

# 基于降维状态观测器的轮轨力估计方法研究

李 洲, 郑树彬, 柴晓冬

(上海工程技术大学 城市轨道交通学院, 上海 201620)

**摘要:** 轮轨作用力对车辆的运行品质及安全有重要影响; 现有轮轨力测量方法采用了特制的测力轮对测量和轨道静态测量, 其成本高、周期长、稳定性差; 对现有轮轨力测量方法进行了研究, 提出了降维状态观测器的方法观测轮轨力; 建立单轮对车辆轨道垂向耦合模型, 以车辆状态响应值与轨道激励作为降维状态观测器的输入; 通过 Matlab 仿真计算, 得出轮对振动位移的观测值快速收敛于仿真值, 轮轨力有很好的吻合性; 随着车辆速度增加振动位移收敛时间变长, 轮轨力误差增大; 结果表明, 在一定条件下, 此方法能够很好地观测轮轨力的大小, 为轮轨力的实时估计提供一种的新方法。

**关键词:** 轮轨力; 降维状态观测器; Matlab 仿真; 实时估计

## Research of Wheel—rail Force Estimation Method Based on Reduced—order State Observer

Li Zhou, Zheng Shubin, Chai Xiaodong

(School of Urban Railway Transportation, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

**Abstract:** Wheel—rail force have a significant impact on the quality and safety of vehicle running. It used a special—made Instrumented wheelset detection and track static detection for the existing wheel—rail force measurement. But, it is costly, time—consuming and lack of stability. A method of reduced—order state observer is put forward based on the research of existing wheel—rail force measurement. A single wheelset vertical coupling model is built in this paper, also, the response values of vehicle state and track stimulation as the reduced—order state observer inputs. By MATLAB Simulation, the observed values of wheel vibration displacement fast convergence in simulation values, wheel—rail force matches well. As the vehicle speed increases vibration displacement convergence time becomes longer and the wheel—rail force error increases. The results show that, under certain conditions, this method observes the wheel—rail force well, and it provides a new method for estimating the wheel—rail forces in real—time.

**Keywords:** wheel—rail force; reduced—order observer; MATLAB simulation; real—time estimation

### 0 引言

轨道车辆运行中, 轮对与轨道间接触作用力是评价车辆运行品质的重要因素。能否准确快速地获取轮轨间的作用力直接影响着车辆运行安全品质。轮轨力的大小不仅用于车辆故障诊断, 也可用于轨道的故障诊断, 为轨道及轨下基础设施故障诊断及维修提供一种方法<sup>[1]</sup>。现有的轮轨力直接测量方法有轨道静态测试和特制测力轮对测试<sup>[2]</sup>。轨道测试是利用安装在轨道上的传感系统来采集轮轨作用力; 测力轮对测试是通过获取车轮形变量估算轮轨力。虽然上述两种方法都是直接测试轮轨力, 有较高的精确度, 但只能对特定类型车辆的轮轨力进行测量, 故而其成本高、周期长、稳定性差等。因此, 不能够适应快速发展的轨道交通技术服务与维保工作<sup>[3]</sup>。

本文提出了一种基于降维状态观测器的轮轨力估计方法, 以车辆状态响应和轨道激励作为输入, 以轮对振动位移为误差控制反馈, 设计状态反馈矩阵  $L$ , 应用龙贝格法求解出反馈矩阵  $L$ , 观测获取轮对振动位移值。根据轮轨接触赫兹理论, 利

用观测到的轮对振动位移计算出轮轨力。

### 1 车辆—轨道耦合模型建立

轮轨接触作用力是车辆轨道的激振源之一, 两者之间的接触是非线性关系。现阶段研究中, 一些学者认为轮轨间的关系可用赫兹非线性弹性接触理论来表示<sup>[4]</sup>, 即轮轨接触作用力可以表示如下:

$$f_{wr} = \left[ \frac{1}{G} \cdot (Z_w - Z_r - q_r) \right]^{\frac{3}{2}} \quad (1)$$

其中:  $G$  为轮轨接触常数,  $Z_w$ ,  $Z_r$  分别为轮对、轨道振动位移。在不考虑轨道的振动位移情况下, 即  $Z_r = 0$ , 轮轨作用力由式 (2) 表示:

$$f_{wr} = \left[ \frac{1}{G} \cdot (Z_w - q_r) \right]^{\frac{3}{2}} \quad (2)$$

根据阿依捷尔曼法, 一类静态非线性特性方程在满足一定条件下都可以简化为线性方程<sup>[5]</sup>, 根据文献 [6], 轮轨接触力线性化刚度如式 (3):

$$K_r = \frac{1.5}{G} P_0^{\frac{1}{3}} \quad (3)$$

其中:  $P_0$  为轮对静载荷。

因此,  $f_{wr} = Kr \cdot \Delta Z$  (4)

其中:  $\Delta Z = Z_w - q_r$ 。

在轮轨力线性化理论基础上建立单轮对车辆模型, 如图 1

收稿日期:2014-05-10; 修回日期:2014-06-14。

基金项目:上海市自然科学基金项目(12ZR1412300);上海工程技术大学研究生科研创新项目(A-0903-13-01128)。

作者简介:李 洲(1988-),男,安徽金寨人,硕士研究生,主要从事轨道交通检测技术与理论等方向的研究。

所示。以车辆状态响应与轨道激励作为输入，观测轮对振动位移量，求出轮轨力。单轮对模型可用于轮轨间轨道状态检测及轮轨关系研究<sup>[7]</sup>。

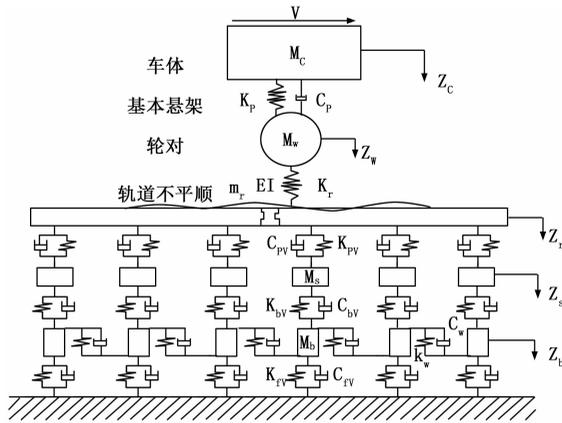


图 1 单轮对车辆轨道耦合模型

根据动力学原理，建立车辆的振动微分方程：

$$M_c \dot{Z}_c = -K_p(Z_c - Z_w) - C_p(\dot{Z}_c - \dot{Z}_w) \quad (5)$$

$$M_w \dot{Z}_w = K_p(Z_c - Z_w) - K_r(Z_w - q) + C_p(\dot{Z}_c - \dot{Z}_w) \quad (6)$$

其中： $Z_c, Z_w$  分别为车体、轮对垂向振动位移， $q_r$  轨道不平顺输入， $M_c, M_w$  分别为车体、轮对质量； $C_p, K_p$  分别为悬架阻尼和刚度。

根据上述振动微分方程，选取状态向量  $x = [\dot{Z}_c, Z_c, \dot{Z}_w, Z_w]^T$ ，将微分方程转化为如下状态空间的形式：

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (7)$$

其中：

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{C_p}{M_c} & -\frac{K_p}{M_c} & \frac{C_p}{M_c} & \frac{K_p}{M_c} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{C_p}{M_c} & \frac{K_p}{M_c} & -\frac{C_p}{M_c} & -\frac{(K_r + K_p)}{M_c} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = [0 \quad 0 \quad \frac{K_r}{M_w} \quad 0]^T$$

式中， $A$  为系统状态矩阵， $B$  为输入控制矩阵；

## 2 降维状态观测器的设计

状态观测器已用于解决工程实际问题，即通过观测运动机构中一些不能直接或不易测量的状态量来获取未知信息<sup>[8-11]</sup>。文献 [8] 通过建立汽车转向机构与轮胎地面接触模型，以质心偏转角、转向器输入和地面激励作为输入，建立状态观测器实现汽车轮胎非线性力的测量。文献 [9] 中建立有限元测量模型，设计不同状态观测器，实验验证状态观测器的设计与建立的模型有关，为本文模型的建立及状态观测器设计提供理论依据。

由以上理论分析可知，轮轨力的大小与轮对的振动位移和轨道激励有关。车辆实际运行中，车体的状态响应很容易由传感器直接测量，轮对的振动状态不易直接测量。而轨道的不平顺值可由轨道检测车直接获取。因此，为了获取轮对振动状态信息，基于上述状态空间方程，设计一降维状态观测器<sup>[12]</sup>，用模拟系统的状态向量  $\hat{x}$  作为实际系统向量  $x$  的估计值，估算

轮轨力。降维状态观测器的结构图如图 2 所示。

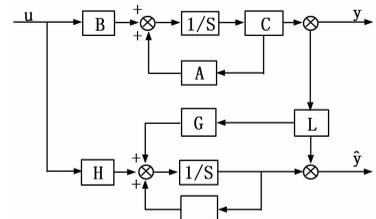


图 2 降维状态观测器的结构图

根据观测器设计目的，通过设计状态输出矩阵，估计车辆轮对振动位移，根据线性化的赫兹接触理论，计算出轮轨力。因此，观测器输出方程为：

$$y = Cx + Dv \quad (8)$$

$$C = \begin{bmatrix} -\frac{C_p}{M_c} & -\frac{K_p}{M_c} & \frac{C_p}{M_c} & \frac{K_p}{M_c} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中： $C$  为状态输出矩阵， $D$  为观测噪声矩阵。通过式 (8) 能够获取观测值。

有输出反馈后，观测方程如式 (9)：

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu \\ \hat{y} = C\hat{x} + Dv \end{cases} \quad (9)$$

根据控制理论可观可控性判断公式，

$$Q_0 = [BAB \cdots A^{n-1}B], Q_1 = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \cdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

若系统可控可观，则  $Q_0 Q_1$  必须满秩。由  $\text{rank}(Q_0) = 4, \text{rank}(Q_1) = 4$  可推知  $(A, B)$  完全可控， $(A, C)$  完全可观，因此反馈控制是可以实现的。

分析系统状态向量可知  $x_1 = [Z_c, \dot{Z}_c]$  为可直接测量部分， $x_2 = [\dot{Z}_w, Z_w]$  为不易直接测量部分，因此，对不易直接测量部分设计一降维状态观测器。

根据状态变量的可直接测量与否，对上式进行分解：

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u \quad (10)$$

$$y = [I \quad 0] \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} = \hat{x}_1 \quad (11)$$

通过推导可得，降维状态观测器如下：

$$\dot{w}(t) = (A_{22} - LA_{12})w(t) + [(A_{22} - LA_{12})L + (A_{21} - LA_{11})]y(t) + (B_2 - LB_1)u(t) \quad (12)$$

其中： $L$  为反馈增益矩阵。

系统重构后， $(\hat{A}, \hat{B})$  完全可控， $(\hat{A}, \hat{C})$  完全可观，因此可以对上述降维状态观测器做任意极点配置。确定观测器增益矩阵问题，即对子系统  $\hat{x}_2$  作全维状态观测器设计，使得系统误差  $\hat{x}_2 - x_2$  已足够快的响应收敛于真实值（由矩阵  $A_{22} - LA_{12}$  的特征值决定）。线性状态反馈增益矩阵  $L$  的求解方法有很多中，目前常用的状态观测器算法有：卡尔曼滤波算法、龙贝格观测器、滑模观测器、鲁棒观测器、模糊观测器以及神经网络算法等<sup>[11]</sup>。本文中车辆状态响应可以通过车体上安装的惯性

测量单元直接测得, 因此可采用龙贝格状态观测器法。

### 3 仿真结果对比

根据上述理论模型, 对车辆系统仿真。在实际中观测器易受外界噪声干扰, 故加入一定的噪声干扰, 则  $D = [0000.01]^T$ 。式(12)为时间  $t$  的连续函数, 在仿真中首先要离散化处理。根据车辆轨道耦合动力学相关研究<sup>[7]</sup>, 轮轨力的频率一般在 5 kHz 以上, 因此, 本文离散化步长取为  $\Delta t = 10^{-4}$  s。采用某一型号车辆参数数值见表 1。

表 1 车辆参数数值

参数名称	数值
车体质量 $M_c$ (kg)	41 800
轮对质量 $M_w$ (kg)	1 800
阻尼系数 $C_p$ (N·s/m)	490 000
悬架刚度 $K_p$ (N/mm)	2 140 000
车轮半径 $R$ (m)	0.42
车速 $V$ (m/s)	100/3.6; 60/3.6
赫兹接触系数 $G$	$(3.86 * R^{-0.115}) * (10^{-8})$
重力加速度 $g$ (m/s <sup>2</sup> )	9.8

轨道不平顺是引起列车振动的激振源之一。目前, 轨道谱是根据各国铁路实测标准, 通过数值模拟的方法计算得出。现有车辆轨道耦合动力学研究中, 具有成熟理论且普遍采用的轨道谱一般有欧洲轨道等级谱、美国轨道等级谱, 中国三大干线实测轨道谱在一些理论研究中也有应用<sup>[13]</sup>。本文中是时域内仿真模拟且只考虑垂向轨道不平顺输入, 故采用美国空间五级谱为轨道不平顺功率谱模拟函数, 采样频率 10 kHz, 通过傅里叶逆变换, 转化为时域空间轨道谱, 并作为观测器输入, 如图 3 所示。

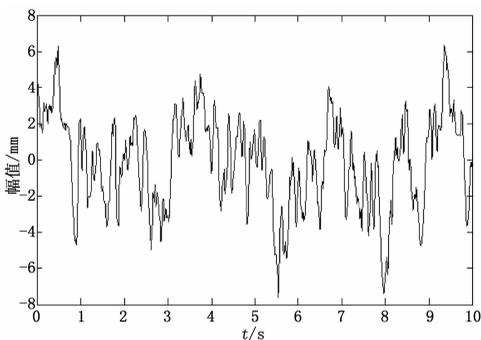


图 3 轨道垂向时域不平顺

轮轨力大小与车速大小有关, 假设列车车速  $v = 60$  和  $v = 100$  km/h 两种运行工况, 讨论所设计观测器的有效性, 且在仿真过程中速度保持不变。将仿真获取的车辆振动加速度和位移和通过数值模拟的轨道不平顺值作为降维状态观测器的输入, Matlab 编程仿真, 仿真计算结果如图 4~7 所示。

从图 4~7 可知:

(1) 轮对振动位移的观测值能够快速收敛与仿真值, 所设计的降维状态观测器能够很好的观测出模型中轮对的振动位移。

(2) 随着列车运行速度的提高, 轮轨间的动态作用越大, 轮对振动位移观测值收敛仿真值时间变长。

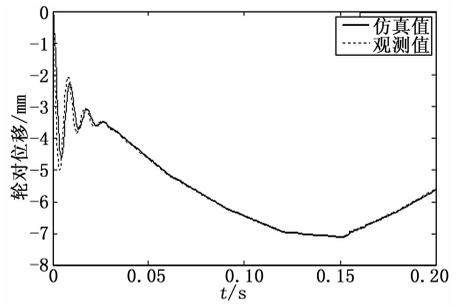


图 4 60 km/h 轮对位移观测值与仿真值

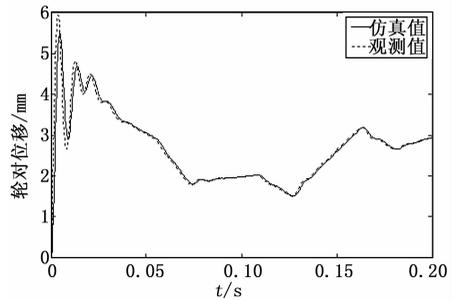


图 5 100 km/h 轮对位移观测值与仿真值

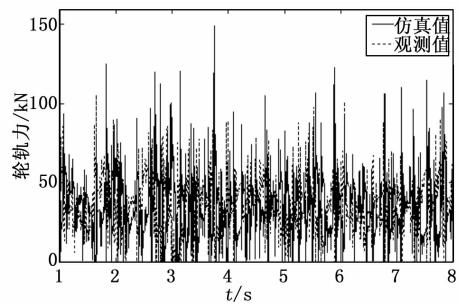


图 6 60 km/h 轮轨力观测值与仿真值

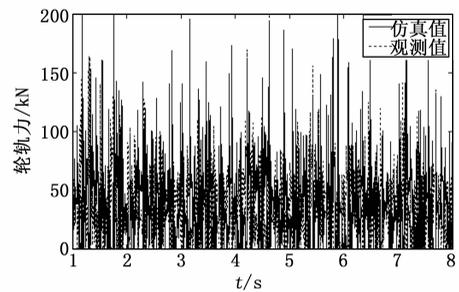


图 7 100 km/h 轮轨力观测值与仿真值

(3) 计算得到的轮轨力观测值与仿真值能够很好的吻合。

(4) 随着列车运行速度的提高, 观测到的轮轨力与仿真值之间的误差增大。

由以上分析可知, 在一定的条件下, 所设计的状态观测器是有效的, 并能够很好的观测出轮轨力, 满足观测器设计要求。

### 4 结论

本文通过建立车辆轨道耦合模型, 设计一降维状态观测

(下转第 2925 页)

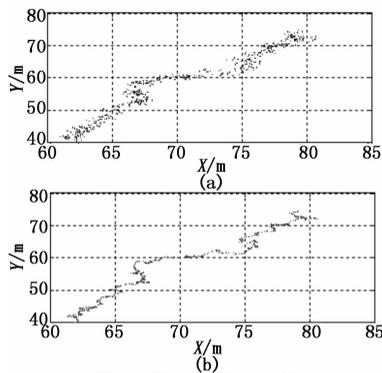


图 6 干扰情况实验图

滤波处理以获得更为精准的 GPS 数据。首先建立了无人艇运动状态的数学方程, 对无人水面艇在静止、低速及高速运动状态的 GPS 数据进行了处理。仿真结果表明, 在这 3 种情况下卡尔曼滤波方法能够提高 GPS 定位精度。最后, 在干扰情况下的无人艇运动仿真实验中, 经过卡尔曼滤波后测量数据的均方误差明显降低。所以在本文实验平台上采用卡尔曼滤波算法可以有效提高 GPS 侧向系统的定位精度。

参考文献:

[1] 徐玉如, 肖 坤. 智能海洋机器人技术进展 [J]. 自动化学报, 2007, 33 (5): 518-521.

[2] Bertram V. Unmanned Surface Vehicles—A Survey, 2008. [DB/OL]. [http://www.skibstekniskelskab.dk/public/documenter/Skibsteknisk/Download%20materiale/2008/10%20marts%2008/USVsurvey\\_DTU.pdf](http://www.skibstekniskelskab.dk/public/documenter/Skibsteknisk/Download%20materiale/2008/10%20marts%2008/USVsurvey_DTU.pdf).

[3] Navy US. The Navy Unmanned Surface Vehicle (USV) Master Plan, July 2007 [Z/OL], <http://www.navy.mil/navydata/technology/usvmppr.pdf>.

[4] By Marco Bibuli, Massimo Caccia, Lionel Lapierre, and Gabriele

Bruzzone. Guidance of Unmanned Surface Vehicles [J]. IEEE Robotics & Automation Magazine, 2012, 9: 92-102.

[5] Bibuli M, Bruzzone G, Caccia M, G et al. Line Following Guidance Control: Application to the Charlie Unmanned Surface Vehicle [A]. 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems [C]. Acropolis Convention Center Nice, France, Sept, 22-26, 2008; 3641-3646.

[6] 陈忠贵, 帅 平, 曲广吉. 现代卫星导航系统技术特点与发展趋势分析 [J]. 中国科学, 2009, 39 (4): 686-695.

[7] 李金刚, 谷 敏. 最小二乘滤波在某型火控系统信息处理中的应用 [J]. 航天电子对抗, 2006, 22 (3): 54-56.

[8] 刘恒辉, 丁 健, 王 璠. 卡尔曼滤波粗差探测在 GPS 变形监测中的应用 [J]. 2013, 38 (2): 87-90.

[9] 王小东. 卡尔曼滤波在卫星导航中的应用研究 [D]. 大连: 大连海事大学, 2008.

[10] 张 勇, 田林亚, 马丙浩, 等. 卡尔曼滤波在 GPS 精密单点定位中的应用研究 [J]. 2013, (7.): 8-11.

[11] 洪海斌, 郭 杭, 殷 红, 李英成. 一种提高导航精度的改进滤波方法 [J]. 测绘通报, 2013, 6: 9-11.

[12] Sunabara Y. An approximate method of state estimation for nonlinear dynamical system [J]. Journal Basic Engineering, 1970, 9 (2): 385-393.

[13] Fujimoto O, Okita Y, Ozaki S. Nonlinearity compensation extended Kalman filter and its application to target motion [J]. Oki Technical Review, 1997, 63 (159): 1-12.

[14] Julier S J, Uhlmann J K, Durrant-Whyte H F. A new approach for filtering nonlinear system [A]. Proceeding of the American Control Conference [C]. Seattle, WA, USA: IEEE, 1995: 1628-1632.

[15] 傅惠民, 吴云章, 姜泰山. 欠观测条件下的增量 Kalman 滤波方法 [J]. 机械强度, 2012, 34 (1): 43-47.

[16] 张晓杰. 无人水面艇的路径跟踪方法研究 [D]. 上海: 上海海事大学, 2012.

[17] 宋迎春. 动态定位中的卡尔曼滤波研究 [D]. 长沙: 中南大学, 2006.

(上接第 2895 页)

器, 观测轮对振动位移, 利用线性赫兹接触理论, 计算得到轮轨力, 对比了不同工况下轮轨力观测结果。结果表明, 在一定的条件下, 轮轨力观测值与仿真值能够很好的吻合, 验证了该方法的可行性, 为轮轨力的实时估计提供了一种理论方法。由于模型只考虑单轮对模型, 因此未来还要进行以下方面的研究:

- (1) 建立具有二系悬挂的车辆垂向动力学模型, 建立状态空间方程, 系统可观可控性分析, 观测轮轨力;
- (2) 建立车辆—轨道耦合动力学模型, 把车辆轨道作为一个整体建立状态向量方程, 设计轮轨力状态观测器, 观测轮轨力。

参考文献:

[1] 祖宏林, 张志超, 汪伟. 轮轨力测量在高速铁路轨道检测中的应用研究 [J]. 铁道机车车辆, 2012, 32 (4): 19-24.

[2] 李 彬, 林建辉. 基于轨道轮轨力连续测试的车辆运行状态地面安全监测系统的研究 [J]. 实用测试技术, 2002, 9. (5): 9-10

[3] Akira Matsumoto, 等. 一种测试轮轨力的新方法 [J]. 国外铁道车辆, 2013, 50 (7): 30-36.

[4] 翟婉明. 车辆—轨道耦合动力学 (第三版) [M]. 北京: 科学出版社, 2006.

[6] 陈 果. 车辆—轨道耦合系统随机振动分 [J]. 成都: 西南交通大学, 2000.

[5] 赵明旺, 王 杰, 江卫华. 现代控制理论 [M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2007.

[7] Eric G. Berggren, Martin X. D. Li, Jan Spannar. A new approach to the analysis and presentation of vertical track geometry quality and rail roughness [J]. Wear 2008 (265): 1488-1496.

[8] 苏海涛. 汽车非线性轮胎力的估计方法研究 [J]. 长春: 吉林大学, 2007.

[9] Kalil Erazo, Eric M. Hernandez. A model-based observer for state and stress estimation in structural and mechanical systems: Experimental validation [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013, 10.

[10] 陈德玲, 殷承良, 陈 俐. 基于状态观测器的主动前轮转向研究 [J]. 中国机械工程, 2007, 18 (24): 3019-3023.

[11] 张明月, 杨洪波, 贾宏光. 基于降维观测器的电动舵机 PID\_LQR 控制 [J]. 计算机测量与控制, 2013, 21 (7): 1800-1806.

[12] 张 文, 齐晓慧. 降维观测器的两种设计方法及算例 [J]. 军械工程学院学报, 2005, 17 (3): 62-64.

[13] 陈 果, 翟婉明. 铁路轨道不平顺随机过程的数值模拟 [J]. 西南交通大学学报, 1999, 4 (2): 138-142.