

基于 MIE 散射理论的粒度分布测量系统研究

李国民, 王潇爽

(西安科技大学 通信与信息工程学院, 西安 710054)

摘要: 为了提高测量精度和稳定性, 降低测量成本, 在深入研究 MIE 散射理论的基础上, 提出一种基于改进反演算法的粒度测量系统设计; 反演算法的改进正则算子 K 可以降低光能残差、增加平滑程度, 增加的预处理可以准确地实现多峰反演; 系统利用激光器、傅里叶透镜、光电传感器采集含有待测微粒信息的电信号, 通过调理电路进行处理, 应用改进反演算法分析得出粒度值及分布; 通过实验分析, 基于改进反演算法的粒度测量系统可以实现粒度颗粒准确测量, 系统性能稳定可靠。

关键词: 粒度测量; MIE 理论; 反演算法; 光电传感器

Research on Particle Size Distribution Measurement System Based on MIE Scattering Theory

Li Guomin, Wang Xiaoshuang

(School of Communication and Information Engineering, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China)

Abstract: In order to improve measurement accuracy and stability, reduce the cost of measurement, this paper in-depth study of MIE scattering theory, puts forward a design of particle size measurement system based on improved inversion algorithm. Improved regularization operator K of inversion algorithm can reduce the energy residual, increase smoothness; added preprocessing algorithm can realize multimodal inversion accurately. By use of laser, Fourier lens, photoelectric sensor to collect electrical signals containing particles information, and through conditioning circuit for signals processing, using improved inversion algorithm analyze and calculate the value of particle size distribution. Through experimental analysis, particle size measurement system based on improved inversion algorithm can achieve particle size measurement accurately, with stable and reliable system performance.

Keywords: particle size measurement; MIE theory; inversion algorithm; photoelectric sensor

0 引言

粉体技术逐步渗入生活、生产各个方面, 粒度测量技术因此受到广泛关注, 相继产生了许多基于不同技术的粒度测量产品。最具代表性的是: 2012 年美国 BECKMAN CULTER 公司生产了基于电阻法^[1]的 MULTISIZES 4 颗粒计数及粒度分析仪; 2012 年 10 月英国 MALVERN 公司推出基于动态散射法的 Zetasizer Nano ZSP 粒度分析仪; 2013 年 11 月日本 HORIBA 公司发布基于光散射法^[2]的 LA-960 激光散射粒度分布分析仪。目前, 市场占有率较多的粒度测量设备采用技术方法主要包括: 沉降法、图像法、电阻法、光散射法。沉降法测量精度高, 重复性好, 但测量时间长、操作复杂、结果易受人为影响。图像法可得到微粒形状信息, 但只能得到二维粒度特征, 测量效率低。电阻法可测量微粒绝对体积和数量, 但测量范围小, 对分布较宽样品测量误差大。光散射法测试速度快、操作方便、重复性好、测量范围宽等优点, 迅速成为了现代粒度测量的主要方法之一。本文基于 MIE (gustav mie scattering theory) 散射理论^[3-4]深入研究, 提出更优的 MIE 散射反演算法及粒度测量系统的详细设计方案。

1 改进的反演算法分析

MIE 散射理论方程最简形式如下:

$$T_{M \times N} W_{N \times 1} = E_{M \times 1} \quad (1)$$

其中: $T_{M \times N} = \begin{bmatrix} t_{1,1} & \cdots & t_{1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{M,1} & \cdots & t_{M,N} \end{bmatrix}$ 为系数矩阵, $W_{N \times 1} = [W_1, W_2, \dots, W_N]^T$ 为分级尺寸重量分布列向量, $E_{M \times 1} = [e_1, e_2, \dots, e_M]^T$ 为光能分布列向量, M 是硅光电池板同心圆环数, N 是所分粒级数, 通常取 $N=M$ 。

反演算法分为非独立模式和独立模式, 独立模式算法不需要预设分布函数, 适用性强, 较非独立模式算法而言具有很大优势。独立模式算法可归结为求 $\delta_{\min} = \|T_{M \times N} W_{N \times 1} - E_{M \times 1}\|; \omega_i \geq 0$ 。

独立反演 3 种典型算法如表 1 所示。

表 1 3 种独立反演算法对照表

名称	优点	缺点
P-T 算法	对振荡大变量多的信号有效, 无收敛速度问题。	平滑因子和正则算子选取困难, 平滑效果和分辨率难以兼顾, 结果易产生振荡, 不适于多峰分布。
Chahine 迭代法	收敛速度快, 适于多峰分布	收敛速度慢, 抗噪声能力弱。
Projection 迭代法 (行处理法)	多峰情况有效。	收敛速度慢, 结果会出现大颗粒拖尾现象且不能保证非负性。

收稿日期: 2014-05-28; 修回日期: 2014-07-07。

作者简介: 李国民 (1965-), 男, 湖南宁乡人, 教授, 工学博士, 主要从事传感器网络, 通信信号处理方向的研究。

实际测量中双峰、三峰分布较为普遍，故大多数文献采用 Chahine 或 Projection 迭代法。

Chahine 与 Projection 迭代法对多峰和三峰计算效果类似，本文采用 Chahine 迭代算法并对其改进，迭代初值由 P-T 算法得到。

P-T 算法的平滑因子 $\mu^{[5]}$ 由 L 曲线法选取，正则算子 \mathbf{K} 通过式 (3) 得出。Chahine 法改进方案是进行预处理，即对 MIE 散射方程式 (1) 两边同乘以 $(1 - \frac{\theta}{\theta_{\max,i}})$ ，减小曲线震荡，增强算法抗干扰力， θ 为各环对应散射角， $\theta_{\max,i}$ 为各环对应散射角最大值。具体计算公式如下：

L 曲线法公式如下：

$$\begin{cases} \mathbf{W} = (\mathbf{T}'\mathbf{T} + \mu\mathbf{I})^{-1}\mathbf{T}'\mathbf{E} \\ L = (\|\mathbf{W}_\mu\|, \|\mathbf{T}\mathbf{W}_\mu - \mathbf{E}\|) \end{cases} \quad (2)$$

画得 L 曲线后，找出离原点最近点所对应的 μ 即为最优平滑因子。

正则算子 \mathbf{K} ：

$$\mathbf{K}_{M \times N} = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -3 & 1 & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & \\ 0 & \dots & -1 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

将平滑因子 μ 和正则算子 \mathbf{K} 代入 P-T 法，得到迭代初值：

$$\hat{\mathbf{W}}_{\min} = (\mathbf{T}'\mathbf{T} + \mu\mathbf{K}'\mathbf{K})^{-1}\mathbf{T}'\mathbf{E} \quad (4)$$

计算改进的 Chahine 迭代法：

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{W}}^{(k+1)} = \sum_{i=1}^M \left[\frac{T_{ij}}{\sum_{j=1}^N T_{ij}} \cdot \frac{E_j}{T_{ij}\hat{\mathbf{W}}^{(k)}} \right] \hat{\mathbf{W}}^{(k)} \\ \delta_{\min} = \|\mathbf{T}_{M \times N}\hat{\mathbf{W}}_{N \times 1} - \mathbf{E}_{M \times 1}\|; W_i \geq 0 \end{cases} \quad (5)$$

式中， δ 取得最小值时， $\hat{\mathbf{W}}^{(k+1)}$ 即为粒度分布向量最优值。

2 系统总体设计

粒度测量系统总体设计如图 1，包括信号产生模块、信号调理模块和数据处理显示模块。

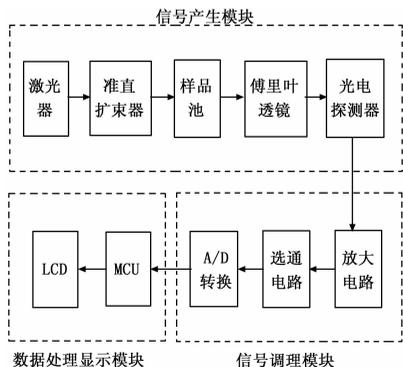


图 1 微粒检测系统框图

激光器产生光信号经过扩束准直器滤除高频分量、扩大照射面积，光信号经过样品池产生散射作用，傅里叶透镜对散射光谱进行频域变换，利用光电探测器将光信号转换为电信号。对电信号进行放大和选通处理，利用 A/D 转换器实现信号采集，送入 MCU，采用改进的反演算法，分析出粒度分布，通过 LCD 显示测量结果。

3 粒度测量系统硬件设计

3.1 信号产生与采集模块

3.1.1 激光器

激光器作为光源，发出光的质量决定散射图样的准确度与清晰度。根据 MIE 散射理论，波长越小，散射光强越强，越易于信号采集，但波长小到紫外波段将会产生荧光效应，进入红外波段时探测器需要制冷。激光器功率过大会损害检测样品，因此选用波长 635 nm、功率 3 MW HE-NE 激光器。

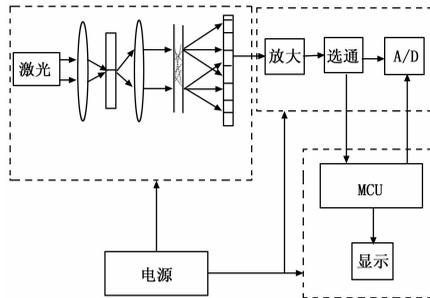


图 2 粒度测量系统硬件图

3.1.2 扩束准直器

扩束准直元件可进一步提高光源质量，滤除高频成分、扩大光束面积、增强单色性。由两片等焦距透镜和一个针孔组成，针孔取 15 μm ，扩大后的光照直径为 8 mm。

3.1.3 样品池

样品池盛放待测微粒，需要有高透光性及低折射率。MIE 散射理论指出，在满足以下两个条件时，多个微粒散射图样可看作是单个微粒散射图样的叠加。

单散射条件，根据 Lambert-beer 定理：

$$L_{\text{光}} = L \times \tau \quad (6)$$

当 $L_{\text{光}} < 0.1$ 时，符合单散射，认为微粒只对入射光产生散射，而不对其他颗粒的散射光产生再次散射，其中 $\tau = \frac{\mu}{4} \times D^2 \times Q_{\text{ext}} \times N$ ， Q_{ext} 根据 MIE 散射仿真得到。

不相关散射条件，满足表 2 浓度上限时，忽略相邻颗粒的相位影响，只对单个颗粒进行研究。

因此，选取光学玻璃样品池，尺寸为 45 * 12.5 * 75 mm，内壁厚 2 mm，微粒散射图样满足。

表 2 满足不相关散射的颗粒粒径与浓度对照表

颗粒直径/ μm	0.1	1	10	100	1 000
浓度/ cm^3	10^{13}	10^{10}	10^7	10^4	10

3.1.4 傅里叶透镜

单位振幅平面波垂直照射下的夫琅禾费衍射，恰好等于入射光共轭面上透过率函数的傅里叶变换，因此采用傅里叶透镜满足衍射现象要求。

傅里叶透镜参数满足公式 (7) 和公式 (8) 时，散射图样不产生渐晕现象，并可获取全部微粒信息。

$$\frac{D_m}{\tan 8^\circ} \leq f \leq \frac{D_m - D_{\text{光}}}{\tan A} \quad (7)$$

$$L \leq \frac{(D_F - D_{\text{光}}) \times f}{2 \times D_m} \quad (8)$$

满足上述要求前提下，待测微粒粒径上限越大，傅里叶透

镜焦距应当适当增长。因此采用后焦距为 100 mm 的单组元傅里叶透镜。

3.1.5 光电探测器

选用光电探测器将光信号转为电信号, 选择噪声小、光敏面大、动态范围大、分辨率高的环形硅光二极管阵列作为光电探测器。

采用环形硅光二极管阵列需划分面积区域, 面积划分的目的是将不同粒径的散射光分级输出, 采取对数划分方式可得到更多环数, 根据公式 (9), 公式 (10) 计算出各环面积区域上下限, 由于艾里斑光斑强度大而且不含所需粒径信息, 计算下限时应减去艾里斑。光电探测器环数确定后, 由公式 (11) 得到粒径分档比。测量粒径 $D = [35, 150]$, 光电探测器环数 $n = 31$, 计算得到粒径分档比 $x = 1.048064$ 。

$$D_{m,j} = \frac{1.357 \times f \times \lambda}{\pi \times D_j} \quad (9)$$

$$\frac{1.357 \times f \times \lambda}{\pi \times D_{\max}} > D_{m,\min} > \frac{1.22 \times \lambda \times f}{D_{\text{光}}} \quad (10)$$

$$x_n = \frac{D_{\max}}{D_{\min}} \quad (11)$$

3.2 信号调理模块

信号采集模块采用环形硅光二极管阵列输出一组 32 路并行电流信号, 信号调理模块完成每路信号放大、选通、模数转换功能。

3.2.1 放大电路

散射光强较弱, 光电探测器输出电流值很小并且各路信号数量级不同, 若直接进行选通或模数转换会造成信号干扰和损失, 因此在选通前加入两级放大电路, 第一级将电流电压转换并作初级放大, 第二级将不同数量级电压信号放大不同倍数。选择宽带、低噪、高压摆率放大芯片, 采取反向接法。

图中 LM358 (U3A) 实现第一级放大, 4 mA 输入电流信号放大为 -38 mV 电压信号, 反向放大 10 倍。LM358 (U4A) 实现第二级放大, 调整 R7 改变放大倍数, $R6 = R7 \parallel R8$, 将 -38 mV 电压信号放大至 122 mV, 反向放大 3 倍。此时整个放大电路将电流信号转换为电压信号并放大 $10 \times 3 = 30$ 倍。

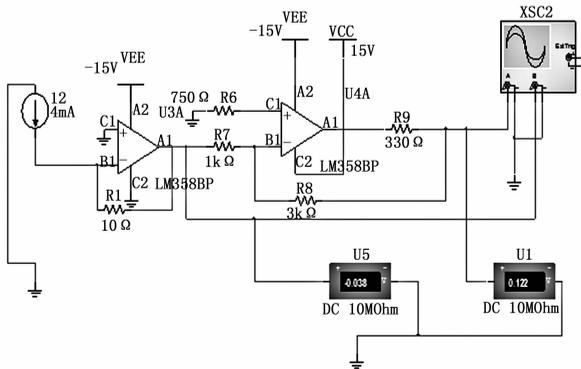


图 3 电压转换电路

3.2.2 多路模拟选通器

光电探测器为 32 环时需要 $32 \times 2 = 64$ 个放大芯片, 将大大增加测量系统的体积和成本, 因此在 U3A 与 U4A 之间加入模拟选通器^[6], 这样只需要 $32 + 1 = 33$ 个放大芯片即可。

本文选用导通电阻低、漏电流小的四片模拟八路选通器和一片双四选一芯片, 四片八路选通器输入三十二路电压信号,

输出的四路模拟信号接入双四选一芯片, 用 3 条地址线控制这 5 个选通器实现三十二路选一的功能, 这样减少了地址线, 减低了处理时间, 使有限的 IO 口可扩展其他外设功能。

3.2.3 A/D 转换器

模拟选通器输出模拟信号不能被 mcu 识别, 因此信号送入 mcu 前需加入 A/D 转换电路。为了满足系统实时测试要求, 减小转换误差, 本文选择采样速率高、转换速度快、线性度好、量化误差小的 12 位逐次逼近型 A/D 转换芯片, 当电压为 3 V 时, 分辨率为 $3 / 4095 = 0.000736$ V, 可满足测量系统分辨率要求。

3.3 数据处理和显示模块

A/D 转换后将数字信号送入 MCU, 本文基于嵌入式开发平台采用三星 S3C6410 处理器, 在 LINUX 系统下完成数据读取、存储及反演算法等软件实现, 得出待测样品粒度值及分布, 将计算结果显示在 LCD 上, 此时已完成了粒度测量整个工作。

4 系统软件设计

系统软件在 S3C6410 处理器上完成, 在 LINUX 系统下对 C 语言编译、汇编、链接, 完成控制和反演算法。包括数据读取模块、数据处理模块、结果显示模块。

根据 MIE 散射理论, 当一束波长小于或等于待测粒径的光照射到样品上, 会发生散射现象, 呈现出类似于衍射条纹的光谱, 分析光谱各环半径与光强度, 可得到微粒粒径和数目信息, 达到粒度检测的目的。

4.1 数据读取模块

由 MCU 给出地址控制多路选通器的输出, 输出结果经 A/D 转换电路送入 MCU 存放在数据内存单元^[7], 当六组 32 路全部输入后, 依次读取数据后对每路数据取算数平均值, 此时得到的是一组 32 路放大后的数字电压信号, 根据放大器放大倍数求得放大前的电流值, 对应光电探测器光电特性曲线, 对其做非线性处理后, 得到各环光强值即为光能分布列向量 $E_{M \times 1} = [e_1, e_2, \dots, e_M]^T$ 。

4.2 数据处理模块

数据处理模块分为光能系数矩阵 T 计算及反演算法。

1) 根据 MIE 散射理论, 计算各级粒径在不同探测角度上的光能系数矩阵 T:

$$t_{ij} = \frac{12}{\rho} \frac{1}{D_j^3} \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} I_s(\theta, D_j) r^2 \sin\theta d\theta \quad (12)$$

其中: $I_s(\theta, D_j)$ 为 MIE 散射理论计算出的散射光强, 散射光强 $I_s(\theta, D_j)$ 等于水平、垂直方向上振幅函数模值平方相加, 其值根据球贝塞尔函数迭代得出。

如图 6 所示, 利用变步长勒让德-高斯求函数积分, 程序初始化, 设定粒度分级数 $N = 32$, 光电探测器环数 $M = 32$, 输入 5 阶勒让德多项式零点 t 及对应系数 λ ; 从 $j = 0, i = 0$ 开始对各级粒径 D_j 完成第 i 环对应观测角的上下限积分, i 加 1 判断是否将 32 环对应观测角全部积分完, 若 $i < M$ 表示还未积分完毕, 改变积分上下限继续进行积分, 若 $i \geq M$ 表示全部积分完毕, 跳出该循环, 向下执行; j 加 1, 判断是否将分级粒径全部积分完, 若 $j < N$ 表示还未积分完毕, 改变粒径值 D_j 继续进行积分, 若 $j \geq N$ 表示已将分级粒径全部积分完毕, 跳出循环, 结束系数矩阵计算, 得到 $T_{M \times N}$ 。

2) 得到光能系数矩阵后, 分四步完成反演算法, 硅

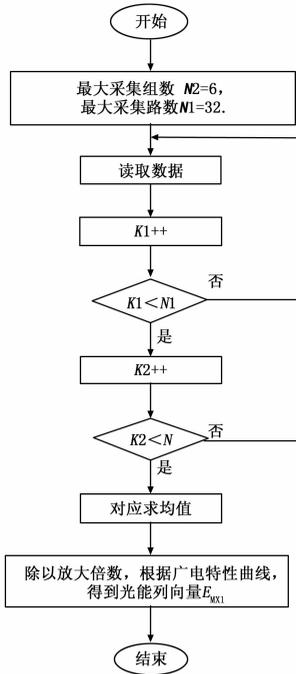


图 4 数据读取程序流程图

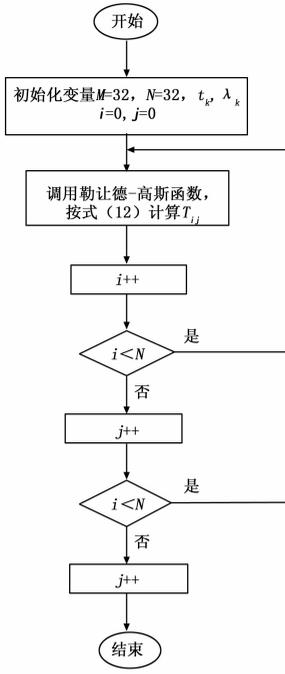


图 5 系数矩阵计算流程图

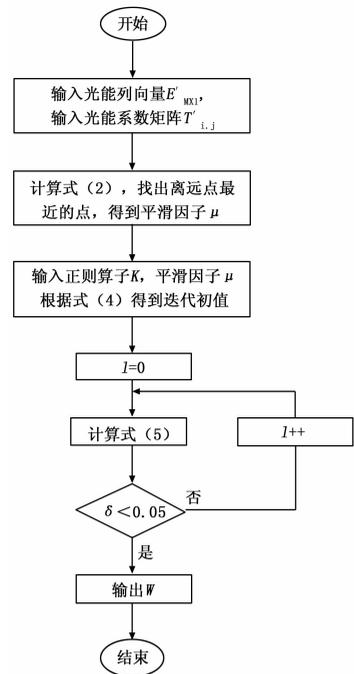


图 6 反演算法流程图

光电池板同心圆环数 $M=32$, 所分粒级数 $N=32$, $\delta=0.05$ 。

第一步: 光能列向量 $E_{M \times 1}$ 与系数矩阵 $T_{i,j}$ 同乘以 $(1 - \frac{\theta}{\theta_{\max,i}})$, 得到 $E'_{M \times 1}$, $T'_{i,j}$ 。

第二步: 按照式 (1) 画出 L 曲线, 找出曲线离远点最近的点所对应的 μ 即为最优平滑因子。

第三步: 将平滑因子 μ 与正则算子 T 代入 P-T 算法式 (3) 作为初值, 计算改进的 Chahine 迭代法式 (4)。

第四步: 判断 δ 是否小于 0.05, 若小于则以得到所要求的重量分布列向量 $W_{N \times 1} = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{32}]$, 若不小于则返回第三步执行。

已经得到重量分布列向量 $W_{N \times 1}$, 各粒度分级区间重量分布由式 (13) 计算得出:

$$W_{\% ,j} = \frac{W_j}{\sum W} \quad (13)$$

5 实验结果

由于研磨颗粒大多符合双峰 R-R 分布, 实验中采用符合双峰 R-R 分布的粒度颗粒作为测试样本。

5.1 改进反演算法仿真分析

反演算法的改进包括正则算子 K 改进和预处理方法。实验中针对两方面改进的效果进行了仿真分析。

1) P-T 算法的平滑因子 μ 通过 L 曲线选取, L 曲线可以直观反映 P-T 算法的性能。实验中研究 L 曲线分析改进算法的优势。如图 7 所示, 横坐标表示反演计算的光能残差, 纵坐标表示粒度分布平滑程度, L 曲线拐点距原点越近性能越好^[8]。正则算子为 K1 时, L 曲线拐点距原点距离 $dis=0.051595$, 正则算子为 K2 时, L 曲线拐点距原点距离 $dis=0.025314$ 。表明采用改进正则算子 K2 的 P-T 算法精度更高。

2) 待测颗粒符合双峰 R-R 分布 ($E_{d1}=50 \mu\text{m}$, $n_1=5$, $E_{d2}=120 \mu\text{m}$, $n_2=7$, $C_1=0.2$), 引入 10% 随机误差, 如图 8

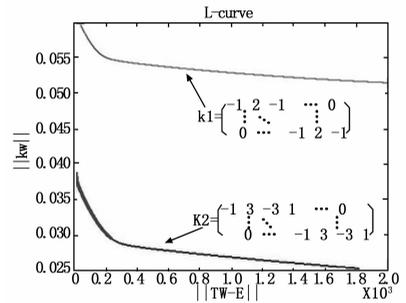


图 7 L 曲线

所示, 未加预处理反演算法的仿真结果分布误差 $r=0.007243$, 改进反演算法仿真结果分布误差 $r=0.003263$ 。表明增加预处理的反演算法测量误差更小。

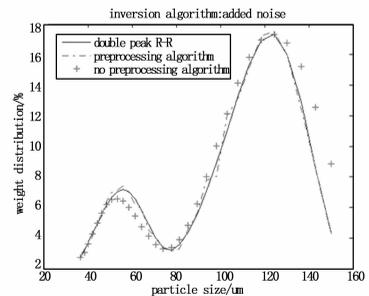


图 8 加噪反演算法

5.2 系统测试结果分析

图 9 是基于改进反演算法粒度测量系统测试结果, 通过对测试结果分析得出分布误差 $r=0.0035163$, 与 Matlab 仿真基本一致。

6 结论

本文提出了 MIE 散射反演改进算法, 全面说明了粒度测量系统中各个模块的设计方法。通过仿真分析, 改进的反演算