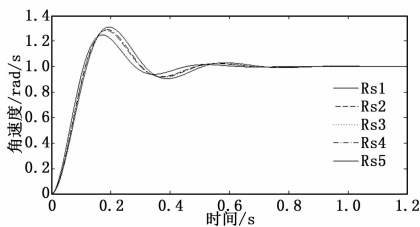


图 6  $R_s$  变化时 PDF 鲁棒控制系统的响应曲线

其中,电机模型的定子电阻值分别采用表 2 的几组数据,其中  $R_s^2$  和  $R_s^3$  是给定的定子电阻变化范围的最值,  $R_s^1$  和  $R_s^5$  是超出给定范围的定子电阻值。

表 2 五组 PMSM 的定子电阻值  $R_s$

电阻 / $\Omega$	$R_s^1$	$R_s^2$	$R_s^3$	$R_s^4$	$R_s^5$
值	0.1	0.4835	0.5241	0.5681	0.8

由仿真结果可知,电机的输出角速度在 1 s 内都能达到稳定;同时,在系统折算到转子轴上的转动惯量  $J$  和定子电阻  $R_s$  这两个可变参数在“鲁棒设计”的参数变化范围内时,系统的整体灵敏度变化不超过 5%,即是整个永磁同步电机的动态性能能满足要求。

在仿真实验中,还给出了当可变参数超出了设计的变化范围时的响应曲线,可以看出控制系统仍然能够克服这些参数的大范围扰动,从而保证了系统的控制性能。

4.2 PDF 鲁棒控制与普通 PID 控制性能对比.

给定同样的电机参数且保证超调量均为 25%,对比分别采用鲁棒 PDF 控制方案和普通 PID 控制方案控制永磁同步电机时系统的响应曲线,其中系统折算到转子轴上的转动惯量值  $J$  变化时, PID 控制系统的响应曲线如图 7 所示。

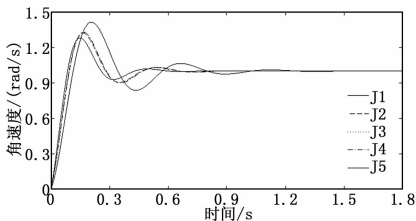


图 7  $J$  变化时 PID 控制系统的响应曲线

对比图 5 及图 7 可知,当转动惯量值在给定的变化范围之内时,两种控制方案都能保证振荡适度,但当转动惯量超过给定的变化范围时, PID 控制方案下的响应曲线超调量变化高达 10%,而鲁棒 PDF 控制方案下的曲线超调量却低于 4%。

定子电阻  $R_s$  变化时, PID 控制系统的响应曲线如图 8 所示。

同样对比图 6 及图 8 可知,当定子电阻值在给定的变化范

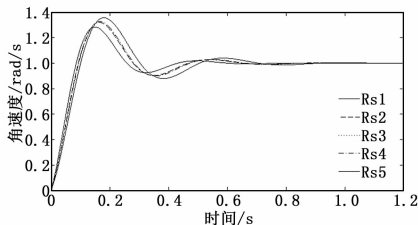


图 8  $R_s$  变化时 PID 控制系统的响应曲线

围之内时,两种方案都能保持振荡适度,但当超过范围时, PID 控制方案下的响应曲线超调量变化约为 4%,而鲁棒 PDF 控制仅有不到 1%。

综上所述,在普通 PID 控制和 PDF 鲁棒控制均保证系统最大超调量在 25% 左右的前提下,当控制系统的控制对象数学模型参数发生改变时, PID 控制系统的响应曲线发生了较明显的振荡,而采用了鲁棒性设计的 PDF 控制模型则能够保证系统的振荡特性适度,且调整时间保持不变,曲线更为平滑,说明控制性能更加稳定,系统的鲁棒性更高。

5 结论

1) 提出了以系统灵敏度为评价参数的“鲁棒 PDF 控制”方案,这种新的控制方案可以在保证电机在完成力矩输出的同时,消除系统折算到转子轴上的转动惯量的不确定性和由温度变化引起的定子电阻的不确定性。故该控制方案具有较强的鲁棒性,随着系统参数(转动惯量和定子电阻)的变化,系统的动态性能变化较小(系统灵敏度小)。

2) 相对于普通 PID 控制而言,“鲁棒 PDF 控制”对于数学模型的精度要求不高,能满足同一组控制器参数在不同的系统参数下响应曲线的平稳,不会发现较明显的振荡,从而获得稳定的控制性能,其鲁棒性能明显提高。

参考文献:

[1] 卜柏营,唐 猛. 基于 PDF 策略的电机调速系统设计与仿真 [J]. 重庆理工大学学报, 2011, 25 (8): 52-59.

[2] 董纵昊. 自调节 PDF 控制算法的研究 [D]. 成都: 西南交通大学机械工程学院, 2002.

[3] Meng. Tang, Liu Chen, The system bandwidth analysis in electro-hydraulic servo system with PDF control [A]. IEEE The 5th Asian control Conference [C]. Mwlbourne: Australia, 2004, 20-23.

[4] 张晓华. 系统建模与仿真 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.

[5] Richard C. Dorf, Robert H. Bishop. Modern Control Systems, Eleventh Edition [M]. Beijing: Electronics industry Press, 2009: 690-691.

[6] 廖晓钟,刘向东. 控制系统分析与设计 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.

[7] 张 兵,唐 猛,廖海洲. 基于负载观测的 PMSM 滑模抗扰动自适应控制 [J]. 工程设计学报, 2013, 20 (5): 427-433.

[8] 李 波,唐 猛. PDF 策略在变载荷高性能控制系统中的设计及仿真 [J]. 工程设计学报, 2013, 20 (1): 49-54.

[9] 杨 耕,罗应立. 电机与运动控制系统 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.