

GNSS 测姿系统天线设置及精度分析

王 勇¹, 赵修斌¹, 庞春雷¹, 段 荣¹, 王祝欣²

(1. 空军工程大学 信息与导航学院, 西安 710077; 2. 93033 部队, 沈阳 110411)

摘要: GNSS 测姿系统的天线设置是影响测姿精度的重要因素之一; 针对 GNSS 天线设置对测姿精度的影响问题, 在分析 GNSS 测姿算法的基础上, 对天线设置的 3 个决定因素, 即天线数量、基线夹角和基线长度与姿态角误差的关系进行了理论推导, 仿真分析了三者对测姿误差的影响程度; 理论推导结果表明, 对航向角、俯仰角和横滚角的测量至少需要三个固定天线, 天线构成的固定基线相互垂直时姿态角的误差较小, 姿态角的误差与基线长度的平方成反比; 仿真结果验证了上述结论并进一步表明, 两基线长度分别为 1 m、2 m、3 m 时, 航向角和俯仰角的误差分别在 2°、1°、0.5° 以内, 横滚角的误差分别在 3°、2°、1° 以内。

关键词: 全球导航卫星系统; 测姿; 天线设置; 精度分析

Antenna Configuration and Accuracy Analysis of GNSS Attitude Determination System

Wang Yong¹, Zhao Xiubin¹, Pang Chunlei¹, Duan Rong¹, Wang Zhuxin²

(1. Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China;

2. Unit 93033 of PLA, Shenyang 110411, China)

Abstract: Antenna configuration is one of the important factors that affect the attitude accuracy in GNSS attitude determination system. Antenna configuration of GNSS attitude determination system can influence the accuracy of that. To study the influence, the algorithm of GNSS attitude determination is analysed. Based on the analysis, the relationship between antenna number, baseline angle, baseline length which determine the antenna configuration and attitude angle error is deduced in theory. A simulation is made to analyse the influence degree of antenna number, baseline angle and baseline length to the attitude angle error. Theoretical derivation shows that attitude determination need at least three stationary antennas, attitude angle error is smallest when two baselines are perpendicular, attitude angle error is inversely proportional to the square of the baseline length. Simulation confirms conclusions above and shows more that, when baseline length is 1 m, 2 m and 3 m respectively, the error of heading and roll angles is under 2, 1 and 0.5 degree, the error of pitch angle is under 3, 2 and 1 degree.

Keywords: GNSS; attitude determination; antenna configuration; accuracy analysis

0 引言

全球导航卫星系统 (GNSS) 能够进行载体三维姿态的测量, 因其具有体积小、成本低, 误差不随时间积累等特点, 已成为载体测姿的重要手段之一^[1]。测姿精度是衡量测姿方法的重要指标, 目前有许多国内外研究都对 GNSS 测姿的精度进行了讨论。文献 [2] 研究了几何算法 GPS 快速测姿的精度。文献 [3] 对基于最小二乘法的 GPS 多天线测姿进行了精度分析。文献 [4] 探讨了以固定长度为条件提高 GPS 测姿精度的方法。文献 [5-6] 讨论了基于基线长度约束的 LAMBDA 算法求解载体姿态的精度。许多文献^[7-8] 都给出了具体的测姿天线设置方式, 并研究了测姿算法对精度的影响。但是天线设置的不同也会对测姿精度产生重要的影响, 需要进一步的研究。

天线设置包括天线数量、天线基线的夹角和天线基线的长度三方面的设置, 它们都会影响 GNSS 测姿的精度。本文首先

简要介绍了 GNSS 测姿的算法, 然后详细讨论了实现 GNSS 测姿的天线数量要求, 天线构成的基线之间的夹角与航向角、俯仰角和横滚角误差的关系以及基线长度与 3 个姿态角误差的关系, 最后对几种不同天线设置情况下的 GNSS 测姿进行了仿真验证。

1 GNSS 测姿算法

如图 1 所示, b_1 和 b_2 表示载体坐标系 $X_B O Y_B$ 平面内 3 个 GNSS 接收机天线所构成的两个基线矢量, 设 b_1 的基线长度为 l_1 , 相对于 X_B 轴的角度为 α_1 , b_2 的基线长度为 l_2 , 相对于 X_B 轴的角度为 α_2 , X_B 轴和 Y_B 轴的单位矢量分别为 e_X 和 e_Y 。则 b_1, b_2 可以表示为

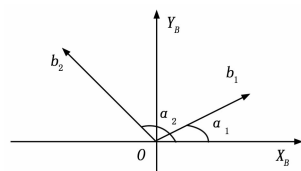


图 1 测姿基线矢量示意图

$$\begin{aligned} b_1 &= l_1 \cos\alpha_1 e_X + l_1 \sin\alpha_1 e_Y \\ b_2 &= l_2 \cos\alpha_2 e_X + l_2 \sin\alpha_2 e_Y \end{aligned} \quad (1)$$

收稿日期:2014-04-28; 修回日期:2013-05-28。

基金项目:国家自然科学基金(61273049)。

作者简介:王 勇(1989-),男,山东潍坊人,硕士研究生,主要从事卫星导航与定位方向的研究。

赵修斌(1965-),男,湖北天门人,教授,博士研究生导师,主要从事空天导航定位技术、导航信号处理方向的研究。

根据式将 e_x, e_y 表示为 b_1, b_2 的函数为

$$e_x = \frac{b_1}{l_1} \frac{\sin \alpha_2}{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)} - \frac{b_2}{l_2} \frac{\sin \alpha_1}{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)}$$

$$e_y = \frac{b_1}{l_1} \frac{\cos \alpha_2}{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)} - \frac{b_2}{l_2} \frac{\cos \alpha_1}{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)} \quad (2)$$

通过 GNSS 接收机的数据了解算可以得到基线矢量 b_1, b_2 在当地水平坐标系中的坐标, 进而根据式可以求得单位矢量 e_x, e_y 的当地水平坐标系坐标, 将其表示为 $e_x = (x_1, y_1, z_1), e_y = (x_2, y_2, z_2)$, 则可以确定载体的航向角 θ_y , 俯仰角 θ_p , 横滚角 θ_r 分别为

$$\theta_y = \arctan\left(\frac{y_1}{x_1}\right)$$

$$\theta_p = \arctan\left(\frac{z_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}\right)$$

$$\theta_r = \arctan\left(\frac{z_2}{y_2}\right) \quad (3)$$

表 1 航向角判断

所在象限	x_1 符号	y_1 符号	航向角
一	正	正	θ_y
二	负	正	$\theta_y + 180^\circ$
三	负	负	$\theta_y + 180^\circ$
四	正	负	$\theta_y + 360^\circ$

因为载体的航向角的范围为 $0^\circ \leq \theta_y < 360^\circ$, 俯仰角的范围为 $-90^\circ \leq \theta_p \leq 90^\circ$, 横滚角的范围为 $-180^\circ < \theta_r \leq 180^\circ$, 所以航向角和横滚角存在多值问题, 而俯仰角不存在多值问题^[9]。航向角和横滚角的实际取值见表 1 和表 2。

表 2 横滚角判断

所在象限	y_2 符号	z_2 符号	横滚角
一	正	正	θ_r
二	负	正	θ_r
三	负	负	$\theta_r - 180^\circ$
四	正	负	$\theta_r + 180^\circ$

2 天线设置与测姿误差的关系

天线设置由基线的条数、基线之间的夹角以及基线的长度决定, 这三者都会对 GNSS 测姿精度产生影响。

由前述测姿方法可以知道, 至少需要两条不共线的基线才能完成对载体三维姿态角的测量, 也就是说在天线相对载体固定不动的情况下, 至少需要设置 3 个 GNSS 天线才能实现三维测姿。

根据误差传播定律, 3 个姿态角的测量误差可以分别表示为:

$$P_{\theta_y} = E(\delta_{\theta_y} \delta_{\theta_y}^T) = F_{\theta_y} E(\delta_{e_x} \delta_{e_x}^T) F_{\theta_y}^T$$

$$P_{\theta_p} = E(\delta_{\theta_p} \delta_{\theta_p}^T) = F_{\theta_p} E(\delta_{e_x} \delta_{e_x}^T) F_{\theta_p}^T$$

$$P_{\theta_r} = E(\delta_{\theta_r} \delta_{\theta_r}^T) = F_{\theta_r} E(\delta_{e_y} \delta_{e_y}^T) F_{\theta_r}^T \quad (4)$$

其中: $F_{\theta_y} = \frac{d\theta_y}{dx}, F_{\theta_p} = \frac{d\theta_p}{dx}, F_{\theta_r} = \frac{d\theta_r}{dy}$ 。

式中表明航向角和俯仰角的测量误差与单位矢量 e_x 的误差有关, 横滚角的测量误差与 e_y 的误差有关。根据式中 e_x, e_y

与 b_1, b_2 的函数关系可得

$$E(\delta_{e_x} \delta_{e_x}^T) = \frac{1}{l_1^2} \frac{\sin^2 \alpha_2}{\sin^2(\alpha_2 - \alpha_1)} E(\delta_{b_1} \delta_{b_1}^T) + \frac{1}{l_2^2} \frac{\sin^2 \alpha_1}{\sin^2(\alpha_2 - \alpha_1)} E(\delta_{b_2} \delta_{b_2}^T)$$

$$E(\delta_{e_y} \delta_{e_y}^T) = \frac{1}{l_1^2} \frac{\cos^2 \alpha_2}{\sin^2(\alpha_1 - \alpha_2)} E(\delta_{b_1} \delta_{b_1}^T) + \frac{1}{l_2^2} \frac{\cos^2 \alpha_1}{\sin^2(\alpha_1 - \alpha_2)} E(\delta_{b_2} \delta_{b_2}^T) \quad (5)$$

当基线矢量 b_1, b_2 的长度都固定为 l 时, 式可化为

$$E(\delta_{e_x} \delta_{e_x}^T) = \frac{1}{l^2} \left[\frac{\sin^2 \alpha_2}{\sin^2(\alpha_2 - \alpha_1)} E(\delta_{b_1} \delta_{b_1}^T) + \frac{\sin^2 \alpha_1}{\sin^2(\alpha_2 - \alpha_1)} E(\delta_{b_2} \delta_{b_2}^T) \right]$$

$$E(\delta_{e_y} \delta_{e_y}^T) = \frac{1}{l^2} \left[\frac{\cos^2 \alpha_2}{\sin^2(\alpha_1 - \alpha_2)} E(\delta_{b_1} \delta_{b_1}^T) + \frac{\cos^2 \alpha_1}{\sin^2(\alpha_1 - \alpha_2)} E(\delta_{b_2} \delta_{b_2}^T) \right] \quad (6)$$

可以认为基线矢量 b_1, b_2 是独立测量和解算的, 所以二者具有相同的误差方差, 则式可进一步化为

$$E(\delta_{e_x} \delta_{e_x}^T) = \frac{1}{l^2} \left[\frac{\sin^2 \alpha_2}{\sin^2(\alpha_2 - \alpha_1)} + \frac{\sin^2 \alpha_1}{\sin^2(\alpha_2 - \alpha_1)} \right] E(\delta_{b_1} \delta_{b_1}^T)$$

$$E(\delta_{e_y} \delta_{e_y}^T) = \frac{1}{l^2} \left[\frac{\cos^2 \alpha_2}{\sin^2(\alpha_1 - \alpha_2)} + \frac{\cos^2 \alpha_1}{\sin^2(\alpha_1 - \alpha_2)} \right] E(\delta_{b_1} \delta_{b_1}^T) \quad (7)$$

设误差系数为

$$g_1(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{\sin^2 \alpha_2}{\sin^2(\alpha_2 - \alpha_1)} + \frac{\sin^2 \alpha_1}{\sin^2(\alpha_2 - \alpha_1)}$$

$$g_2(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{\cos^2 \alpha_2}{\sin^2(\alpha_1 - \alpha_2)} + \frac{\cos^2 \alpha_1}{\sin^2(\alpha_1 - \alpha_2)} \quad (8)$$

将式代入式可得

$$E(\delta_{e_x} \delta_{e_x}^T) = \frac{1}{l^2} g_1(\alpha_1, \alpha_2) E(\delta_{b_1} \delta_{b_1}^T)$$

$$E(\delta_{e_y} \delta_{e_y}^T) = \frac{1}{l^2} g_2(\alpha_1, \alpha_2) E(\delta_{b_1} \delta_{b_1}^T) \quad (9)$$

可以认为天线设置好后, 基线之间的夹角是固定的, 所以设

$$\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$$

将式代入式可把误差系数进一步化为

$$g_1(\alpha_1, \alpha) = \frac{\sin^2(\alpha + \alpha_1) + \sin^2 \alpha_1}{\sin^2 \alpha}$$

$$g_2(\alpha_1, \alpha) = \frac{\cos^2(\alpha + \alpha_1) + \cos^2 \alpha_1}{\sin^2 \alpha} \quad (10)$$

由式可知, 在基线矢量 b_1, b_2 误差相同的条件下, 当 $g_1(\alpha_1, \alpha)$ 取得最小值时, 航向角和俯仰角的误差最小, 当 $g_2(\alpha_1, \alpha)$ 取得最小值时, 横滚角的误差最小。式对 α_1 求导并令导数为零可得

$$\sin(2\alpha + 2\alpha_1) + \sin 2\alpha_1 = 0 \quad (11)$$

将式代入式并进一步变换可得

$$2\sin(\alpha_1 + \alpha_2) \cos(\alpha) = 0 \quad (12)$$

由式可知, 当满足 $\alpha_1 + \alpha_2 = 0^\circ, \alpha_1 + \alpha_2 = 180^\circ, \alpha = 90^\circ, \alpha = 270^\circ$ 四个条件其中之一时, 式就能取得极小值, 即基线矢量 b_1, b_2 关于载体坐标系的横纵坐标轴对称或 b_1, b_2 相互垂直时, 航向角、俯仰角和横滚角的误差较小。

将 $\alpha_1 + \alpha_2 = 0^\circ$ 代入式可得误差系数为

$$g_1(\alpha_1, \alpha) = \frac{1}{1 - \cos\alpha}$$

$$g_2(\alpha_1, \alpha) = \frac{1}{1 + \cos\alpha} \quad (13)$$

由式可知, 当 b_1, b_2 关于 OX_B 轴对称时, 随着 b_1, b_2 之间夹角的增大, 航向角和俯仰角的误差将减小, 横滚角的误差将增大。当 b_1, b_2 之间夹角为 0° 时, 横滚角的误差最小, 而航向角和俯仰角的误差最大, 将会导致两者无法测量。当 b_1, b_2 之间夹角为 180° 时, 航向角和俯仰角的误差最小, 而横滚角的误差最大, 同样会导致横滚角无法测量。上述结论同时也进一步表明 b_1, b_2 不能共线。

将 $\alpha_1 + \alpha_2 = 180^\circ$ 代入式可得误差系数为

$$g_1(\alpha_1, \alpha) = \frac{1}{1 + \cos\alpha}$$

$$g_2(\alpha_1, \alpha) = \frac{1}{1 - \cos\alpha} \quad (14)$$

由式可以得到与式相类似的结论。

将 $\alpha = 90^\circ$ 或 $\alpha = 270^\circ$ 代入式可得误差系数为

$$g_1(\alpha_1, \alpha) = g_2(\alpha_1, \alpha) = 1 \quad (15)$$

由式可知, 当 b_1, b_2 相互垂直时, 航向角、俯仰角和横滚角的误差与 b_1, b_2 的误差满足如下关系

$$E(\delta_{\theta_y} \delta_{\theta_y}^T) = \frac{1}{l^2} F_{\theta_y} E(\delta_{b_1} \delta_{b_1}^T) F_{\theta_y}^T$$

$$E(\delta_{\theta_p} \delta_{\theta_p}^T) = \frac{1}{l^2} F_{\theta_p} E(\delta_{b_1} \delta_{b_1}^T) F_{\theta_p}^T$$

$$E(\delta_{\theta_r} \delta_{\theta_r}^T) = \frac{1}{l^2} F_{\theta_r} E(\delta_{b_1} \delta_{b_1}^T) F_{\theta_r}^T \quad (16)$$

以上讨论仅给出了 α_1 和 α_2 的关系, α_1 和 α_2 的具体取值还需要根据实际情况进一步研究。

综上, 在基线矢量的测量误差相同且基线长度固定的条件下, 要使航向角、俯仰角和横滚角的误差最小, 天线设置应满足基线关于载体坐标系横纵坐标轴对称或相互垂直, 而要使航向角、俯仰角和横滚角的误差都较小, 天线设置必须满足基线相互垂直。同时, 天线与载体坐标系的夹角还需要根据载体的大小和形状等情况具体研究确定。

根据以上可知, 在基线角度固定的情况下, 航向角、俯仰角和横滚角的误差与基线长度的平方成反比, 所以基线长度越长, 航向角、俯仰角和横滚角的误差越小。但是在实际中受载体的大小限制, 基线长度并不能设置的很大。同时, 基线长度越长越不利于测姿过程中整周模糊度的解算。综合考虑, 基线长度要根据载体的情况和整周模糊度的解算算法确定。

3 仿真与分析

仿真^[10]中设置载体的航向角 $\theta_y = 45^\circ$, 俯仰角 $\theta_p = 0^\circ$, 横滚角 $\theta_r = 0^\circ$, 历元数 $n = 1\ 000$, 基线矢量 b_1, b_2 的长度 $l_1 = l_2 = l, b_1, b_2$ 的误差为均值为 0, 方差为 0.01 的高斯噪声。 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha$ 和 l 的取值见表 3。

在表 3 中所示①不同天线设置情况下按照前述 GNSS 测姿方法分别进行姿态测量, 可以得到 1 000 个历元的航向角、俯仰角和横滚角数据。为便于比较分析, 进一步计算 3 个姿态角的误差方差 $\sigma_{\theta_y}^2, \sigma_{\theta_p}^2$ 和 $\sigma_{\theta_r}^2$, 见表 4。

表 3 不同天线设置的 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha$ 和 l

天线设置	α_1 ($^\circ$)	α_2 ($^\circ$)	α ($^\circ$)	l (m)
①	0	60	60	1
②	0	90	90	1
③	0	120	120	1
④	-30	30	60	1
⑤	-45	45	90	1
⑥	-60	60	120	1
⑦	60	120	60	1
⑧	45	135	90	1
⑨	30	150	120	1
⑩	0	90	90	2
⑪	0	90	90	3

表 4 不同天线设置的姿态角误差

天线设置	$\sigma_{\theta_y}^2$	$\sigma_{\theta_p}^2$	$\sigma_{\theta_r}^2$
①	0.348 8	0.281 1	1.043 4
②	0.318 5	0.271 6	0.580 9
③	0.336 2	0.343 7	1.194 0
④	0.152 6	0.223 9	1.265 5
⑤	0.155 0	0.330 1	0.624 8
⑥	0.158 2	0.656 4	0.472 9
⑦	0.170 4	0.583 4	0.416 2
⑧	0.168 7	0.332 7	0.666 3
⑨	0.161 8	0.233 9	1.296 0
⑩	0.079 8	0.081 8	0.176 3
⑪	0.032 8	0.036 7	0.068 8

比较表 4 中的天线设置①②③的误差方差可知, 当 $\alpha = 90^\circ$, 即两基线相互垂直时, 航向角、俯仰角和横滚角的误差方差小于非垂直时三者的误差方差。

比较表 4 中天线设置①④⑦或天线设置③⑥⑨可知, 当 $\alpha_1 + \alpha_2 = 0^\circ$ 或 $\alpha_1 + \alpha_2 = 180^\circ$, 即两基线关于载体坐标系的横纵轴对称时, 航向角、俯仰角和横滚角的误差方差小于非对称时三者的误差方差。

比较表 4 中天线设置④⑤⑥可知, 当 $\alpha_1 + \alpha_2 = 0^\circ$, 即两基线关于载体坐标轴的 OX_B 轴对称时, 随着基线之间夹角的增大, 航向角和俯仰角的误差方差将增大, 横滚角的误差方差将减小。

比较表 4 中天线设置⑦⑧⑨可知, 当 $\alpha_1 + \alpha_2 = 180^\circ$, 及两基线关于载体坐标系的 OY_B 轴对称时, 随着基线之间夹角的增大, 航向角和俯仰角的误差方差将减小, 横滚角的误差方差将增大。

比较表 4 中的天线设置②⑩⑪可知, 随着基线长度的增加, 航向角、俯仰角和横滚角的误差方差将减小, 且三者的误差方差约与基线长度的平方成反比。

以上仿真结果与前述理论分析结果基本一致, 进一步对理论分析进行了验证。通过对 11 种天线设置的综合比较可知,

当两基线相互垂直时,航向角、俯仰角和横滚角的误差方差都比较小,在实际的天线设置时宜采用这种方式。

天线设置②③④时测得的航向角、俯仰角和横滚角分别如图2、图3和图4所示。

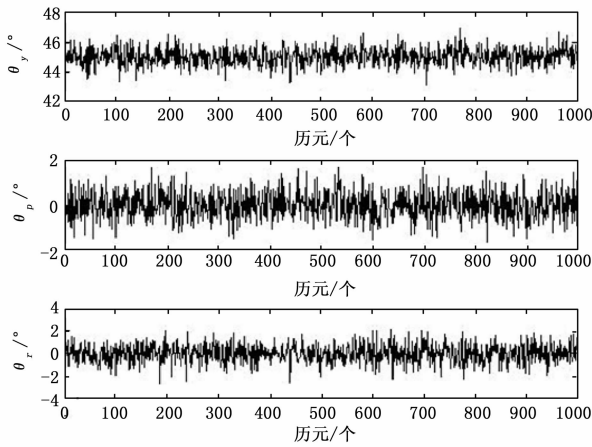


图2 天线设置②的姿态角

由图2可知,两基线长度为1 m时,航向角和俯仰角的误差在 2° 以内,横滚角的误差在 3° 以内。

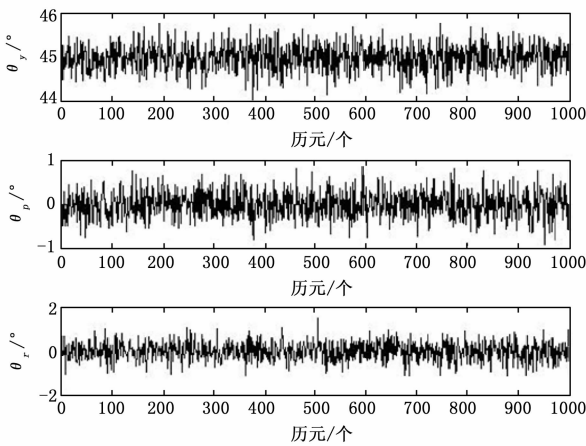


图3 天线设置③的姿态角

由图3可知,两基线长度为2 m时,航向角和俯仰角的误差在 1° 以内,横滚角的误差在 2° 以内。

由图4可知,两基线长度为3 m时,航向角和俯仰角的误差在 0.5° 以内,横滚角的误差在 1° 以内。

图2、图3和图4的仿真结果进一步表明,基线长度越长,航向角、俯仰角和横滚角的误差越小。当两基线互相垂直时,式中两误差系数相等,横滚角的误差略大于航向角和俯仰角的误差。

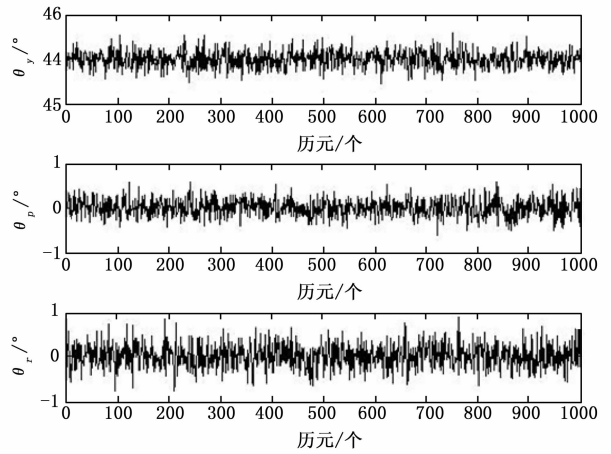


图4 天线设置④的姿态角

4 结论

在相同的基线矢量误差下,不同的天线设置会导致不同的姿态角误差。本文从理论上分析了天线数量、基线夹角和基线长度与航向角、俯仰角和横滚角测量误差的关系,并在不同天线设置情况下对GNSS测姿进行了仿真分析。结果表明,要使3个姿态角的误差都较小,基线应相互垂直。基线长度应根据载体情况和解算方法确定。

参考文献:

- [1] 许江宁,朱涛,卞鸿巍. GPS姿态测量技术综述[J]. 海军工程大学学报,2003,15(3):17-22.
- [2] 徐定杰,党超,沈锋. 一种解算整周模糊度几何算法实现GPS快速测姿[J]. 宇航学报,2011,32(12):2518-2524.
- [3] 王立红,郝继平,汤云. 基于最小二乘法的GPS多天线测姿及精度分析[J]. 测试技术学报,2007,21(1):1-5.
- [4] 张静,韩晓冬,陈宜金,等. 以固定长度为条件提高GPS测姿精度的方法[J]. 测绘科学,2006,31(3):39-41.
- [5] Gabriele G, Gourlay T, Teunissen P. Carrier phase ambiguity resolution for ship attitude determination and dynamic draught [A]. FIG Congress 2010, Facing the Challenges—Building the Capacity [C]. Sydney: 2010.
- [6] Buist P J. The baseline constrained LAMBDA method for single epoch, single frequency attitude determination applications [A]. Proceedings of ION—GPS [C]. Forth Worth, Texas, USA: 2007.
- [7] Wang Y Q, Zhan X Q, Zhang Y H. Improved ambiguity function method based on analytical resolution for GPS attitude determination [J]. Measurement Science and Technology, 2007, 18(9): 2986-2990.
- [8] 周红进,许江宁,李方能. GPS卫星位置计算及精度鉴定方法研究[J]. 计算机测量与控制,2005,13(11):1177-1191.
- [9] 秦永元. 惯性导航[M]. 北京:科学出版社,2007:292-297.
- [10] Zhen D, Stefan Knedlik, Otmar Loffeld. A MATLAB toolbox for attitude determination with GPS multi-antenna systems [J]. GPS Solution, 2009, 13(3):241-248.