

# 基于粒子群优化的网络动态可靠性分析

高明君<sup>1</sup>, 张国义<sup>1</sup>, 高家一<sup>2</sup>, 杨海成<sup>1</sup>

(1. 西北工业大学 现代设计与集成制造技术教育部重点实验室, 西安 710072;

2. 北京宇航系统工程研究所, 北京 100076)

**摘要:** 时变性是节点和网络的典型特征; 针对时变可靠性问题主要是基于上穿率法进行分析, 传统的上穿率法分析方法通过时间离散, 然后采用 FORM 法计算其瞬时可靠度, 进而计算上穿率; 对于功能函数非线性程度较高时, FORM 求解精度降低; 文章采用 pso 算法改进上穿率法, 首先在离散时间之后, 通过 PSO 算法求解瞬时可靠度指标, 然后计算上穿率进行时变可靠性分析, 并通过实例与上穿率法及 Monte-Carlo 方法进行对比, 文章提出的方法可以提高计算精度。

**关键词:** 时变可靠性; 动态; 粒子群优化算法

## Time-variant Reliability Analysis for Network Based on PSO

Gao Mingjun<sup>1</sup>, Zhang Guoyi<sup>1</sup>, Gao Jiayi<sup>2</sup>, Yang Haicheng<sup>1</sup>

(1. The Key Laboratory of Modern Design and Integrated Manufacturing Technology, Ministry of Education,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China; 2. Beijing Aerospace Systems

Engineering Institute, Beijing 100076, China)

**Abstract:** Time-dependent is the typical characteristic of node and network and the classical approach for time-variant reliability analysis relies on the computation of outcrossing rates. In order to get the outcrossing rate, the usual outcrossing approach uses a FORM method to compute the instantaneous reliability index at each time. FORM method likely lead to decrease of the result's accuracy when the limit state function is high nonlinear. In this paper, a new approach combined PSO with outcrossing approach is proposed to solve this problem and the instantaneous reliability index is computed by PSO. Then numerical and engineering cases are carried out to compare this method with outcrossing approach and Monte-Carlo simulation, and the results show that the new approach appears more accurate.

**Keywords:** time-invariant reliability; dynamic; PSO

## 0 引言

由于测控网络运行环境及参数都是时间的变量, 测控网络的运行是一个典型的动态过程。针对动态可靠性, 文献 [1] 提出了节点与系统动态可靠性建模理论与方法; 文献 [2] 提出利用 PHI2 方法, 通过求解上穿率进行动态可靠性分析; 文献 [3] 基于 PHI2 方法, 通过改进上穿率的计算方法, 提高了计算精度, 稳健性也更好。但是, 传统的上穿率法在进行时间离散后, 均采用 FORM 法计算其瞬时可靠度, 进而计算上穿率。对于功能函数非线性程度较高时, FORM 求解精度降低。

本文拟采用粒子群优化算法结合上穿率法进行时变可靠性分析, 首先在离散时间之后, 通过粒子群优化算法求解瞬时可靠度指标, 然后计算上穿率进行时变可靠性分析。

## 1 时变可靠性

### 1.1 时变可靠性概述

令  $X(t, \omega)$  代表动力学问题中的随机变量的集合, 其中  $t$  为研究时间,  $\omega$  为结果空间  $\Omega$  的一个结果。时变极限状态函数  $G(X(t, \omega)) > 0$  将结果空间  $\Omega$  分成两个区域, 即时为安全域,  $G(X(t, \omega)) \leq 0$  时为失效域。两个区域的边界  $G(X(t, \omega)) = 0$  即为极限状态面。类似于非时变问题的分

析, 时变问题在时刻  $t$  处的瞬时失效概率为:

$$P_{f,i}(t) = P\{G(X(t, \omega)) \leq 0\} \quad (1)$$

上式将  $t$  看作固定值, 对应的随机过程为随机变量来计算。需要注意的是该概率不考虑时刻  $t$  之前的网络是否失效, 也就是说上式并不是条件概率。

网络在时间段  $[0, t]$  内失效记为事件:

$$E = \{\exists \tau \in [0, t] \mid G(\tau, X(\tau, \omega)) \leq 0\} \quad (2)$$

则网络在时间段  $[0, t]$  内的累积失效概率

$$P_{f,c}(0, t) = P(E) = P\{\exists \tau \in [0, t] \mid G(X(t, \omega)) \leq 0\} \quad (3)$$

本文  $P_{f,c}$  对应首次发生上穿的概率, 则当极限状态函数在  $[0, T]$  单调递减时, 有

$$P_{f,c}(0, \tau) = P_{f,i}(\tau), \forall \tau \leq T \quad (4)$$

上式在确定时变可靠性模型时非常有用。

### 1.2 上穿理论

当极限状态函数未知时, 需要考虑不同的方法。最常用的方法为计算上穿率, 其定义如下:

$$v^+(t) = \lim_{\Delta \tau \rightarrow 0, \Delta \tau > 0} \frac{P(A \cap B)}{\Delta \tau} \quad (5)$$

其中:

$$\begin{cases} A = \{G(t, X(t, \omega)) > 0\} \\ B = \{G(t + \Delta \tau, X(t + \Delta \tau, \omega)) \leq 0\} \end{cases}$$

然后我们引入上穿的平均次数为  $E[N^+(0, t)]$ , 有  $E[N^+(0, t)] = \int_0^t v^+(\tau) d\tau$ 。其中  $N^+(0, t)$  为时间  $[0, t]$  内由安全域

收稿日期: 2014-12-17; 修回日期: 2014-12-18。

作者简介: 高明君(1963-), 男, 辽宁省盖州市人, 博士研究生, 主要从事工程信息化及可靠性方向的研究。

向失效域上穿的次数, 经典理论有:

$$\max_{0 \leq \tau \leq t} (P_{f,i}(\tau)) \leq P_{f,c}(0, t) \leq P_{f,i}(0) + E[N^+(0, t)] \quad (6)$$

式中,  $P_{f,i}(\tau)$  为  $\tau$  时刻的瞬时失效率。

式 (5) 中, 如果时间增长  $\Delta\tau$  取得很小, 可采用类似于有限差分法来离散式 (5), 即

$$v^+(\tau) = \frac{P(A \cap B)}{\Delta\tau} \quad (7)$$

引入二维正态分布函数  $\Phi_2$  和相关系数  $\rho_c$ , 可得:

$$prob(A \cap B) = \Phi^-(\beta(t), -\beta(t + \Delta t), \rho_c(t, t + \Delta t)) \quad (8)$$

$$v^+(\tau) = \frac{\Phi_2(\beta(\tau), -\beta(\tau + \Delta\tau), \rho_c(\tau, \tau + \Delta\tau))}{\Delta\tau} \quad (9)$$

其中,  $\rho_c(t, t + \Delta t)$  可以用极限状态面的法向量  $\alpha$  表示:

$$\rho_c(t, t + \Delta t) = -\alpha(t) \cdot \alpha(t + \Delta t) \quad (10)$$

再由式 (6) 可求失效率上限  $P_f(t)$ , 进而可求得可靠度下限及可靠度指标下限值  $\beta(t)$

$$R(t) = 1 - P_f(t), \beta(t) = -\varphi^{-1}(P_f(t)) \quad (11)$$

对于平稳随机过程, 上穿率  $v^+$  为常数, 此时有  $E[N^+(0, t)] = v^+ \cdot t$ 。

## 2 改进时变可靠性分析方法

传统的时变可靠性方法在计算上穿率时均采用到 FORM 法, 然而对于功能函数非线性程度较高时, 对于功能函数非线性程度较高时, FORM 法易落入局部最优且计算结果精度对初始选取点依赖很大。可靠度指标实际上也是原点到极限状态面的最短距离, 因此可以考虑利用优化算法进行求解。本文采用粒子群优化算法, 计算  $t$  时刻的可靠度指标  $\beta(t)$ , 进而计算上穿率进行时变可靠性分析。

### 2.1 上穿理论

粒子群优化算法是由 Kennedy 和 Eberhart 于 1995 年提出的一种优化算法。作为一种优化算法, 它提供了一种基于种群的搜索过程。PSO 算法中将每个个体看成搜索空间中一个没有体积的粒子, 每个粒子即解空间中的一个解, 它根据自己的飞行经验和同伴的飞行经验来调整自己的飞行。每个粒子在飞行过程所经历过的最好位置, 就是粒子本身找到的最优解。整个群体所经历过的的最好位置, 就是整个群体目前找到的最优解。前者叫做个体极值 (pBest), 后者叫做全局极值 (gBest)。每个粒子都通过上述两个极值不断更新自己, 从而产生新一代群体。如果粒子的群体规模为  $N$ , 则第  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) 个粒子的位置可表示为  $X_i$ , 它所经历过的“最好”位置记为 pBest [ $i$ ], 它的速度用  $V_i$  表示, 群体中“最好”粒子的位置的索引号用  $g$  表示。所以粒子  $i$  将根据下面的公式来更新自己的速度和位置:

$$\begin{aligned} V_i &= wV_i + c_1 \text{rand}_1(p\text{Best}[i] - X_i) + \\ &\quad c_2 \text{Rand}_2(p\text{Best}[g] - X_i) \\ X_i &= X_i + V_i \end{aligned}$$

### 2.2 PSO 求解最优化问题的算法流程

1) 始化粒子群, 包括群体规模  $N$ , 每个粒子的位置  $X_i$  和速度  $V_i$ ;

2) 计算每个粒子的适应度值  $Fit$  [ $i$ ];

3) 对每个粒子, 用它的适应度值  $Fit$  [ $i$ ] 和个体极值 pBest [ $i$ ] 比较, 如果  $Fit$  [ $i$ ] > pBest [ $i$ ], 则用  $Fit$  [ $i$ ] 替换掉 pBest [ $i$ ];

4) 对每个粒子, 用它的适应度值  $Fit$  [ $i$ ] 和全局极值 gBest 比较, 如果  $Fit$  [ $i$ ] > gBest, 则用  $Fit$  [ $i$ ] 替换 gBest;

5) 根据公式 (12)、(13) 更新粒子的速度  $V_i$  和位置  $X_i$ ;

6) 如果满足结束条件 (误差足够好或到达最大循环次数) 退出, 否则回到 (2)。

算法流程如图 1 所示。

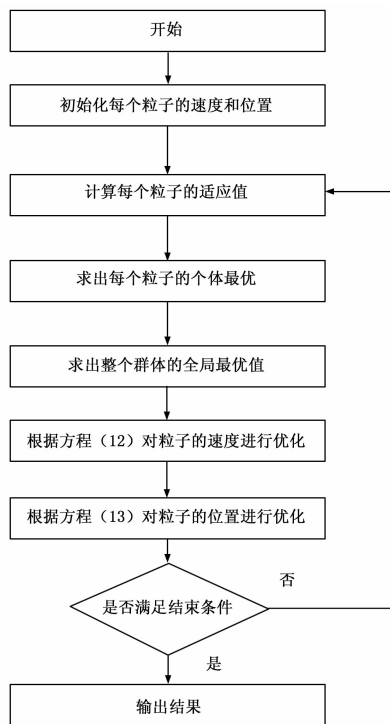


图 1 算法流程

### 2.3 算法流程

本文提出的算法流程如图 2 所示。

## 3 实例计算

### 3.1 例一 某网络的时变极限状态函数为

$$G(X(t, w)) = (x_1 - x_2 t)(x_3 - x_2 t)^2 - x_4$$

其中:  $t$  为时间, 单位: 小时,  $x_1, x_2, x_3, x_4$  相互独立且服从正态分布, 均值和标准差在表 1 列出。

表 1 各参数的统计特性

变量	分布类型	均值	标准差
$x_1$	正态	15	1.5
$x_2$	正态	0.05	0.005
$x_3$	正态	10	1
$x_4$	正态	600	30

利用上穿率法进行分析, 结果如图 3 和图 4 所示。利用改进上穿率法进行分析, 结果如图 5 和图 6 所示。通过几种方法得到的失效概率率对比分析如图 7 所示。两种方法的误差分析如图 8 所示。

当  $t=19$  时, 各方法计算结果误差分析如表 2 所示。

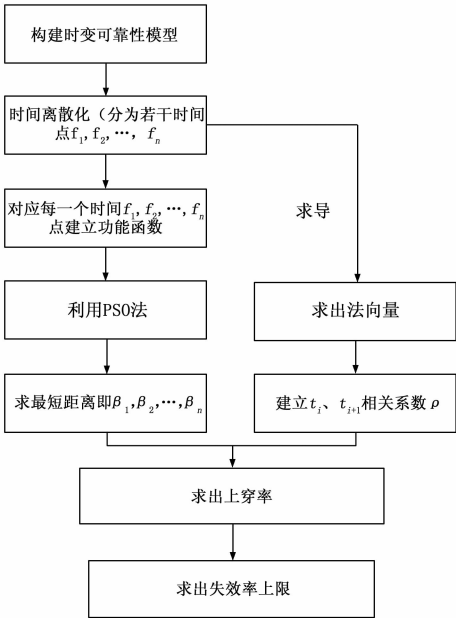


图 2 粒子群算法流程

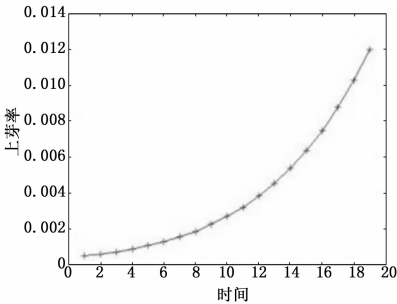


图 3 上穿率随时间变化曲线

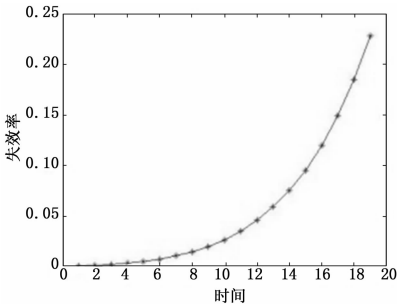


图 4 累积失效概率随时间变化曲线

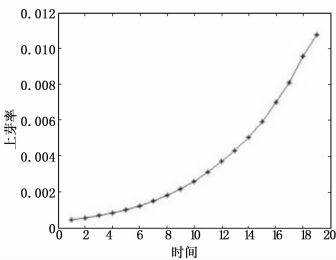


图 5 上穿率随时间变化曲线

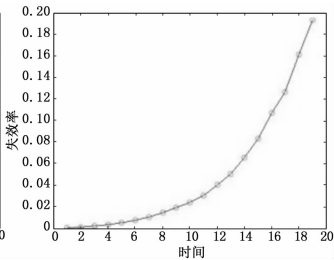


图 6 累积失效概率随时间变化曲线

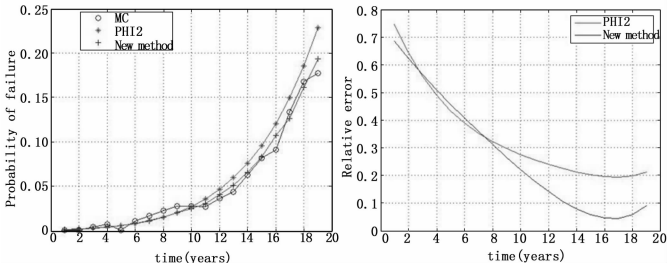


图 7 各方法累计失效率随时间变化

图 8 误差分析对比图

表 2 各方法计算结果误差分析

方法	失效率	误差
Monte-Carlo 法	0.177 51	—
上穿率法	0.228 49	0.287 2
改进上穿率法	0.193 42	0.089 6

3.2 结果分析

通过算例分析可知, 上穿率法与改进上穿率法所得上穿率均随时间增长而逐渐增大。通过图 2、图 5 及图 6 明显看出, 累积失效概率也随时间增长而逐渐增大, 具有时变特性。

图 7 中 3 条曲线分别为上穿率法、改进上穿率法及 Monte-Carlo 法计算所得的累计失效率随时间的变化。由图可知, 基于上穿理论得到的失效概率略高于 Monte-Carlo 法, 这也正符合近似解为接近于真实值的上界的结论。

图 8 为两种方法的误差分析对比。开始阶段由于网络的可靠度较高, 失效概率较低, 本文所提的方法与上穿率法计算结果误差比较接近, 随着时间的增长, 网络的失效概率增大, 由图可知, 改进上穿率法的计算精度明显高于原方法。

4 结论

本文采用改进上穿率法, 首先对时变可靠性模型进行离散, 通过粒子群优化算法, 计算  $t$  时刻的可靠度指标  $\beta(t)$ , 进而计算上穿率进行时变可靠性分析。通过与简单 Monte-Carlo 方法对比, 基于上穿理论得到的失效概率略高于 Monte-Carlo 法, 这也正符合近似解为接近于真实值的上界的结论。同时改进上穿率法所得的结果更接近 Monte-Carlo 法, 更接近与真实值, 即改进上穿率法计算结果精度要高于原上穿率法计算结果。

参考文献:

[1] Breitung K. Asymptotic approximations for the out crossing rates of stationary Vector processes [J]. StochProcAppl 2008, 13: 195 - 207.

[2] Andrieu C, Lemaire M, Sudret B. The PHI2 method: a way to asses time-variant reliability using time-invariant reliability tools [A]. Proceedings of the European Safety and Reliability Conference ESREL' 02 [C]. March. Lyon: ISdF; 2012: 472 - 479.

[3] Andrieu C, Lemaire M, Sudret B. Time-variant reliability using the PHI2 method: principles and validation by Monte Carlo simulation [A]. Der Kiureghian A, Madanat S, Pestana J-M, editors. Proceedings of the Ninth International Conference on Applications of Statistics. and Probability in Civil Engineering (ICASP9) [C]. Rotterdam: Millpress, 2003: 27 - 34.

[4] 黄文波, 张圣坤. 时变可靠性分析 [J]. 上海交通大学学报, 2003, 37 (8): 1151 - 1154.