

一种改进型动态矩阵控制在水箱液位系统中的应用

郭伟¹, 陈琛¹, 陆振宇²

(1. 南京信息工程大学 信息与控制学院, 南京 210044; 2. 南京信息工程大学 电子与信息工程学院, 南京 210044)

摘要: 针对三容水箱液位控制的多变量、强耦合、非线性、难以建立精确数学模型等特点, 提出了一种在状态空间方程形式下的多变量动态矩阵控制 (dynamic matrix control, DMC) 和分数阶 PID (FOPID) 控制相结合的新型模型预测控算法 (MFOPID—DMC), 以改善控制品质; 用李雅普诺夫第二方法证明该算法的稳定性; 将该算法应用在三容水箱液位控制系统, 并与 FOPID 和 DMC 控制效果进行对比; 仿真结果表明, 该算法克服了 FOPID 超调大和 DMC 动态响应慢的不足, 是一种鲁棒性较强、控制精度高的控制策略, 较好地解决了三容水箱液位控制系统的耦合性、难以建立数学模型等问题。

关键词: 三容水箱液位系统; 分数阶 PID 控制; 动态矩阵控制; Matlab 仿真

Applications of an Improved Dynamic Matrix Control in Water Level System

Guo Wei¹, Chen Chen¹, Lu Zhenyu²

(1. School of Information and Control, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China; 2. School of Electronic and Information Engineering, Nanjing 210044, China)

Abstract: To deal with the complex features of three tank water system, such as multivariable, strong coupling, nonlinear and no precise mathematical model, a new Dynamic Matrix Control (DMC) combined with fractional PID in multivariate conditions called MFOPID—DMC is provided. According to Lyapunov's second stability theorem, it can be proved that the new algorithm has the stability of closed-loop system. The algorithm is applied to three tank water system and compare with fractional PID and DMC. Simulation experiments with three tank water system show that this control strategy has good control effect and gets rid of large overshoots from fractional PID and slow response of DMC to some degree. Simultaneously, the algorithms is of strong robustness and high precision control. and it can effectively solve coupling, no precise mathematical model problem et al.

Keywords: three tank water system; fractional PID control; dynamic matrix control; Matlab simulation

0 引言

液位是工业生产中的常见被控变量, 如炼油厂油罐的液位、热电厂大型锅炉的水位以及高温生产条件下钢水的液位等, 它的控制精度影响产品的质量和控制性能。因此, 为了保证生产安全和产品的质量, 对液位的精确控制是非常必要的^[1-2]。

水箱液位控制系统是一个典型的过程控制试验设备, 很多实际过程控制系统可以用水箱系统的动态特性来描述, 具有非线性、时滞性、时变性以及多变量耦合性等特点, 很难建立精确的数学模型, 常规的 PID 控制难以取得较好的控制效果^[3]。文献 [4] 针对单容液位控制系统, 采用 RBF—ARX 离线建立系统全局非线性模型, 用 SNPOM 优化方法辨识出模型的参数, 仿真验证了该算法的有效性。但是, 神经网络算法需要大量的训练, 而液位控是一个调整时间较长的过程, 因此将耗费大量的训练时间, 在容积变化或管路修改时, 要重新对网络的连接权系数进行重新训练。

预测控制是 20 世纪 70 年代后期提出的一类新型计算机控

制算法, 采用多步预测、滚动优化和反馈校正等策略, 因而控制效果好、鲁棒性强, 适用于不易建立数学模型且比较复杂的工业生产过程, 已在化工、冶金、石油等工业过程控制中取得十分成功的应用^[5-6]。文献 [7-8] 将预测控制应用于水箱液位控制, 取得较理想的控制效果。

本文提出了一种在状态空间方程形式下的多变量 DMC 与 FOPID 控制相结合的新型模型预测控算法, 在 DMC 的性能指标中引入稳态误差加权项, 将 DMC 的控制规律按照增量式 FOPID 的结构来重新建立, 使 FOPID 具有预测的功能^[9]。对三容水箱液位系统进行控制, 仿真结果表明, 该方法明显优于 DMC 和 FOPID 两种算法, 具有较好的鲁棒性和设定值跟踪性能。

1 三容水箱液位控制系统的工作原理和数学模型

考虑图 1 所示的三容水箱模型, 3 个横截面积为 S 的容器 T_1 , T_2 和 T_2 , T_1 和 T_3 , T_2 和 T_3 , T_2 和蓄水池之间均有横截面积为 S_0 的管子相连。水泵 1 和水泵 2 分别给容器 T_1 和 T_2 供水, 而容器 T_3 中的只能通过耦合作用从容器 T_1 或 T_2 获得, 系统内流动液体储存于蓄水池中, 为水泵提供水源, 整个系统形成一个回路。

根据物理平衡原理可以用下面非线性微分方程描述该系统

$$\begin{aligned} S \frac{dh_1}{dt} &= q_1 - Q_{13}, S \frac{dh_2}{dt} = q_2 + Q_{32} - Q_{20} \\ S \frac{dh_3}{dt} &= Q_{13} - Q_{32} \end{aligned} \quad (1)$$

其中:

收稿日期: 2014-10-15; 修回日期: 2015-03-31。

基金项目: 国家自然科学基金(61473334)。

作者简介: 郭伟(1960-), 男, 安徽巢湖人, 教授, 主要从事预测控制和电力系统控制等方向的研究。

陆振宇(1979-), 男, 江苏常州人, 副教授, 主要从事智能控制、光电系统集成和光学智能抗振等方向的研究。

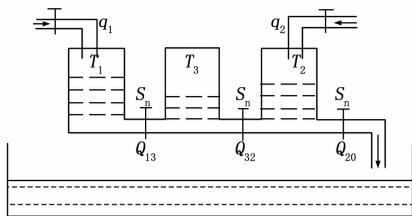


图 1 三容液位控制系统结构图

$$Q_{13} = a_{z1} S_n \operatorname{sgn}(h_1 - h_3) \sqrt{2g |h_1 - h_3|}$$

$$Q_{32} = a_{z3} S_n \operatorname{sgn}(h_3 - h_2) \sqrt{2g |h_3 - h_2|}$$

$$Q_{20} = a_{z2} S_n \sqrt{2gh_2}$$

式中, $a_{zi} (i = 1, 2, 3)$ 为实验数据辨识得到的相应的流量系数, Q_{ij} 是从容器 i 到容器 j 的液体流量, $h_i (i = 1, 2, 3)$ 为各容器的液。

这里考虑容器 T_1 和 T_2 的液位控制。定义状态变量和控制变量

$$\mathbf{x} = [h_1 \quad h_2 \quad h_3]^T, \mathbf{u} = [q_1 \quad q_2]^T$$

则系统状态方程和输出方程变为:

$$\frac{dx}{dt} = A(x) + Bu$$

$$y = Cx \tag{2}$$

其中:

$$A(h) = \begin{bmatrix} \frac{-Q_{13}}{S} \\ \frac{Q_{32} - Q_{20}}{S} \\ \frac{Q_{13} - Q_{32}}{S} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \frac{1}{S} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

由以上可以看出三容水箱液位系统两个输出变量都要受到两个输入变量的影响, 是一个多输入多输出耦合的非线性系统。

2 分数阶 PID 和多变量 DMC 基本算法

2.1 分数阶 PID 控制算法

PID 控制是控制系统中应用最广泛、技术最成熟的控制方法。由于其结构简单、鲁棒性强等特点, 在电力、冶金和机械等工业过程被广泛应用。1999 年 I. Podlubny 提出了分数阶 $PI^\lambda D^\mu$ 控制器, 由于引入了微分阶次 λ 、积分阶次 μ , 相比整数阶 PID 多了两个可调参数, 参数可调范围变大, 控制器设计更加灵活, 可以期望出更好的控制效果。

在时域范围内, 分数阶 PID 控制器为:

$$u(t) = K_p e(t) + \{ \backslash kern 1pt \} K_i D_t^{-\lambda} e(t) + K_d D_t^\mu e(t) \tag{3}$$

为了进行数值计算, 将 (1) 式离散化:

$$u(k) = K_p e(k) + \{ \backslash kern 1pt \} K_i T_s^\lambda \sum_{j=0}^k q_j e(k-j) + K_d T_s^{-\mu} \sum_{j=0}^k d_j e(k-j) \tag{4}$$

其中: T_s 为时间步长; q_j 和 d_j 为二项式系数,

$$q_j = \left(1 - \frac{1+\lambda}{j}\right) q_{j-1}, d_j = \left(1 - \frac{1-\mu}{j}\right) d_{j-1}, q_0 = 1, d_0 = 1.$$

根据递推原理化简得增量式 FOPID 控制器为:

$$u(k) = K_p e(k) + \{ \backslash kern 1pt \} K_i T_s^\lambda \sum_{j=0}^k q_j e(k-j) + K_d T_s^{-\mu} \sum_{j=0}^k d_j e(k-j) \tag{5}$$

令:

$$K_a = K_i T_s^\lambda + K_d T_s^{-\mu}$$

$$K_j = - \left(\frac{1+\lambda}{j} K_i T_s^\lambda q_{j-1} + \frac{1-\mu}{j} K_d T_s^{-\mu} d_{j-1} \right)$$

则:

$$\Delta u(k) = K_p \Delta e(k) + K_a e(k) + \sum_{j=1}^k K_j e(k-j) \tag{6}$$

2.2 多变量 DMC 基本算法

基本的 DMC 算法是基于单输入、单输出系统 (SISO) 的, 而通常工业过程是由耦合的变量组成的多变量系统, 因此学者们将其推广到了多输入多输出 (MIMO) 系统。

不考虑外部干扰变量, MIMO 线性离散时间系统状态空间方程模型如下^[10-12]:

$$\begin{cases} \mathbf{X}(k) = \mathbf{A}\mathbf{X}(k-1) + \mathbf{B}\Delta\mathbf{U}(k-1) \\ \mathbf{Y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{X}(k) \end{cases} \tag{7}$$

其中: $\mathbf{X}(k)$ 为对象的状态量, $\mathbf{Y}(k) \in \mathbf{R}^{s_y \times 1}$ 为对象的输出量, $\Delta\mathbf{U}(k) \in \mathbf{R}^{s_u \times 1}$ 为对象的输入增量, \mathbf{B} 为 MIMO 系统单位阶跃响应矩阵, 系统的过渡时间为 N 个采样时刻。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{s_y \times s_y} & \mathbf{I}_{s_y \times s_y} & \mathbf{0}_{s_y \times s_y} & \cdots & \mathbf{0}_{s_y \times s_y} & \mathbf{0}_{s_y \times s_y} \\ \mathbf{0}_{s_y \times s_y} & \mathbf{0}_{s_y \times s_y} & \mathbf{I}_{s_y \times s_y} & \cdots & \mathbf{0}_{s_y \times s_y} & \mathbf{0}_{s_y \times s_y} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0}_{s_y \times s_y} & \mathbf{0}_{s_y \times s_y} & \mathbf{0}_{s_y \times s_y} & \cdots & \mathbf{0}_{s_y \times s_y} & \mathbf{I}_{s_y \times s_y} \\ \mathbf{0}_{s_y \times s_y} & \mathbf{0}_{s_y \times s_y} & \mathbf{0}_{s_y \times s_y} & \cdots & \mathbf{0}_{s_y \times s_y} & \mathbf{I}_{s_y \times s_y} \end{bmatrix}_{N \times N}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{B}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11,1} & \cdots & b_{1s_u,1} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{s_y,1,1} & \cdots & b_{s_y,s_u,1} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{11,N} & \cdots & b_{1s_u,N} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{s_y,1,N} & \cdots & b_{s_y,s_u,N} \end{bmatrix}_{(s_y \cdot N) \times s_u}$$

$$\mathbf{C}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{s_y \times s_y} \\ \mathbf{0}_{s_y \times s_y} \\ \vdots \\ \mathbf{0}_{s_y \times s_y} \end{bmatrix}_{N \times 1}, \mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{1,i} \\ \vdots \\ \mathbf{B}_{s_y,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11,i} & \cdots & b_{1s_u,i} \\ b_{21,i} & \cdots & b_{2s_u,i} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{s_y,1,i} & \cdots & b_{s_y,s_u,i} \end{bmatrix}$$

$k-1$ 时刻, 在系统平衡状态下做第 i 个输入到第 j 个输出的单位阶跃响应实验, 采样得到系统零初始条件下单位阶跃响应序列为:

$$\{0, b_{ji,1}, b_{ji,2}, \dots, b_{ji,p}, b_{ji,p}, \dots\}, i = 1, 2, \dots, s_u, j = 1, 2, \dots, s_y \tag{8}$$

设预测时域为 P , 控制时域为 M 且 $M \leq P \leq N$, 控制时域之外, 控制量不变, 即

$$\Delta\mathbf{U}(k+i) = \mathbf{0}_{s_y \times s_u}, i = m, m+1, \dots, p-1 \tag{9}$$

因此, 预测模型输出:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{X}(k) + \mathbf{B}\mathbf{A}\mathbf{U}(k) \\ \mathbf{X}(k+2) &= \mathbf{A}_m^2 \mathbf{X}_m(k) + \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{A}\mathbf{U}(k) + \mathbf{B}\mathbf{A}\mathbf{U}(k+1) \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 X(k+M) &= A^M X_m(k) + A^{M-1} B \Delta U(k) + \dots + \\
 &\quad B \Delta U(k+M-1) \\
 X(k+M+1) &= A^{M+1} X(k) + A^M B \Delta U(k) + \dots + \\
 &\quad (A B + B) \Delta U(k+M-1) \\
 &\quad \vdots \\
 X(k+P) &= A^P X(k) + A^{P-1} B \Delta U(k) + \dots + \\
 &\quad (A^{P-M} B + \dots + B) \Delta U(k+M-1) \\
 Y(k+P) &= C X(k+P) = \\
 &\quad C A^P X(k) + C A^{P-1} B \Delta U(k) + \dots + \\
 &\quad C (A^{P-M} B + \dots + B) \Delta U(k+M-1) = \\
 &\quad C A^P X(k) + G_p \Delta \tilde{U}(k) \quad (10)
 \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned}
 \Delta \tilde{U}(k) &= [\Delta U(k), \Delta U(k+1), \dots, \Delta U(k+P-1)]^T \\
 G_p &= [C A^{P-1} B, C A^{P-2} B, \dots, C (A^{P-M} B + \dots + B)]
 \end{aligned}$$

为了减少过程模型和实际模型特性间误差和外部扰动引起的多步预测误差, 采用下面校正:

$$Y_p(k+P) = Y(k+P) + E(k+i) \quad (11)$$

其中:

$$\begin{aligned}
 E(k+i) &= E(k+1) = Y_p(k) - Y(k) \\
 Y_p(k) &= [y_{p1}(k), y_{p2}(k), \dots, y_{ps_y}(k)]^T
 \end{aligned}$$

对于 m 输入, n 输出的多变量系统, 取一阶指数形式参考轨迹, 则 $k+i$ 时刻参考轨迹为:

$$Y_r(k+i) = \hat{C}(k) - \hat{\lambda}^i [\hat{C}(k) - Y_p(k)] \quad (12)$$

其中: $\hat{C}(k)$ 为设定值, $\hat{C}(k) = [c_1(k), \dots, c_n(k)]^T$, $\hat{\lambda}^i =$

$[\lambda_1^i, \dots, \lambda_n^i]$, $\lambda_n = e^{-\frac{T_s}{T_m}}$, T_s 为采样时间, T_m 为第 n 个输入的参考轨迹的期望响应时间。

多变量 DMC 的目标函数取二次型性能指标形式

$$\begin{aligned}
 \min J &= [Y_p(k+P) - Y_r(k+P)]^T Q \cdot \\
 &\quad [Y_p(k+P) - Y_r(k+P)] + \Delta \tilde{U}(k)^T R \Delta \tilde{U}(k) \quad (13)
 \end{aligned}$$

令 $\frac{\partial J}{\partial \Delta \tilde{U}(k)} = 0$, 得

$$\begin{aligned}
 \Delta \tilde{U}(k) &= [R + G_p^T Q G_p]^{-1} G_p^T Q \cdot \\
 &\quad [C X(k) + Y_r(k+P) - C A^P X(k) + Y_p(k)] \quad (14)
 \end{aligned}$$

因为滚动优化, 每步只需要计算当前步的控制增量, 即最优控制量增量取首元素即可, 故

$$\Delta U(k) = [I_{s_u \times s_u} \quad 0_{s_u \times s_u} \quad \dots \quad 0_{s_u \times s_u}]_{1 \times M} \Delta \tilde{U}(k) \quad (15)$$

3 基于状态空间方程的多变量 FOPID-DMC 控制算法和稳定性分析

3.1 多变量 FOPID-DMC 控制算法

将多变量 DMC 的目标函数按照 FOPID 增量式的形式重新构建, 使推导的控制器具有广义上的分数阶比例、积分、和微分的结构特征。

取多变量 FOPID-DMC 的目标函数取二次型性能指标形式:

$$\begin{aligned}
 \min J &= K_p \Delta \hat{E}(k)^T Q \Delta \hat{E}(k) + K_i \hat{E}(k)^T Q \hat{E}(k) + \\
 &\quad \sum_{j=1}^k K_d \hat{E}(k-j)^T Q \hat{E}(k-j) + \Delta \tilde{U}(k)^T R \Delta \tilde{U}(k) \quad (16)
 \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned}
 \hat{E}(k) &= [E(k+1)^T, E(k+2)^T, \dots, E(k+p)^T]^T \\
 \Delta \hat{E}(k) &= [\Delta E(k+1)^T, \Delta E(k+2)^T, \dots, \Delta E(k+p)^T]^T \\
 K_a &= K_i T_s^\lambda + K_d T_s^{-\mu}
 \end{aligned}$$

$$K_j = - \left(\frac{1+\lambda}{j} K_i T_s^\lambda q_{j-1} + \frac{1-\mu}{j} K_d T_s^{-\mu} d_{j-1} \right)$$

$$q_0 = 1, q_j = \left(1 - \frac{1+\lambda}{j}\right) q_{j-1}; d_0 = 1, d_j = \left(1 - \frac{1-\mu}{j}\right) d_{j-1}$$

λ 为分数阶积分参数, μ 为分数阶微分参数, $\hat{E}(k)$ 为预测误差, $\Delta \hat{E}(k)$ 为预测误差的增量, Q 和 R 分别为误差加权因子和控制量加权因子, 且为正定矩阵。

$k+i$ 时刻误差可表示为:

$$\begin{aligned}
 E(k+i) &= Y_p(k+i) - Y_r(k+i) = \\
 &\quad C A^i X(k) + G_p \Delta \tilde{U}(k) + Y_p(k) - \\
 &\quad C X(k) - [\hat{C}(k) - \hat{\lambda}^i [\hat{C}(k) - Y_p(k)]] = \\
 &\quad G_d \Delta \tilde{U}(k) + D_i(k) \quad (17)
 \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned}
 E(k+i) &= [E_1(k+i), E_2(k+i), \dots, E_{n_y}(k+i)]^T \\
 D_i(k) &= (C A^i - C) X(k) + Y_p(k) - \\
 &\quad [\hat{C}(k) - \hat{\lambda}^i [\hat{C}(k) - Y_p(k)]], \\
 G_i &= [C A^{i-1} B, C A^{i-2} B, \dots, C B]
 \end{aligned}$$

$$\Delta \hat{U}(k) = [\Delta U(k), \Delta U(k+1), \dots, \Delta U(k+i-1)]^T$$

定义

$$\begin{aligned}
 \hat{E}(k) &= [E(k+1)^T, E(k+2)^T, \dots, E(k+P)^T]^T = \\
 &\quad \begin{bmatrix} D_1(k) + G_1 \Delta \tilde{U}(k) \\ D_2(k) + G_2 \Delta \tilde{U}(k+1) \\ \vdots \\ D_p(k) + G_p \Delta \tilde{U}(k+P-1) \\ D(k) + G \Delta \tilde{U}(k) \end{bmatrix} = \quad (18)
 \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned}
 D(k) &= [D_1^T(k), D_2^T(k), \dots, D_p^T(k)]^T \\
 \Delta \tilde{U}(k) &= [\Delta U(k), \Delta U(k+1), \dots, \Delta U(k+P-1)]^T
 \end{aligned}$$

$$G = \begin{bmatrix} G_1 & 0 & \dots & 0 \\ G_2 & G_1 & & \\ \vdots & \vdots & & \\ G_p & G_{p-1} & \dots & G_1 \end{bmatrix}$$

由递推原理可得:

$$\Delta \hat{E}(k) = \Delta D(k) + G \Delta^2 \tilde{U}(k)$$

$$\hat{E}(k-j) = D(k-j) + G \Delta \tilde{U}(k-j) \quad (19)$$

引入后移算子 q^{-1} , 则

$$\begin{aligned}
 \Delta \hat{E}(k) &= (1 - q^{-1}) [D(k) + G \Delta \tilde{U}(k)] \\
 \hat{E}(k-j) &= q^{-j} [D(k) + G \Delta \tilde{U}(k)] \quad (20)
 \end{aligned}$$

将、代入中, 令 $\frac{\partial J}{\partial \Delta \tilde{U}(k)} = 0$, 化简得:

$$\begin{aligned}
 [K_p (1 - q^{-1})^2 + K_a + \sum_{j=1}^k (K_d q^{-2j})] \\
 [G^T Q D(k) + G^T Q G \Delta \tilde{U}(k)] + R \Delta \tilde{U}(k) = 0 \quad (21)
 \end{aligned}$$

化简, 多变量 FOPID-DMC 最优控制增量

$$\Delta \tilde{U}(k) = - [F G^T Q G + R]^{-1} \cdot F G^T Q D(k) \quad (22)$$

其中: $F = K_a + K_p (1 - q^{-1})^2 + \sum_{j=1}^k K_d q^{-2j}$

因为滚动优化, 每步只需要计算当前步的控制增量, 即最优控制量增量取首元素即可, 故

$$\Delta U(k) = [I_{s_u \times s_u} \quad 0_{s_u \times s_u} \quad \dots \quad 0_{s_u \times s_u}]_{1 \times M} \Delta \tilde{U}(k) \quad (23)$$

3.2 多变量 FOPID-DMC 控制算法的稳定性分析

系统设定值在合理范围内一般不可能导致闭环系统发

散^[13-14], 故可认为设定值不影响系统鲁棒性, 因此令设定值矩阵为:

$$\hat{C}(k) = [c_1(k), \dots, c_n(k)]^T = [0]_{n \times 1} \quad (24)$$

式多变量 FOPID-DMC 控制量可改写为如下形式:

$$\Delta \tilde{U}(k) = -W X(k) \quad (25)$$

其中:

$$W = [FG^T QG + R]^{-1} \cdot FG^T QD_0(k)$$

$$D_0 = [D_{10}^T, D_{20}^T, \dots, D_{p0}^T]^T, D_{i0} = C_m A_m^i - C_m$$

假设模型不失配, 将式代入式可得闭环系统状态如下:

$$X(k+1) = AX(k) - BWX(k) \quad (26)$$

定理 1: 设 O, P 为对称正定矩阵, 如果满足如下 Riccati 方程, 则多变量 FOPID-DMC 控制律可以保证系统渐近稳定。

$$(A - BW)^T O (A - BW) - O = -P \quad (27)$$

证明:

取闭环系统的 Lyapunov 函数为如下正定二次函数的形式:

$$V(X(k)) = X(k)^T O X(k) \quad (28)$$

则可以得到 Lyapunov 函数增量为:

$$\Delta V(X(k)) = V(X(k+1)) - V(X(k)) =$$

$$X^T(k+1) O X(k+1) - X^T(k) O X(k) =$$

$$[AX(k) - BWX(k)]^T O [AX(k) - BWX(k)] -$$

$$X^T(k) O X(k) =$$

$$X^T(k) (A - BW)^T O \cdot (A - BW) X(k) -$$

$$X^T(k) O X(k) =$$

$$X^T(k) [(A - BW)^T O \cdot (A - BW) - O] X(k) \quad (29)$$

由式, $\Delta V(X(k)) < 0$ 成立的一个充分条件是如下不等式成立:

$$[(A - BW)^T O \cdot (A - BW) - O] < 0 \quad (30)$$

由定理 1, $[(A - BW)^T O \cdot (A - BW) - O] = -P < 0$, 从而 $\Delta V(X(k)) = -X^T(k) P X(k) < 0$, Lyapunov 函数单调递减, 因此闭环系统渐近稳定, 定理 1 得证。

4 仿真研究

如图 1, 泵 1 注水, 泵 2 不注水采样得到单位阶跃响应系数 B_{11} 和 B_{12} 。泵 2 注水, 泵 1 不注水采样得到单位阶跃响应系数 B_{21} 和 B_{22} ^[15]。

$$B_{11} = [0.02654 \quad 0.2552 \quad 0.34949 \quad 0.3918 \quad 0.4263$$

$$0.4387 \quad 0.4543 \quad 0.46134 \quad 0.4680 \quad 0.4771$$

$$0.4823 \quad 0.1801 \quad 0.4904 \quad 0.4964 \quad 0.4931]^T$$

$$B_{12} = [0.0406 \quad 0.0483 \quad 0.0497 \quad 0.0478 \quad 0.0519$$

$$0.0553 \quad 0.0605 \quad 0.0624 \quad 0.0625 \quad 0.0657$$

$$0.0617 \quad 0.0649 \quad 0.0692 \quad 0.0665 \quad 0.067]^T$$

$$B_{21} = [0.0092 \quad 0.0598 \quad 0.1177 \quad 0.1596 \quad 0.1868$$

$$0.2083 \quad 0.2251 \quad 0.2377 \quad 0.2483 \quad 0.2547$$

$$0.2608 \quad 0.2646 \quad 0.2663 \quad 0.2692 \quad 0.2713]^T$$

$$B_{22} = [0.0154 \quad 0.1111 \quad 0.1552 \quad 0.1814 \quad 0.2035$$

$$0.2223 \quad 0.2364 \quad 0.2487 \quad 0.2570 \quad 0.2641$$

$$0.2702 \quad 0.2718 \quad 0.2747 \quad 0.2777 \quad 0.2793]^T$$

将得到的阶跃响应系数代入中, 得到状态空间方程, 用推导的算法进行仿真研究并与 FOPID 算法和 DMC 算法进行对比。FOPID-DMC 的参数选择: 预测步长 $P = 5$; 控制步长 $M = 5$;

采样时间 $T_s = 1$; 参考轨迹的期望响应时间 $T_r = 0.5$; $\lambda = 0.2, \mu$

$$= 0.3 \mathbf{K}_p = \begin{bmatrix} 15 & 0 \\ 0 & 15 \end{bmatrix}, \mathbf{K}_i = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}, \mathbf{K}_d = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{10 \times 10}, \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 14 & 0 & 0 \\ 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & 14 \end{bmatrix}_{10 \times 10}$$

图 2 对比了 FOPID-DMC 和 DMC 算法对容器 T_1 和 T_2 的控制效果。图 3 对比了 FOPID-DMC 和 FOPID 算法对容器 T_1 和 T_2 的控制效果。图 4 是 FOPID-DMC 和 DMC 两种算法的绝对误差积分曲线仿真图。图中仿真了初始时容器 T_1 和 T_2 定值阶跃情况和系统稳定后容器 T_1 发生变化时容器 T_2 的控制情况。分析图 2、图 3、图 4、表 1 和表 2, 本文提出的控制方法优于其他两种情况, 该算法具有 DMC 控制超调小和 FOPID 控制算法稳态误差小、上升时间短的优点, 同时解决了 DMC 控制稳态误差较大和 FOPID 控制调节时间长的不足。

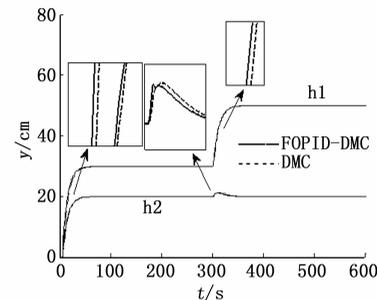


图 2 FOPID-DMC 和 DMC 算法控制曲线对比

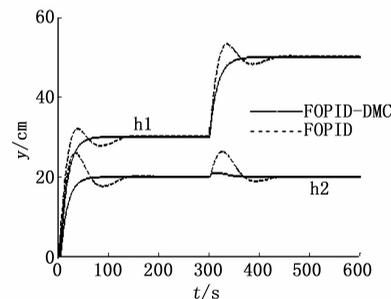


图 3 FOPID-DMC 和 FOPID 算法控制曲线对比

表 1 前 300 s 容器容器 T_2 液位高度性能指标

	上升时间/s	超调量/(%)	调节时间/s	IAE
FOPID	14.32	6.67	183.26	243
DMC	22.27	0	37.35	354
FOPID-DMC	20.95	0	34.42	311

表 2 前 300 s 容器容器 T_2 液位高度性能指标

	上升时间/s	超调量/(%)	调节时间/s	IAE
FOPID	15.25	30.12	194.53	182
DMC	22.02	0	34.98	227
FOPID-DMC	20.46	0	34.16	211

5 结论

考虑到三容水箱液位控制存在的非线性、时滞性、时变性、多变量耦合性和难以建立精确数学模型等特点, 本文提出了在状态空间方程形式下的多变量 DMC 与 FOPID 控制相结

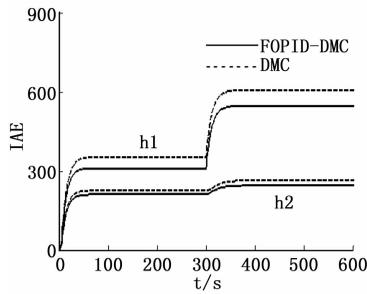


图 4 绝对误差积分曲线对比

合的新型模型预测控算法, 用李雅普诺夫第二方法证明了该算法的稳定性, 仿真实验, 验证了提出算法的有效性。同时也存在一些不足, $K_p, K_i, K_d, \lambda, \mu$ 五个新的参数需要靠经验进行调节, 今后的工作将结合智能算法进行参数自动整定。

参考文献:

[1] PetitRouchon N, Dynamics P. solutions to some control problems for water-tank systems [J]. Automatic Control, IEEE Transactions on, 2002, 47 (4): 594-609.

[2] Join C, Sira-Ramirez, Fliess H. M. Control of an uncertain three-tank-system via on-line parameter identification and fault detection [A]. Proc. 16th IFAC World Congress on Automatic Control [C]. Prague, 2005;

[3] Cartes D, Wu L. Experimental evaluation of adaptive three-tank level control [J]. ISA transactions, 2005, 44 (2): 283-293.

[4] 任 林. 基于 RBF-ARX 模型的预测控制在液位系统中的应用

[J]. 计算机测量与控制, 2012 (1): 81-84.

[5] QinBadgwell S J, T A. A survey of industrial model predictive control technology [J]. Control engineering practice, 2003, 11 (7): 733-764.

[6] Cortés P, Ortiz G, Yuz J I. Model predictive control of an inverter with output filter for applications [J]. Industrial Electronics, IEEE Transactions on, 2009, 56 (6): 1875-1883.

[7] 陈 薇, 吴 刚. 非线性双容水箱建模与预测控制 [J]. 系统仿真学报, 2006 (8): 2078-2081.

[8] MercangozDoyle M. III, F J. Distributed model predictive control of an experimental four-tank system [J]. Journal of Process Control, 2007, 17 (3): 297-308.

[9] 郭 伟, 倪家健, 李 涛. 基于时域的分数阶 PID 预测函数励磁控制器 [J]. 仪器仪表学报, 2011 (11): 2461-2467.

[10] CamachoAlba E F, C B. Model predictive control [M]. Springer, 2013;

[11] Lee J H, Morari M. Garcia C E. State-space interpretation of model predictive control [J]. Automatica, 1994, 30 (4): 707-717.

[12] Rossiter J A. Model-based predictive control: a practical approach [M]. CRC press, 2013;

[13] Mayne D Q, Rawlings J B, Rao C V. Constrained model predictive control: Stability and optimality [J]. Automatica, 2000, 36 (6): 789-814.

[14] ZhengMorari A, M. Stability of model predictive control with mixed constraints [J]. Automatic Control, IEEE Transactions on, 1995, 40 (10): 1818-1823.

[15] 陈 虹. 模型预测控制 [M]. 北京: 科学出版社, 2013.

(上接第 1562 页)

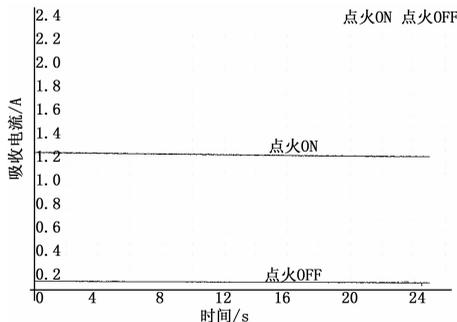


图 7 控制器静态吸收电流

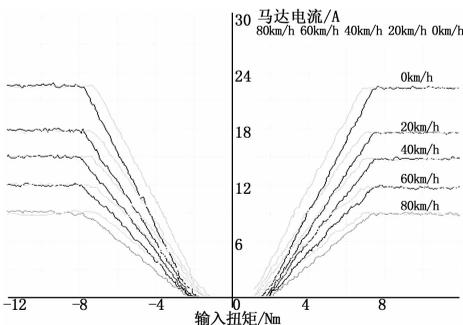


图 8 助力特性曲线

号, 提高了系统控制精度; IR2110 驱动芯片具有电平转换、欠电压检测和低端延时输出功能, 以防上下桥臂同时导通, 保证了系统的安全性。试验台试验证明, 控制器具有较低的静态功耗和良好的动态响应性能, 助力特性直线平滑, 助力电机转矩波动小, 能够满足 EPS 系统需求。

参考文献:

[1] 申荣卫, 陶炳全. 汽车转向技术现状与发展趋势 [J]. 邢台职业技术学院学报, 2006, 23 (5): 1-4.

[2] 申荣卫, 林 逸, 台晓虹, 等. 电动助力转向系统建模与控制策略研究 [J]. 公路交通科技, 2006, 23 (8): 160-170.

[3] 沈海燕. 基于无刷直流电动机的电动助力转向系统的研究 [D]. 淄博: 山东理工大学, 2008.

[4] 陈国迎. 基于无刷直流电机的汽车 EPS 控制系统研究 [D]. 成都: 西华大学, 2008.

[5] 胡培俊. 电动助力转向电机的应用 [J]. 汽车电器, 2014 (2): 42-44.

[6] 申荣卫, 台晓红, 赵剑锋. 纯电动客车的电动助力转向系统的开发与试验 [J]. 吉林大学学报: 工学版, 2010, 40 (2): 311-315.

[7] 韩炯刚, 申荣卫, 邵晓虹, 等. 混合动力客车电动助力转向系统设计及仿真研究 [J]. 现代制造工程, 2014 (1): 49-53.

[8] 林 逸, 申荣卫, 施国标. 纯电动客车电动助力转向系统控制器开发 [J]. 江苏大学学报: 自然科学版, 2006, 27 (4): 310-313.

[9] 张小鸣, 卢方民. 基于 IR2110 的 H 桥可逆 PWM 驱动电路应用 [J]. 常州大学学报: 自然科学版, 2012, 24 (24): 68-72.

[10] 段丽娜, 赵 金. 基于 DSP 的无刷直流电机控制系统的研究 [J]. 微电机, 2014, 47 (3): 60-68.

-L_ON 方式, 即保证了大的转矩输出, 又降低了功率管的开关损耗; 驱动电路采用 3 片 IR2110 驱动 6 个 MOS 管 IRF3205, 仅用一路 12 V 电源, 构成三相全桥逆变电路, 提高了系统的可靠性; 采用相电流传感器作为转矩闭环反馈信