

基于 LQR 的无人直升机姿态控制器设计

邓高湘, 裴海龙

(华南理工大学 自主系统与网络控制教育部重点实验室, 广州 510640)

摘要: 无人直升机控制系统是一个易受环境干扰的、各通道相互耦合的非线性系统。为了实现无人直升机能在不同环境下自主飞行, 需要设计抗干扰能力强的控制器; 采用系统辨识的方法得到直升机横向通道和纵向通道姿态环路的线性系统模型; 根据线性最优二次型理论, 对直升机横向通道和纵向通道的姿态环路设计了 LQR 最优控制器, 使用 MATLAB 仿真选取最优控制器参数后, 在 ALIGN 700N 直升机上进行了实际飞行试验, 仿真和飞行试验表明, 采用 LQR 控制技术设计的无人直升机姿态控制器具有较强的鲁棒性和实用性。

关键词: 线性最优二次型; LQR 控制器; 姿态角; 无人直升机

Design of Unmanned Helicopter Attitude Controller Based on LQR

Deng Gaoxiang, Pei Hailong

(Ministerial Key Laboratory of Autonomous Systems and Networked Control, South China

University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: Unmanned helicopter control system is a nonlinear system that is susceptible to environment interference and coupling each channel. An anti-interference controller is needed to realize unmanned helicopter autonomous fly in different circumstances. The linear system model of helicopter's transverse and vertical channel is obtained by using system identification method. Based on linear quadratic regulator theory, design a LQR optimal controller for attitude of helicopter's transverse and vertical channel. Have done lots of flight tests in ALIGN 700N helicopter after select the optimal controller parameters in MATLAB software. Simulation and flight tests show that LQR control technology designed unmanned helicopter attitude controller has strong robustness and practicality.

Keywords: optimal linear quadratic; LQR controller; attitude; unmanned helicopter

0 引言

小型无人直升机是灵活性高、自由度的空中飞行器, 不仅在军事上有着广泛的应用前景, 在民用上, 集高科技于一体的无人机越来越接近普通人的生活, 可用于大气监测, 资源探测, 搜救, 灾情监测, 无人机送快递。

无人机姿态控制^[1]是无人机在悬停状态下对姿态角的控制, 目前通常的控制方法如 PID 控制无法有效消除环境、模型和无人机自身的干扰, 为了抑制干扰, 实现精确的定点悬停, 必须为无人机设计一个控制效果较好的控制器。

1 无人机系统模型辨识

无人直升机的动力学模型是高度耦合和高度复杂的系统, 具有 6 个自由度, 3 个转动自由度和 3 个平移自由度, 转动自由度是指无人直升机绕中心轴转动, 在转动中我们关心 3 个角度, 绕 y 轴转动的角度称为俯仰角, 绕 x 轴转动的角度称为横滚角, 绕 d 轴转动的角度称为航向角。平移自由度是指无人直升机在 NED 坐标中的前后移动、左右移动和上升与下降。

本文无人机模型辨识和 LQR (linear quadratic regulator)^[2]控制器设计都是以 ALIGN 700N 直升机为被控对象。

收稿日期: 2014-06-09; 修回日期: 2014-07-04。

基金项目: 国家重点基础研究发展计划 (973 计划) 资助 (2014CB845301/2/3); 2013 年度开放基金 (1214); 国家自然科学基金资助项目 (61174053)。

作者简介: 邓高湘 (1989-), 男, 湖南邵阳人, 硕士研究生, 主要从事无人自主导航控制方向的研究。

1.1 无人直升机的力学系统模型

设为直升机飞行速度在体轴系的三分量, 为直升机角速度在机体轴系的三分量, 即

$$\mathbf{v}^b = [u \quad v \quad w]^T \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\omega}^b = [p \quad q \quad r]^T \quad (2)$$

将上述各量代入刚体运动的牛顿-欧拉方程

$$I_{3 \times 3} \dot{\mathbf{v}}^b + \boldsymbol{\omega}^b \times m \mathbf{v}^b = \mathbf{f}^b \quad (3)$$

$$I_{3 \times 3} \dot{\boldsymbol{\omega}}^b + \boldsymbol{\omega}^b \times I \boldsymbol{\omega}^b = \boldsymbol{\tau}^b \quad (4)$$

整理得到小型无人直升机机体运动的牛顿-欧拉方程^[3]如下:

$$\dot{u} = vr - \omega q g \sin \theta + (X_{mr} + X_{fus})/m$$

$$\dot{v} = wp - ur + g \sin \theta \cos \theta + (Y_{mr} + Y_{fus} + Y_w + Y_{vf})/m$$

$$\dot{w} = uq - vp + g \cos \theta \cos \theta + (Z_{mr} + Z_{fus} + Z_{ht})/m$$

$$\dot{p} = qr(I_{yy} - I_{zz})/I_{xx} + (L_{mr} + L_{fus} + L_{tr})/I_{xx}$$

$$\dot{q} = pr(I_{zz} - I_{xx})/I_{yy} + (M_{mr} + M_{ht})/I_{yy}$$

$$\dot{r} = pq(I_{xx} - I_{yy})/I_{zz} + (-Q_c + N_{vf} + N_{tr})/I_{zz}$$

由此建立了包含 11 个状态量和 4 个控制量的小型无人直升机飞行动力学非线性数学模型, 表示为:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (5)$$

$$\mathbf{x} = [u \quad v \quad w \quad \varphi \quad \theta \quad \psi \quad p \quad q \quad r \quad a_1 \quad b_1]^T$$

$$\mathbf{u} = [\delta_{col} \quad \delta_{lon} \quad \delta_{lat} \quad \delta_{ped}]^T$$

其中:

$$\dot{\varphi} = p + q \sin \varphi \tan \theta + r \cos \varphi \tan \theta$$

$$\dot{\theta} = q \cos \theta - r \sin \theta$$

$$\dot{\psi} = q \sin \varphi / \cos \theta + r \cos \varphi / \cos \theta$$

$$\begin{aligned} \dot{a}_1 &= -q - \frac{a_1}{\tau_\epsilon} + \left(\frac{\partial a_1}{\partial \mu} \frac{u - u_w}{\Omega R} + \frac{\partial a_1}{\partial \mu_z} \frac{\omega - \omega_w}{\Omega R} + \frac{A_{\delta_{lon}}}{\tau_\epsilon} \delta_{lon} \right. \\ &\quad \left. - \frac{9.387 \times 36.59^2}{s^2 + 9.052 \, 4s + 36.59} \right) \quad (13) \\ \dot{b}_1 &= -p - \frac{b_1}{\tau_\epsilon} - \frac{1}{\tau_\epsilon} \frac{\partial b_1}{\partial \mu_v} \frac{v - v_w}{\Omega R} + \frac{B_{\delta_{lat}}}{\tau_\epsilon} \delta_{lat} \end{aligned}$$

在以上各式中, ϕ, θ, δ 是三轴的欧拉角, a_1 是挥舞角在纵向通道的分量, b_1 是挥舞角^[4]在横向通道的分量。

1.2 无人直升机内环模型辨识方法

在 1.1 节中给出了无人直升机的非线性系统模型, 对于设计 LQR 等基于系统模型的控制器的不够的, 还需要纵向通道、横向通道^[5]的线性模式, 下面以横向通道为例, 说明系统模型的辨识方法。

横向挥舞角的动态方程为:

$$\dot{b}_1 = -p - \frac{b_1}{\tau_\epsilon} - \frac{1}{\tau_\epsilon} \frac{\partial b_1}{\partial \mu_v} \frac{v - v_w}{\Omega R} + \frac{B_{\delta_{lat}}}{\tau_\epsilon} \delta_{lat} \quad (6)$$

在悬停状态下, 因为挥舞特性的微分项对系统的动态性能影响不大, 可以忽略微分项, 在悬停点处, 简化公式 (6) 得到:

$$b_1(s) = -\frac{p(s)}{s + 1/\tau_\epsilon} + \frac{B_{lat}}{\tau_\epsilon(s + 1/\tau_\epsilon)} \delta_{lat} \quad (7)$$

在悬停点处, 可以简化运动方程中横向角度微分方程:

$$p(s)s = L_{mr}/I_{xx} \quad (8)$$

主旋翼滚转力矩为:

$$L_{mr} = (K_\beta + Th_{mr})b_1 \quad (9)$$

可以得到:

$$p(s)s = (K_\beta + Th_{mr})b_1(s)/I_{xx} \quad (10)$$

可以得到输出横滚角速度和横向输入之间的关系:

$$\frac{p(s)}{\delta_{lat}} = \frac{B_{lat}}{\tau_\epsilon} \frac{\omega_{np}^2}{s^2 + (1/\tau_\epsilon)s + \omega_{np}^2} \quad (11)$$

因为直升机的舵机为二阶系统, 则从输入到横向角速度的传递函数为:

$$\frac{p(s)}{\delta_{lat}} = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \frac{B_{lat}}{\tau_\epsilon} \frac{\omega_{np}^2}{s^2 + (1/\tau_\epsilon)s + \omega_{np}^2} \quad (12)$$

根据上面所得到的内环通道的传递函数 (PWM 脉宽值到飞机角速度的传递函数), 得知需要辨识的输入、输出数据分别为舵机所需要的 PWM 脉宽值和直升机的角速度。舵机所需要的 PWM 脉宽值可直接从遥控器读取, 经过耦合运算后得到; 直升机的角速度则由 IMU 中的陀螺仪测量得到。如图 1 所示为横向通道的角速度与 PWM 值的采样数据。

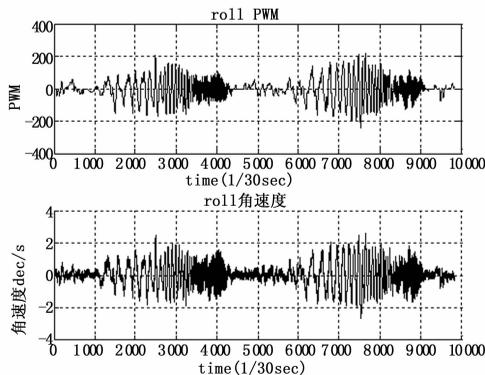


图 1 横向通道角速度采样数据

利用 CIPHER 软件^[6]辨识得到的横向通道的传递函数为:

$$\frac{p(s)}{\delta_{lat}} = \frac{\pi}{3000} \frac{27.4959^2}{s^2 + 2 \times 0.570 \, 9 \times 27.495 \, 9s + 27.594 \, 9^2} \times$$

$$\frac{-9.387 \times 36.59^2}{s^2 + 9.052 \, 4s + 36.59} \quad (13)$$

式中, 前面部分为舵机的参数, 后面部分为无人直升机的横向通道的实际传递函数, 因此得到参数如表 1 所示。

表 1 横向通道参数

	Parameter	Value	符号说明
舵机参数	ω_n	27.4959	舵机的谐振频率
	ξ	0.5709	舵机的阻尼比
横向通道参数	B_{lat}	9.0524	挥舞运动的时间常数
	$1/\tau_\epsilon$	-0.4814	横向挥舞的稳态增益
	ω_{np}	36.59	横向通道固有频率

将直升机非线性方程进行雅可比线性化, 可得到直升机线性状态方程, 其中直升机横向通道的状态方程如下所示:

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\varphi} \\ \dot{p} \\ \dot{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_v & g & 0 & g \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ L_v & 0 & 0 & L_b \\ 0 & 0 & -1 & -1/\tau_\epsilon \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \varphi \\ p \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ B_{lat} \end{bmatrix} \delta_{lat} \quad (14)$$

其中:

$$Y_v = \frac{1}{m} \frac{\partial Y}{\partial v} \quad L_v = \frac{1}{I_{xx}} \frac{\partial L}{\partial v} \quad L_b = \frac{K_\beta + Th_{mr}}{I_{xx}} = \omega_{np}^2$$

上述参数中, 和在实际中是非常小的, 并且与飞机横向飞行速度、风速、空气密度有关, 因此不容易获得, 在辨识精度要求不高的情况下, 可对其进行估计。由表 1 和公式 (14) 可以得出, 无人直升机横向通道内环系统如下公式所示。

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{p} \\ \dot{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1339 \\ 0 & -1 & -9.05 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi \\ p \\ b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 9.39 \end{bmatrix} \delta_{lat} \quad (15)$$

用同样方法可以得到直升机纵向通道 (pitch) 内环系统的状态空间的方程为:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{q} \\ \dot{a}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 427 \\ 0 & -1 & -10.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ q \\ a_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 6.64 \end{bmatrix} \delta_{lon} \quad (16)$$

2 LQR 控制器设计

2.1 LQR 控制器原理

一个线性定常系统的状态方程模型可以用下面的一组方程来描述:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (17)$$

x 为 $n \times 1$ 维状态向量, u 为 $n \times 1$ 维输入向量, A 为 $n \times n$ 维系统矩阵, B 为 $n \times m$ 维控制矩阵, C 为 $p \times n$ 维输出矩阵, 最优控制就是要找到一个能使某个性能指标为最小的控制量 $u(t)$, 最简单的可以引入线性二次最优控制指标, 即:

$$J(u(\cdot)) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [x^T Q x + u^T R u] dt \quad (18)$$

其中 Q 和 R 分别是对状态变量和控制量的加权矩阵。线性二次型最优控制就是求出 J 。最小时的控制量 $u(t)$, 从而获得性能最优。为了达到这一目的, 首先构造一个 Hamilton 函数^[7]:

$$H = -\frac{1}{2} [x^T Q x + u^T R u] + \lambda [Ax + Bu] \quad (19)$$

然后对等式两边求导的方法可以求出最优控制信号为:

$$u(t) = -R^{-1} B^T P(t) X(t) \quad (20)$$

式中, $P(t)$ 矩阵就是 Riccati 方程的解, Riccati 方程如式

(21) 所示:

$$-\dot{P}(t) = P(t)A + A^T P(t) - P(t)BR^{-1}B^T P(t) + Q \quad (21)$$

Riccati 方程一般是多个相互耦合的非线性微分方程组,除了特殊情况下,一般不存在解析解.这就给求解最优控制信号 $u(t)$ 造成了困难.因此,我们一般求解 $u(t)$ 的稳态解.即令 t_f 趋于无穷,则 $P(t)$ 趋于一个常值矩阵, $P(t)$ 的一阶导数趋于零,有:

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (22)$$

上式被称为代数 Riccati 方程,令,则可表示为:

$$u(t) = -Kx(t) \quad (23)$$

2.2 内环横向通道 LQR 控制器设计

由第二节的横向通道内环模型如式 (15) 所示,对其设计 LQR 最优控制器, LQR 内环结构图^[8]如图 2 所示.

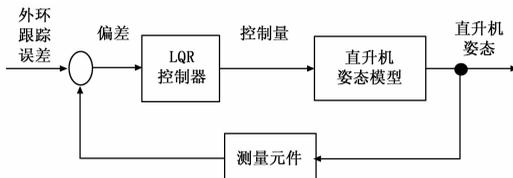


图 2 内环系统结构图

无人直升机的横向和纵向通道的控制器都是由外环为 PID 控制器内环为 LQR 控制器构成的双闭环控制器,外环为位置环,控制直升机的位置,内环为姿态环,控制直升机的姿态,外环根据无人直升机的位置偏差输出姿态角度,作为内环的输入,从图 2 可以看出,外环控制器的跟踪误差作为内环控制器的输入,反馈量为 IMU 测量的直升机姿态角和姿态角速度,从而实现直升机的姿态跟踪,进而实现对位置误差的消除.

在内环横向通道模型中,状态变量为横滚角度 φ 、横滚角速度 p 和挥舞角 b ,其中横滚角度 φ 、横滚角速度 p 是可以通过 IMU 陀螺仪测量得到的,而挥舞角 b 是不可测量的,所以需要设计对挥舞角 b 设计状态观测器才能建立内环的状态反馈,在悬停状态下,因为挥舞特性的微分项对系统的动态性能影响不大,可以忽略微分项,在悬停点处,简化横向角度微分方程得到:

$$p(s)s = L_{mr}/I_{xx} \quad (24)$$

主旋翼滚转力矩为:

$$L_{mr} = (K_{\beta} + Th_{mr})b_1 \quad (25)$$

可以得到:

$$p(s)s = (K_{\beta} + Th_{mr})b_1(s)/I_{xx} \quad (26)$$

即

$$b = \frac{(K_{\beta} + Th_{mr})}{I_{xx}} \times \frac{dp}{dt} \quad (27)$$

转换为离散形式得:

$$b(n) = \frac{(K_{\beta} + Th_{mr})}{I_{xx}} \times \frac{[p(n) - p(n-1)]}{T} \quad (28)$$

式中, T 是直升机控制器的采样周期, $p(n)$ 是第 n 个时刻的横滚角速度的采样值,在本系统中的频率为 30 Hz,所以 T 为 0.033 s,根据上式可以得到挥舞角的估计值.

由于无人直升机控制系统是离散系统,所以需要设计一个离散 LQR 控制器,横向通道内环状态方程离散化之后的离散系统如下:

$$\begin{bmatrix} \varphi(n+1) \\ p(n+1) \\ b(n+1) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.0262 & 0.5920 \\ 0 & 0.4080 & 29.6714 \\ 0 & -0.0222 & 0.2030 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi(n) \\ p(n) \\ b(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0670 \\ 5.5979 \\ 0.2080 \end{bmatrix} \delta_{lat}(n) \quad (29)$$

因为内环的输出为姿态角,所以在内环这里选取的指标函数为

$$J = \int_0^{\infty} [y^T Q_1 y + \dot{y}^T Q_2 \dot{y} + u^T R u] dt \quad (30)$$

整理得

$$J = \int_0^{\infty} [x^T (C^T Q_1 C + A^T C^T Q_2 C A) x + u^T R u] dt \quad (31)$$

根据 MATLAB 仿真,选取最优的 $Q=0.1$, $R=0.1$,可得到 LQR 控制器参数为

$$K = [1.7641 \quad 0.0294 \quad 2.6840]$$

得到阶跃响应的仿真图如图 3 所示.

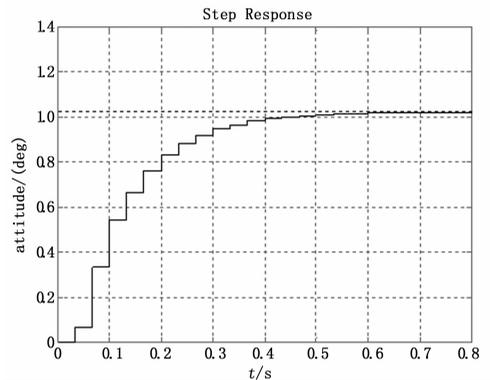


图 3 横向通道 LQR 内环控制的阶跃响应曲线

从图 3 中可以看出,系统的调节时间为 0.3 s,超调量为 3%,对无人机而言,这样的控制效果已经相当不错了.

2.3 内环纵向通道 LQR 控制器设计

根据第 1 节纵向通道系统模型如式 (16) 所示,利用 2.2 小节中横向通道 LQR 控制器设计方法,可以得到系统离散化之后的方程如下所示:

$$\begin{bmatrix} \theta(n+1) \\ q(n+1) \\ a(n+1) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.0310 & 0.2031 \\ 0 & 0.7970 & 11.0234 \\ 0 & -0.0258 & 0.5172 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta(n) \\ q(n) \\ a(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0157 \\ 1.3473 \\ 0.1714 \end{bmatrix} \delta_{lon}(n) \quad (32)$$

因为内环的输出为纵向通道姿态角,所以在内环这里选取的指标函数为

$$J = \int_0^{\infty} [y^T Q_1 y + \dot{y}^T Q_2 \dot{y} + u^T R u] dt \quad (33)$$

整理得

$$J = \int_0^{\infty} [x^T (C^T Q_1 C + A^T C^T Q_2 C A) x + u^T R u] dt \quad (34)$$

根据 MATLAB 仿真,选取最优的 $Q=0.2$, $R=0.4$,可得到 LQR 控制器参数为

$$K = [1.3257 \quad 0.0534 \quad 1.5808]$$

得到阶跃响应的仿真图如图 4 所示.

3 飞行实验及数据分析

小型无人直升机是一个综合性很强的系统工程,其设计到

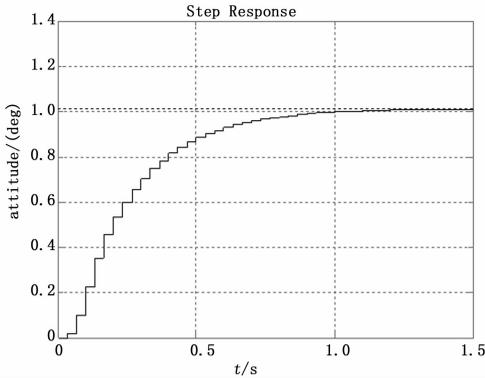


图 4 纵向通道 LQR 内环控制的阶跃响应曲线

数据采集与融合、自动控制、计算机控制、数据无线传输等领域, 实际的飞行测试需要整套系统的完整配合, 任何一个环节疏忽都可能给飞机带来致命的危险, 无人直升机在测试的过程中, 突发情况随时可能出现, 所以, 必须严格挑选试飞场地, 在开阔、无人干扰的环境下测试。实际飞行过程中, 由于飞机发动机转速达到 10 000 转/min, 主旋翼的转速达到 1 400 转/min, 任何出现事故导致飞机坠机对设备和实验者是极其危险的, 所以, 每次实际试飞前, 要对机械、电子硬件与控制软件都要在实验室进行严格的调试, 以保证飞行试验的安全。

在本次测试 LQR 最优控制器的试验中, 采用飞机自主悬停的方式进行, 首先通过遥控器将无人直升机手动飞上空中, 再通过地面站上传 LQR 控制器的参数, 然后将飞机切入自控模式, 在自控模式下, 无人机完全不受遥控器的控制, 直升机表现的状态就是 LQR 控制器的效果, 悬停状态是控制器的位置环(外环) 给定值为 0, 由于 GPS 在测量时有一定的误差, 所以 GPS 反馈值与给定值有一定的偏差, 以 GPS 反馈信号为偏差作为外环的控制量, 外环控制器的输出是内环 LQR 控制器的给定值, 所以姿态环的给定值在悬停的时候会有一定的误差。

纵向通道 LQR 控制器作用下的实时状态信息如图 5 所示, 其中横坐标为从无人机上实时传回来的数据的点数, 因为无人机的频率为 30 Hz, 所以 2 600 多点代表 86 秒的时间, 纵坐标为角度, 实线为 pitch 角度给定值, 虚线为 pitch 角度实时值, 从图 5 中可以看出, pitch 通道的实际值基本上能够实时跟踪 pitch 通道的给定值, 实际上, 由于 GPS、IMU 等机载传感器测量得到的数据存在一定噪声和不可估计的误差, 小型无人直升机的位置、姿态等得测量值有一定的误差, 根据实际的传感器, 对于悬停状态, 位置误差在 2 米的范围内是正常的, 姿态角的误差在 3 度的范围内是正常的, 这样的误差对实际飞行几乎没有影响, 由于无人机受到风力的影响, 所以无人机会自动产生一个角度克服风力对飞机的干扰, 所以在图 5 中的某段时间内实际值与给定值有一个差值。

对于 roll 通道, 因为我们采用的是 ALIGN 700N 的带尾桨的无人直升机, 根据力学原理, 无人机主旋翼旋转的时候对机身会产生一个反作用力, 为了不让机身旋转, 尾桨必须产生一个作用力开克服由于主旋翼的反作用力, 但是此二力的作用点不同, 必须要有第 3 个力来平衡, 这里的第 3 个力就是无人直升机的 roll 角度, 也就是说, 在悬停控制中, roll 角度的实际值与 roll 角度的给定值有一个差值, 这个差值根据不同的飞机略有不同。roll 通道悬停时的实时姿态角如图 6 所示, 由图 6 可以看出, roll 角度的给定值为 0 时, 而实际的 roll 角度比

给定的 roll 角度会大 5 度。如果不考虑由机械特性引起的差值, roll 通道的实际值能够实时的跟踪给定值的变化。

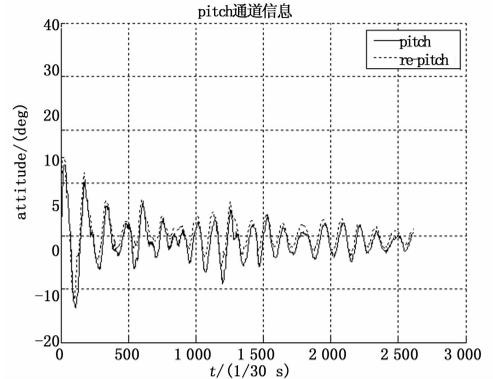


图 5 pitch 通道自控角度曲线

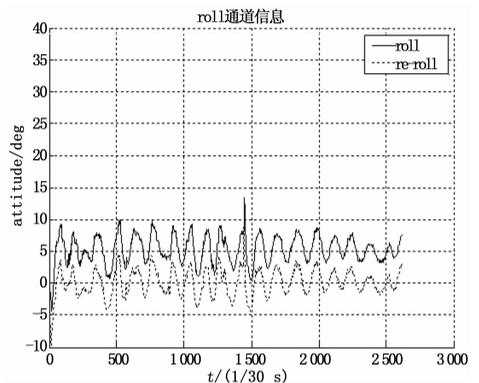


图 6 roll 通道自控角度曲线

4 结论

本文通过系统频率辨识的方法得到无人直升机的内环系统模型, 再以最优线性二次型控制器设计方法对无人机的横向通道和纵向通道分别设计了 LQR 控制器, 选取合适的加权矩阵后, 得到 LQR 控制器参数, 通过 matlab 仿真试验选取较好的控制器参数后再进行场外实际飞行验证, 达到了预期的效果, 本文采用的最优线性二次型方法设计的 LQR 控制器在无人直升机内环控制中效果是很好的, 具有良好的鲁棒稳定性, 能够抵抗不同的外部干扰, 大大增强了控制器的适用性。

参考文献:

- [1] 文裕武, 高清澄. 现代直升机应用及发展 [M]. 北京: 航空工业出版社, 2000.
- [2] 刘勇, 王新民, 余翔. 基于 LQR 的直升机悬停控制律设计与仿真 [J]. 计算机测量与控制, 2008, 16 (5): 670-672.
- [3] 曹义华. 直升机飞行力学 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2005.
- [4] 王辉, 徐锦法. 小型无人直升机飞行动力学建模及增稳设计 [J]. 南京航空航天大学学报, 2003, 35 (3): 277-282.
- [5] 邹瑜. 基于 CTFER 的小型无人直升机系统频率辨识 [D]. 广州: 华南理工大学, 2010.
- [6] Mettle B. Identification, Modeling and Characteristics of Miniature Rotorcraft [M]. Society, January 2002, 47 (1): 50-63.
- [7] 孙豫川. 小型无人直升机飞控系统设计与实现 [D]. 广州: 华南理工大学, 2013.
- [8] 吴毅彬. 小型无人直升机路径规划设计与实现 [D]. 广州: 华南理工大学, 2013.