

机器人自适应主动同时定位与建图新方法

蔡 炯

(攀枝花学院 数学与计算机学院, 四川 攀枝花 617000)

摘要:针对多机器人的定位与建图受到即时定位与地图构建(SLAM)研究方法和技术不成熟的制约问题,提出一种基于扩展卡尔曼滤波(EKF)的自适应同时定位与建图方法;首先,基于EKF估计方法,将SLAM中机器人运动方式的选取问题转化为一个多目标最优控制问题,机器人选取最优化目标函数的控制输入,从而以主动的、智能的和自适应的方式探索环境;然后,将上述方法推广到多机器人SLAM中,以实现更为准确、高效和鲁棒的定位与建图;仿真结果表明,该方法大大提高了机器人建图的效率、准确性和鲁棒性;该方法用于机器人主动同时定位和建图是可行的、有效的。

关键词:主动同时定位与建图;扩展卡尔曼滤波器;多目标优化;多机器人

A New Approach to Active Simultaneous Localization and Mapping for Mobile Robot

Cai Jiong

(School of Mathematics and Computer Science Panzhihua University, Panzhihua 617000, China)

Abstract: As the localization and mapping of multi-robot are restricted by the immature SLAM research method and technology, a kind of adaptive method for simultaneous localization and mapping based on EKF is proposed. First of all, the selection of robot movements in SLAM is converted into a multi-objective optimal control problem based on extended kalman filter estimation method. Thus, the robot can select the control input of optimization objective function, so that the active, intelligent and adaptive way can be adopted to explore the environment. Then, the above method is generalized into the SLAM of multiple robots, in order to achieve more accurate, efficient and robust localization and mapping. The simulation results show that the method is effective.

Keywords: active simultaneous localization and mapping; extended kalman filter; multi-objective optimization; multi-robot

0 引言

随着移动机器人技术的不断进步和功能的不断强大,尤其是导航技术的日趋成熟,其应用范围空前提升,未知环境下的导航更成为移动机器人领域倍受关注的热点问题。定位是导航的基础,对于未知环境,由于事先没有环境地图,因此机器人难以利用地图信息进行定位;另一方面,要建立环境地图,机器人必须能够精确定位,即定位与地图创建相互依赖、相互决定,因此如何借助于二者之间的相互制约,使二者同时在线完成,这就是学者普遍关注的并发建图与定位(SLAM)问题。

R. Smith等人于1990年提出基于扩展卡尔曼滤波器的随机建图方法^[1],从此揭开了SLAM研究的序幕。目前,SLAM的开发范围十分广泛,已经向包括水下背景在内的复杂环境领域扩展^[2-4]。现有SLAM的研究方法主要包括两类:EKF方法^[5]和粒子滤波(Particle Filter-PF)方法^[6]。然而,机器人的运动方式往往是被忽略的一个关键技术。目前,机器人在行进时识辨周围环境的过程中,普遍采用随机式或预定义两种方式^[7]。其中,随机式行进方法在定位和建图操作过程中带有极大的无目的性;而预定义式行进方法,实现对目标区域的目标点全部搜寻十分困难,所以构建的地图不会完美。为此,

学者进行了广泛的研究,比较著名的是自适应性同时定位与建图技术^[8-9],但该方法是以机器人在整个过程均能准确识别目标为前提,所以对于待检目标数量庞大的复杂环境不能发挥其优势。另外在一般环境下,这种方法还存在未知环境难以精确检测和建图的劣势^[10]。

针对上述问题,本文基于EKF估计方法提出一种新的移动机器人主动SLAM方法,将该方法应用于多机器人主动同时定位与建图中,以实现高效、鲁棒的定位与建图。

1 基于EKF的SLAM

1.1 问题描述

SLAM可描述为如下问题:给定二维平面,其中存在 N 个位置未知的陆标,机器人从某一位置出发探索环境,借助传感器观测陆标,并估计陆标的二维位置,同时进行自身三维位姿的估计。

假设系统状态为 $X(k) = [X_r^T(k), X_m^T(k)]^T$,其中 $X_r(k) = [x_r(k), y_r(k), \theta_r(k)]^T$ 表示机器人的位姿, $X_m(k) = [X_1^T(k) \cdots X_N^T(k)]^T = [X_1(k), y_1(k), \cdots X_N(k), y_N(k)]^T$ 表示陆标的位置,机器人定位与建图的任务就是估计 $X(k)$ 。

1.2 EKF估计

假设系统模型为:

$$X(k+1) = f(X(k), u(k), v(k)), \quad (1)$$

式中, $Q(k)$ 表示 $v(k)$ 的协方差矩阵。

构建实验模型如下:

$$Z(k+1) = h(X(k+1)) + w(k) \quad (2)$$

收稿日期:2014-09-04; 修回日期:2014-10-17。

基金项目:科技部2014年度课题(2014EG113174)。

作者简介:蔡炯(1970-),男,四川南充人,硕士,讲师,主要从事计算机网络与通信方向的研究。

其中: $w(k)$ 为零均值高斯白噪声, 其协方差矩阵为 $R(k)$ 。

EKF 是卡尔曼滤波在非线性系统中的扩展, 它假设系统状态服从正态分布, 并将非线性系统进行线性化, 然后使用卡尔曼滤波方法估计系统状态的均值和协方差。使用 EKF 进行系统状态估计分为预测和更新两步。

在第 k 时刻, 机器人使用 (3) ~ (5) 预测传感器的观测值、系统状态及其协方差:

$$\bar{X}(k+1|k) = f(\bar{X}(k|k), u(k), 0) \quad (3)$$

$$P(k+1|k) = \nabla_x f \cdot P(k|k) \cdot \nabla_x^T f + \nabla_v f \cdot Q(k) \cdot \nabla_v^T f \quad (4)$$

$$\bar{Z}(k+1|k) = h(\bar{X}(k+1|k)) \quad (5)$$

其中: $\bar{X}(k|k)$ 表示在第 k 时刻对该时刻状态的估计, 而 $\bar{X}(k+1|k)$ 表示在第 k 时刻对下一时刻状态的估计, 即对状态的预测。 $P(k|k)$ 表示 $X(k)$ 的协方差。

在第 $k+1$ 时刻, 机器人获得传感器的观测值 $Z(k+1)$, 并用 $Z(k+1)$ 进行如下更新:

$$\bar{X}(k+1|k+1) = \bar{X}(k+1|k) + W(k+1) \cdot \gamma(k+1) \quad (6)$$

$$P(k+1|k+1) = P(k+1|k) - W(k+1) \cdot S_{\gamma\gamma}(k+1) \cdot W^T(k+1) \quad (7)$$

其中:

$$\gamma(k+1) = Z(k+1) - \bar{Z}(k+1|k)$$

$$S_{\gamma\gamma}^{(k+1)} = \nabla_x h \cdot P(k+1|k) \cdot \nabla_x^T h + R(k+1)$$

$$W(k+1) = P(k+1|k) \cdot \nabla_x^T h \cdot S_{\gamma\gamma}^{-1}(k+1)$$

$\gamma(k+1)$ 表示 $k+1$ 时刻的新息 (innovation), $S_{\gamma\gamma}(k+1)$ 为新息的协方差, $W(k+1)$ 为卡尔曼增益。

机器人重复使用 (3) ~ (7) 进行定位与建图, 在随机方式的 SLAM 中, 控制输入 $u(k)$ 随机产生, 而对于预先指定路径方式, 机器人产生能够跟踪路径的控制输入 $u(k)$ 。

对于两轮差分驱动的移动机器人系统:

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_r(k+1|k) \\ \bar{y}_r(k+1|k) \\ \bar{\theta}_r(k+1|k) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_r(k|k) + V(k) \cdot T \cdot \cos(\bar{\theta}_r(k|k) + \omega(k) \cdot T) \\ \bar{y}_r(k|k) + V(k) \cdot T \cdot \sin(\bar{\theta}_r(k|k) + \omega(k) \cdot T) \\ \bar{\theta}_r(k|k) + \omega(k) \cdot T \end{bmatrix}$$

其中: $u(k) = [V(k), \omega(k)]^T$ 表示机器人的线速度和角速度。由于陆标静止, 因此 $X_m(k+1|k) = X_m(k|k)$ 。

对于测量相对距离和相对夹角的传感器 (激光、超声等), 当传感器观测到一个陆标时:

$$\bar{Z}(k+1|k) = h(\bar{X}(k+1|k)) =$$

$$\begin{bmatrix} \sqrt{[\hat{x}_i(k+1|k) - \hat{x}_i(k+1|k)]^2 + [\hat{y}_i(k+1|k) - \hat{y}_i(k+1|k)]^2} \\ \arctg \frac{\hat{y}_i(k+1|k) - \hat{y}_i(k+1|k)}{\hat{x}_i(k+1|k) - \hat{x}_i(k+1|k)} - \hat{\theta}_i(k+1|k) \end{bmatrix}$$

2 移动机器人主动同时定位与建图

这一部分基于 EKF, 阐述适应性更强的移动机器人 SLAM 新理论, 其核心问题是把 SLAM 进行简单处理, 变为最优解寻找过程, 优化目标包括两个方面。首先, 为使机器人能够准确地定位与建图, 本文以定位与建图的协方差最小化为目标。其次, 为避免机器人单一追求定位与建图的协方差最小

化而导致在某一局部区域徘徊不前, 将机器人预测的下一步能够探索的新区域面积引入到目标函数中, 从而驱动机器人在兼顾定位与建图准确的同时, 不断向未探索区域运动。两个优化目标通过加权综合得到最终的目标函数。

2.1 定位与建图的准确性

依据机器人位姿协方差椭圆的相关参数定义机器人功能精确度的量化指标, 即:

$$C(P(k+1|k+1)) = \pi \prod_{j=1}^3 \sqrt{\lambda_j(P_{rr}(k+1|k+1))} + \pi \sum_{i=1}^n \prod_{j=1}^2 \sqrt{\lambda_j(P_{ii}(k+1|k+1))} = \pi \sqrt{\det(P_{rr}(k+1|k+1))} + \pi \sum_{i=1}^n \sqrt{\det(P_{ii}(k+1|k+1))} \quad (8)$$

其中:

$$P(k+1|k+1) =$$

$$\begin{bmatrix} P_{rr}(k+1|k+1) & P_{rm}(k+1|k+1) \\ P_{rm}^T(k+1|k+1) & P_{mm}(k+1|k+1) \end{bmatrix},$$

$P_{rr}(k+1|k+1)$ 表示机器人位姿的协方差, $P_{ii}(k+1|k+1)$ 为 $P_{mm}(k+1|k+1)$ 主对角线上的 2×2 子阵, 表示每个陆标二维位置坐标的协方差, 而 $\lambda_j(P_{rr}(k+1|k+1))$ 和 $\lambda_j(P_{ii}(k+1|k+1))$ 分别表示 $P_{rr}(k+1|k+1)$ 和 $P_{ii}(k+1|k+1)$ 的特征根。

由于在施加 $u(k)$ 之前, $P(k+1|k+1)$ 无法直接由 (7) 计算, 因此, 使用 (9) 式进行预测:

$$\begin{aligned} P(k+1|k+1) &= P(k+1|k) - \\ &W(k+1) \cdot S_{\gamma\gamma}(k+1) \cdot W^T(k+1) = \\ &P(k+1|k) - P(k+1|k) \cdot \nabla_x^T h \cdot S_{\gamma\gamma}^{-1}(k+1) \cdot \\ &\nabla_x h \cdot P(k+1|k) = P(k+1|k) - \\ &P(k+1|k) \cdot \nabla_x^T h \cdot [\nabla_x h \cdot P(k+1|k) \cdot \nabla_x^T h + \\ &P(k+1|k)]^{-1} \cdot \nabla_x h \cdot P(k+1|k) = \\ &[P^{-1}(k+1|k) + \nabla_x h^T \cdot R^{-1}(k+1) \cdot \nabla_x h]^{-1} \quad (9) \end{aligned}$$

2.2 机器人预期探索的新区域面积

当前, 机器人普遍采用传统的传感探测器来获取周围信息, 可检测领域和探测精度不能达到足够的要求, 因此, 机器人实现对检测领域中的全部目标进行识别很不现实。在某种意义上, 如果只把其功能精确度当作量化指标, 机器人将走不出某几个陆标之间, 因为此时机器人只能搜寻附近的数个目标点。若要提高此时观测目标的判断精度, 机器人会选择回旋于此地而停滞不前。本文通过改进文献 [11] 中所述理论, 实现机器人在行进过程对已测与未测范围的边界 (frontier) 进行准确定位, 精确算出机器人涉及区域总面积数目, 并与构建的函数相结合, 让机器人扩大搜寻和检测范围。

使用概率栅格法系所处范围, 根据文献 [11] 所述, 定义出各种区域边界线。所以, 移动机器人能够在已知范围的基础上逐渐靠近边界线, 从而扩大了对未知部分的探测范围, 同时, 边界也会进一步向未知区域延展, 如此进行下去, 机器人可以检索到完整的环境。

在准确得到上述边界位置的基础上, 根据相应公式, 能够计算下一步将要检索而之前从未检索过的范围的面积数值, 用 $Area_{new}(k+1|k)$ 表示。

$$Area_{new}(k+1|k) = Area_{gyid} \cdot N_{sensor_new}(k+1|k) \quad (10)$$

其中 $Area_{gyid}$ 为每个栅格的面积, $N_{sensor_new}(k+1|k)$ 为预测的机器人执行控制输入后传感器能够探测到新栅格数目。

2.3 目标函数

将定位与建图的准确性和预期探索的新区域面积分别进行归一化处理, 然后进行融合, 得到如下目标函数:

$$J(u(k)) = \omega_1 \cdot \frac{C(P_{min})}{C(P(k+1|k+1))} + \omega_2 \cdot \frac{Area_{new}(k+1|k)}{Area_{max}} \quad (11)$$

其中: 传感器搜寻区域面积最大值为 $Area_{max}$, 相关参数均可求得。所以控制输入最佳值表示如下:

$$u(k) = \arg \max_{u(k) \in U} J(u(k)) \quad (12)$$

其中:

$$U = \{ u = [u_1, u_2]^T \mid u_{1min} \leq u_1 \leq u_{1mix}, u_{2min} \leq u_2 \leq u_{2max} \}$$

为机器人可选控制输入集。

将 (12) 求解的最优控制输入施加给机器人设备, 这样可以提高其在定位与建图功能上的精度, 也可以进一步驱动机器人扩大未知区域检测范围。但是当进行步骤 (12) 时, 机器人会有徘徊于局部范围而停滞不前的风险, 这是因为此时获得的结果很精密, 而传感器不能检测到下一步的搜寻范围。如果出现这种情况, 可以采取如下解决方法。如果满足 $C_{threshold} \geq C(P) / (N_{1_observed} + 1)$ 和 $Area_{new} = 0$ 的条件, 可以选择命令机器人面向此时与它的距离最小的边界行进, $N_{1_observed}$ 表示当前已经观测过的所有路标总数, $C_{threshold}$ 表示相应的阈值。对于上面的约束条件, 如不能全部成立, 仍要执行步骤 (12)。

该方法能保证机器人探索全部环境, 仿真表明该策略十分有效。直观可理解为机器人在定位与建图方面达到一定精度的基础上, 应该使机器人向未知区域行进, 否则, 机器人当前定位与建图不够准确, 若盲目让机器人向未知范围行进, 其相应功能的误差将会进一步加强。

3 多机器人主动同时定位与建图

3.1 系统状态扩展

假设 M 个机器人共同完成同时定位与建图, M 个机器人同构, 且可以随时通讯, 则将系统状态进行扩展得到, $\bar{X}(k) = [X_v^T(k), X_m^T(k)]^T = [X_{r_1}^T(k), X_{r_2}^T(k), \dots, X_{r_M}^T(k), X_m^T(k)]^T$ 其中 $X_{r_j}(k) = [x_{r_j}(k), y_{r_j}(k), \theta_{r_j}(k)]^T$ 表示第 j 个机器人的位姿。则系统的协方差为:

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} \bar{P}_{rr} & \bar{P}_{rm} \\ \bar{P}_{mr} & \bar{P}_{mm} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} P_{r_1, r_1} & P_{r_1, r_2} & \dots & P_{r_1, r_M} & P_{r_1, l_1} & P_{r_1, l_2} & \dots & P_{r_1, l_N} \\ P_{r_2, r_1} & P_{r_2, r_2} & \dots & P_{r_2, r_M} & P_{r_2, l_1} & P_{r_2, l_2} & \dots & P_{r_2, l_N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ P_{r_M, r_1} & P_{r_M, r_2} & \dots & P_{r_M, r_M} & P_{r_M, l_1} & P_{r_M, l_2} & \dots & P_{r_M, l_N} \\ P_{l_1, r_1} & P_{l_1, r_2} & \dots & P_{l_1, r_M} & P_{l_1, l_1} & P_{l_1, l_2} & \dots & P_{l_1, l_N} \\ P_{l_2, r_1} & P_{l_2, r_2} & \dots & P_{l_2, r_M} & P_{l_2, l_1} & P_{l_2, l_2} & \dots & P_{l_2, l_N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ P_{l_N, r_1} & P_{l_N, r_2} & \dots & P_{l_N, r_M} & P_{l_N, l_1} & P_{l_N, l_2} & \dots & P_{l_N, l_N} \end{bmatrix}$$

多机器人系统运动模型为:

$$\bar{X}_r(k+1) = \bar{f}_r(\bar{X}_r(k), \bar{u}(k), \bar{v}(k)) \quad (13)$$

其中:

$$\bar{u}(k) = [u^T(k), u_M^T(k) \dots U_M^T(k)]^T, \bar{f}_r(\bar{X}_r(k), \bar{u}(k), \bar{v}(k)) = [f_r^T(X_{r_1}(k), u_1(k), v_1(k)), \dots, f_r^T(X_{r_M}(k), u_M(k), v_M(k)),]^T$$

观测模型为:

$$Z(k+1) = [Z_{r_1}^T(k+1), \dots, Z_{r_M}^T(k+1)]^T \quad (14)$$

其中:

$$Z_{r_j}(k+1) = \begin{bmatrix} Z_{r_j-r_1}(k+1) \\ \vdots \\ Z_{r_j-r_{j-1}}(k+1) \\ Z_{r_j-r_{j+1}}(k+1) \\ \vdots \\ Z_{r_j-r_M}(k+1) \\ Z_{r_j-l_1}(k+1) \\ \vdots \\ Z_{r_j-l_N}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(X_{r_j}(k+1), X_{r_1}(k+1),) \\ \vdots \\ h(X_{r_j}(k+1), X_{r_{j-1}}(k+1),) \\ h(X_{r_j}(k+1), X_{r_{j+1}}(k+1),) \\ \vdots \\ h(X_{r_j}(k+1), X_{r_M}(k+1),) \\ h(X_{r_j}(k+1), X_{l_1}(k+1),) \\ \vdots \\ h(X_{r_j}(k+1), X_{l_N}(k+1),) \end{bmatrix}$$

扩展系统状态后, 可直接利用 (3) ~ (7) 进行预测与更新。

3.2 目标函数

$$J(u_1(k), u_2(k) \dots U_M(k)) = \omega_1 \cdot \frac{C(\bar{P}_{min})}{C(\bar{P}(k+1|k+1))} + \omega_2 \cdot \frac{Area_{new}(k+1|k)}{M \cdot Area_{max}} \quad (15)$$

其中:

$$Area_{new}(k+1|k) = \sum_{j=1}^M Area_{j_new}(k+1|k)$$

表系所有机器人预期探索的新区域面积之和。

则最优控制输入为:

$$u(k) = \arg \max_{u_j(k) \in U} J(u_1(k), u_2(k), \dots, u_M(k)) \quad (16)$$

4 仿真与分析

4.1 单机器人主动 SLAM 仿真

设定机器人搜寻范围为 $60 \text{ m} \times 60 \text{ m}$ 的正方形, 初始姿态是 $X_r(0) = [0, 0, 0]^T$, 令 $\omega_1 = \omega_2 = 1/2$, 取 $T = 0.25 \text{ s}$, 传感器搜寻区域 $(0, 15 \text{ m}]$, 夹角区域 $[-\pi/2, \pi/2]$, $R = \text{diag} \{0.2^2, 0.04^2\}$, $Q = \text{diag} \{0.3^2, 0.3^2, 0.05^2, 0.3^2, \dots, 0.3^2\}$, $u_1 = \{0.5, 1.0, 1.5, 2.0\}$, $C_{threshold} = 0.3$, 单位为 m/s , $u_2 = \{-\pi/2, -3\pi/8, -\pi/4, -\pi/8, 0, \pi/8, \pi/4, 3\pi/8, \pi/2\}$, 单位为 rad/s 。

在环境中随意放置 18 个陆标, 采用本文提出的主动 SLAM 方法进行定位与建图, 实验结果的数据以最近邻法进行相关关联^[12], 探测器检索了全部路标即执行结束命令。重复实验 30 次, 结果见表 1。在 30 次实验中机器人建图所用步数相差并不大, 平均为 415 步。图 1 给出了执行步数最短和最长的两次实验结论, 路标实际与预定位置分别用 “*” 与 “+” 进行区分。由于算法运行的终止条件为机器人观测到所有陆标, 所以环境中仍有非常小的部分区域没有被探测, 若将终止条件改为机器人探测到全部环境, 算法依然能够很快终止。

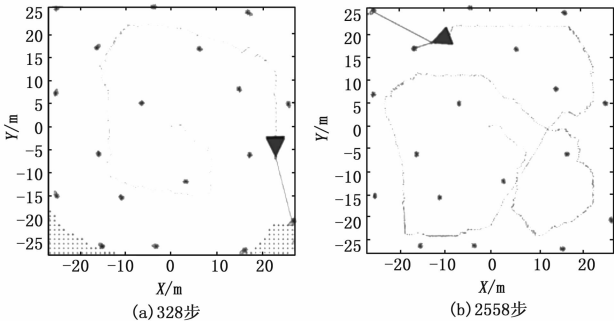


图 1 单机器人主动 SLAM 仿真结果

4.2 主动 SLAM 与随机 SLAM 的仿真比较

与 4.1 中的环境相同，机器人采用随机选取控制输入的方式完成 SLAM，机器人的线速度和角速度分别为在 $[0.5, 2]$ 和 $[-\pi/2, \pi/2]$ 内服从均匀分布的随机变量。重复实验 30 次，发现机器人完成建图任务所需步数相差很大，最长需要 2558 步，且由图 2 可知，机器人定位与建图并不准确。图 2 (a) 中由于机器人在定位与建图不够准确的情况下盲目向未知区域运动，导致定位与建图误差逐渐积累，因此建立的地图非常不准确。两种方法的仿真比较见表 1。

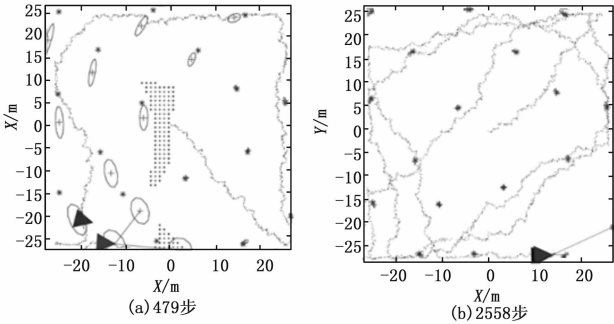


图 2 单机器人随机 SLAM 仿真结果

4.3 多机器人主动 SLAM 仿真

在相同的环境中，两个机器人的起始位姿分别为 $X_{r_1}(0) = [-5, 0, \pi]^T$ 和 $X_{r_2}(0) = [5, 0, 0]^T$ 。

仿真结果见图 3 和表 1。由此可见，两机器人协作建图较

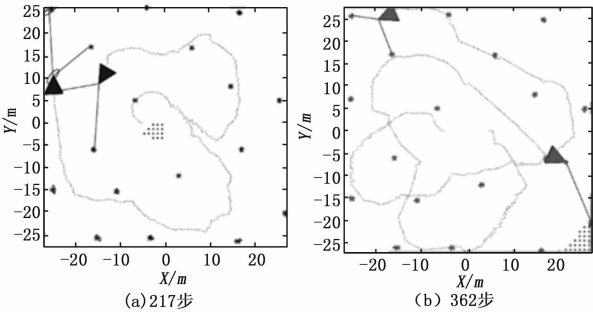


图 3 两机器人主动 SLAM 仿真结果

单机器人建图具有更高的效率和准确性。

表 1 三种 SLAM 结论比较

SLAM	步数		平均值	误差	
	最小值	最大值		平均值	C (P ₅ mm)/N
单机器人主动 SLAM	328	653	415	0.35 m	0.43 m ²
单机器人随机 SLAM	479	2558	1235	1.23 m	0.87 m ²
两机器人主动 SLAM	217	362	312	0.28 m	0.30 m ²

5 结论

本文系统地研究了基于多目标优化的移动机器人主动同时定位与地图创建方法，首先把 SLAM 变换为最优控制问题来解决，其次将优化获得的相关函数与机器人相结合，使其以主动的、自适应的和智能的方式完成对未知区域的建图，进而有力地推动了 SLAM 研究的实用化进程。同时，本文将上述方法推广到多机器人 SLAM 中，大大提高了机器人建图的效率、准确性和鲁棒性。

参考文献：

[1] Smith R, M. Self and P. Cheeseman, Estimating uncertain spatial relationships in robotics [J]. Autonomous Robot Vehicle Cox and G. T. Wilfon, Eds, New York: Springer Verlag, 1990, 3 (6): 167-193.

[2] 吴培良, 孔令富, 孔 亮. 一种普适机器人系统同时定位、标定与建图方法 [J]. 自动化学报, 2012, 38 (4): 618-631.

[3] 陶 通, 黄亚楼, 苑 晶, 等. 基于协助校正方法的多机器人主动同时定位与建图 [J]. 模式识别与人工智能, 2012, 25 (3): 534-543.

[4] 邹智荣, 蔡自兴, 陈白帆. 移动机器人 SLAM 中一种混合数据关联方法 [J]. 小型微型计算机系统, 2011, 32 (7): 181-186.

[5] Ahmad H, Namerikawa T. Extended Kalman filter-based mobile robot localization with intermittent measurements [J]. Systems Science & Control Engineering, 2013, 1 (1): 113-126.

[6] 朱代先, 王晓华. 基于精确稀疏扩展信息滤波的粒子滤波 SLAM 算法研究 [J]. 计算机工程与科学, 2012, 34 (7): 140-145.

[7] Dissanayake M, Newman P, Clark S, et al. A solution to the simultaneous localization and map building (SLAM) problem [J]. Robotics and Automation, 2013, 17 (3): 229-241.

[8] 袁 成, 蔡自兴, 陈白帆. 粒子群优化的同时定位与建图方法 [J]. 计算机工程, 2012, 35 (11): 175-177.

[9] 陈 伟, 吴 涛, 李 政, 等. 基于粒子滤波的单目视觉 SLAM 算法 [J]. 机器人, 2012, 30 (3): 242-247.

[10] Kimura H, Fukuoka Y, Cohen A H. Adaptive dynamic walking of a quadruped robot on natural ground based on biological concepts [J]. The International Journal of Robotics Research, 2013, 26 (5): 475-490.

[11] Klanar G, Tesli L, Skrjanc I. Mobile-robot pose estimation and environment mapping using an extended Kalman filter [J]. International Journal of Systems Science, 2013, 35 (11): 1-16.

[12] 楼晓春. 基于扩展 Kalman 滤波器算法的移动机器人同步定位与建图 [J]. 控制与决策, 2012, 22 (24): 2927-2930.