文章编号:1671-4598(2014)09-2875-04　　中图分类号:TP391　　文献标识码:A

基于改进量子 PSO 算法的可约束车辆路径优化

张耀军，谌昌强
(信阳农林学院　计算机科学系，河南 信阳　464000)

摘要：为了求解有能力约束的车辆路径优化问题，提出了用于可约束车辆路径优化的改进量子 PSO 算法。首先给出了车辆路径的数学模型，介绍了粒子群算法；然后提出了改进量子粒子群算法，该算法采用了 2－opt，1－1 交换等局部优化算法那进行线路内和线路间的优化，引入种群熵算法的方法来衡量算法那是否陷入局部最优，采用灾变的操作保证解得多样性，并给出了该算法用于求解车辆路径的有关问题的具体方法；通过与别的算法的比较并结合仿真实验，有效地说明了该算法的可行性和有效性。

关键词：量子粒子群 (QPSO)；车辆路径问题；种群熵；进化计算

Based on Quantum PSO Algorithm of Vehicle Routing Optimization Can Be Constraints

Zhang Yaojun, Chen Changqiang
(Department of Computer Science, XinYang College of Agriculture and Forestry, Xinyang　464000, China)

Abstract: In order to solve the problem of capacitated vehicle routing optimization, An improved quantum PSO algorithm for constrained vehicle routing optimization is proposed. Firstly, the mathematic model of VRP is given, the particle swarm algorithm is introduced; Then, an improved quantum particle swarm optimization is proposed, 2－opt and 1－1 opt and other local optimization algorithms are used to optimize the inner and outer route, The population entropy is introduced to check whether the algorithm is trapped into local optimization or not, and cataclysm is adopted to ensure the diversities of the solution spaces, and the detailed solving steps of VRP are given; By comparison with other algorithms and combining with simulation experiments, which effectively illustrates the feasibility and effectiveness of the algorithm.

Keywords: quantum particle swarm optimization; vehicle routing problem; population entropy; evolutionary computation

0　引言

车辆路径问题 (vehicle routing problem, VRP) 是由 Dantzig 和 Ramser 于 1959 年首次提出的。通俗地讲，其就是把许多的收货点（或发货点）连成合适的路径，使车辆高效运行，在一定条件下，实现一定的目的（比如使路程最短化、资金最省化，耗时最少化等）[1]。车辆路径问题被认为是一个 NP 难题。其集合了装箱问题 (BPP) 和旅行商问题 (TSP) 问题[2]。对于类似的问题，在大规模的情况下，根本无法求得其精确解。因此结合车辆路径的具体特点，如何构造出运算简单、寻优性较好的算法，对于很多车辆路径的类似问题求解最优解具有重要意义。

目前，在车辆路径问题中应用了很多启发式算法或其改进后的算法[3]，比如禁忌搜索[4]、模拟退火[5]等算法还有蚂蚁算法[6]及粒子群算法[7]和遗传算法[8]等等。基于量子的力学和计算是与计算机科学技术相互结合的产物，是一种前所未有的计算理论。Benioff 和 Feynman[9] 从 20 世纪 80 年代起提出了在量子级别的计算概念之后就迅速成为科学界研究的热点，并在各类问题上取得了巨大的成功。目前，量子计算的主要分支包括：量子遗传算法、量子进化算法、量子群智能算法以及量子神经网络等[10]。本文通过对车辆路径问题中应用量子粒子群算法的研究，证明了此算法是一种能够有效解决车辆路径问题的方法。

1　问题描述

车辆路径问题的数学模型如下：假设配送中心有 K 辆车，每辆车载重为 $b_k(k=1,2,\cdots,k)$，用这 K 辆车对 L 个商店进行配送，各家商店的需求为 $d_i(i=1,2,\cdots,L)$，商店 i 与商店 j 之间的的路程为 c_{ij}，设第 k 辆车经过的商店数目为 n_k($n_k=0$，则表示第 k 辆车未出发)，若第 k 条路径用集合 R_k 表示，元素 r_{ki} 中 i（不含配送中心）为路径 k 中的商店顺序。配送中心为 $r_{k0}=r_{k(n_k+1)}=0$，则以数学模型表示车辆路径问题为：

$$J=\sum_{k=1}^{K}\left\{\sum_{i=1}^{n_k} c_{r_{k(i-1)}r_{ki}}+c_{r_{knk}r_{k(n_{k+1})}}\times sign(n_k-1)\right\} \tag{1}$$

$$s.t.\sum_{i=1}^{n_k} d_{rki}\leqslant b_k, k=1,2,\cdots,k \tag{2}$$

$$0\leqslant n_k\leqslant L, k=1,2,\cdots,k \tag{3}$$

$$\sum_{k=1}^{K} n_k=L \tag{4}$$

$$R_k=\{r_{ki}\mid r_{ki}\in\{1,2,\cdots,L\}, i=1,2,\cdots,n_k\} \tag{5}$$

$$R_{k1}\cap R_{k2}=\phi, \forall k_1\neq k_2 \tag{6}$$

其中：

$$sign=\begin{cases}1, n_k\geqslant 1\\ 0,\text{其它}\end{cases} \tag{7}$$

式中，(2) 式表示各条路径上商店的总需求量不能超过这条路

收稿日期:2014-04-23；　**修回日期**:2014-06-04。
基金项目:河南省基础与前沿技术研究计划项目(132300410421)；河南省教育厅科学技术研究重点项目(13B520267)。
作者简介:张耀军(1979-),男,河南信阳人,硕士,讲师,主要从事库、多媒体及人工智能技术方向的研究。

径上配送车辆的总载重量，式（3）表示每条路径上总的商店数不得小于服务商店数，式（4）就是使各个商店都能得到配送车辆的服务，式（5）是每条路径的商店集合，而（6）式则用来限制每个商店只能由一辆车来配送。

2 粒子群算法及分析

2.1 基本粒子群算法

1995 年 Kennedy 和 Eberhart 首先提出粒子群算法（Particle Swarm Optimization，PSO）[11]。经过对鸟群飞行的行为的研究提出了 PSO 算法，经过对“鸟群”的社会系统就行模拟，创造了位于多维空间中的“粒子群”，在复杂的搜索空间中经过对粒子间相互作用的研究找到了最优化区域。在粒子群完善后的算法中，假设第 i 个粒子的状态为 $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \cdots x_{iD})$，每个粒子的速度向量为 $\boldsymbol{V}_i = (v_{i1}, v_{i2}, \cdots, v_{iD})$。每个粒子经历过的最优状态为 $\boldsymbol{P}_{besti} = (p_{i1}, p_{i2}, \cdots, p_{iD})$，群体经历过的最优状态为 $\boldsymbol{P}_{gbest} = (p_{g1}, p_{g2}, \cdots, p_{gD})$。以取当前的最优位置为依据，则粒子 X_i 将按式（8）改变其位移方向，按式（9）改变步长。

$$v_{id}^{t+1} = wv_{id}^t + c_1 rand()(p_{id} - x_{id}^t) + c_2 rand()(p_{gd} - x_{id}^t) \tag{8}$$

$$x_{id}^{t+1} = x_{id}^t + v_{id}^{t+1} \tag{9}$$

其中：惯性所占比重为 w；加速度为常数 c_1, c_2；群体所进化的代数为 t。为了保持例子的位移不是很大，令其最大为 $v_{\max}$，即当 $v_{id}^{t+1} > v_{\max}$ 时，取 $v_{id}^{t+1} = v_{\max}, v_{id}^{t+1} < -v_{\max}$ 时，取 $v_{id}^{t+1} = -v_{\max}$。

虽然在连续空间的优化问题上粒子群优化算法有较好的效果，但对于离散性问题及组合的优化问题粒子群优化算法还不能很好地解决，主要是由于以前的粒子群算法是以速度－位置的更新为基础的，用实数编码器以减小参数带来的误差，编码的每一维都只代表一个单独的变量，不能表示参数的相互关系。

2.2 量子粒子群优化算法

Yang[12] 等人为了解决离散性问题提出了量子粒子群算法（quantum particle swarm optimization，QPSO），是一种优化后的算法。量子粒子群算法中，最小的承载信息的单元是位（bit），“位”的取值为 0 或 1。令量子粒子群速度向量为：

$$V = [V_1, V_2, \cdots V_M] (V_i = [v_i^1, v_i^2, \cdots, v_i^N])$$

其中：$0 \leqslant v_i^j \leqslant 1 (i = 1, 2, \cdots, M; j = 1, 2, \cdots, N)$，$N$ 为粒子的个数，M 为种群的大小。以 v_i^j 表示第 i 个粒子上的第 j “位”的变化为 0 的概率。

实际的量子规定为：$X = [X_1, X_2, \cdots, X_M], (X_i = [x_i^1, x_i^2, \cdots, x_i^N])$。对于每一个 $v_i^j (i = 1, 2, \cdots, M; j = 1, 2, \cdots, N)$，将在［0，1］之间产生随机数 $x_i{}^j$，若 $x_i{}^j > v_i^j$，则取 $x_i^j = 1$，否则 $x_i^j = 0$。量子粒子群的速度更新将按如下的方法：

$$V_{localbest} = \alpha \times X_{localbest} + \beta \times (1 - X_{localbest}) \tag{10}$$

$$V_{globalbest} = \alpha \times X_{glocalbest} + \beta \times (1 - X_{glocalbest}) \tag{11}$$

$$V = w \times V + c_1 \times V_{localbest} + c_2 \times V_{globalbest} \tag{12}$$

其中：α, β 为控制参数，且 $\alpha + \beta = 1, 0 < \alpha, \beta < 1$ 表示对速度 V 的控制程度。另外，一般的有 $w + c_1 + c_2 = 1, 0 < w, c_1, c_2 < 1$。

3 车辆路径问题的量子粒子群算法

3.1 构造粒子实数编码

对于 L 个客户的车辆路径问题，每个粒子采用一个 $L * L$ 的矩阵来表示，矩阵中的每个元素是介于［0，1］之间的随机数。

3.2 解码

根据“先分组后路线”原理。先建立方阵：以行代表服务顺序，列代表客户号，在［0，1］之间的产生随机数，组成二维 0－1 的方阵，然后进行矩阵调整，使每一行每一列只能有一个 1。比如有 6 个客户的 0－1 矩阵如下：

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

则客户序列为 $3 \rightarrow 6 \rightarrow 4 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 5$。第二步形成路径，先启用一辆车，依据从矩阵得到的客户序列进行客户服务，若车辆不能满足下一个客户的需求，则需再启用一辆车。如果需要的车辆数过多，大于原有车辆数时，则此路径不可行。二维 0－1 观测矩阵生成的具体方法如下所示：

```
Procedure measure
    Generate a random number r∈[1,L],
    and let tabu=[1,2,. . . ,L]
    For i←r to {(r+L−1) modulo L}
    Generate a random number j
    j ∈[1,L]∧j∈tabu
    While
    Generate a random number p ∈[0,1]
    If (P>sudu(i,j))
    route (i, j) ← 1, tabu ← tabu ←
{j},break
    Endif
    While
    s←j+1 to {(j+L−1) modulo L}
    If ←s∈tabu
    j←s, break
  Endif
Endwhile
Endwhile
```

3.3 罚函数法处理约束

VRP 问题是有约束的整数规划问题，式（2）容量约束，即每辆车辆路径上各客户的需求之和不得超过该车的容量。本文采用惩罚函数的方法来处理约束，取一个很大的正数 M 作为惩罚系数，则目标函数应该为 $\min Z_h = \sum_i \sum_j \sum_k c_{ij} x_{ijk} + M \sum_k \max\left(\sum_i g_i y_{ki} - q, 0\right)$。令粒子的适应度函数为 $f_h = 1/Z_h$，f_h 越大，表明 $route(h,:)$ 的性能越好，对应的解越接近于最优解。

3.4 灾变

在生物的进化历史中，“灾变”是非常严重的一种突变，

很可能造成物种的大量灭绝，只有适应能力特别的强的个别物种可以存活。如果生物的进化比较缓慢时，灾变是可以打破这个局面的，促使生物进入新的进化期。当算法陷入早熟收敛时，把“灾变”引入算法后，保留下目前适应力最优的个体，并且再次产生新的个体，从而继续进行生物进化，可以解决局部最优解问题。因此，采用某种方法来衡量算法是否陷入局部最优，是问题的关键。此处采用熵的变化可用来预报群体内成熟前收敛的发生，其具体定义方法如下：

$$p_i(x) = f(x_i)/\sum_{i=1}^{m} f(x_i) \tag{13}$$

$$E(x) = \frac{-\sum_{i=1}^{m} p_i \ln(p_i)}{\ln m} \tag{14}$$

式中，m 种群中个体的数目，$f(x_i)$ 为第 i 个体的适应值，$E(x)$ 是归一化后的种群熵。在算法中，收敛程度与熵值的关系为：当群体的熵值一直增大或持续不变时，就意味着发生的是成熟前收敛。

3.5　局部优化算法

为加强算法的局部搜索能力，本文使用 2－opt 算法和 1－1 交换算法调整线路内和线路间的次序，同时保证解得可行性，使各个线路不超过车的载重量，如图 1～2 所示。

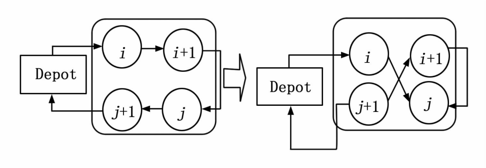

图 1　2－opt 算法

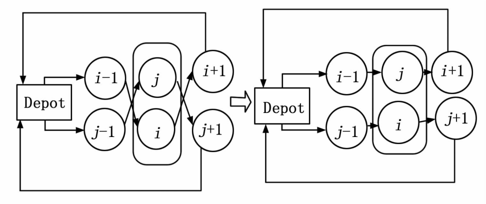

图 2　1－1 交换算法

3.6　量子粒子群算法实现过程

量子粒子群算法求解有能力约束车辆路径问题的实现过程如图 3 所示。

首先进行初始化操作，然后构造粒子实数编码，对于 L 个客户的车辆路径问题，每个粒子采用一个 $L*L$ 的矩阵来表示，矩阵中的每个元素是介于［0，1］之间的随机数；接着根据“先分组后路线”原理进行解码处理；使用 2－opt、1－1 交换算法进行局部优化并进行适应度的计算；当算法陷入早熟收敛时，把“灾变”引入算法后，保留下目前适应力最优的个体，并且再次产生新的个体，从而继续进行生物进化，可以解决局部最优解问题；当符合停止条件时输出运行结果。

4　实验结果及相关分析

某物流配送系统，配送中心只有 1 个、有 8 个仓库、2 辆载重为 8 吨的车的车辆路径问题。这 1 个配送中心与 8 个仓库之间的距离以及各个仓库所需量如表 1 所示（其中 0 表示配送中心），要使总的运输路程最短，总的耗费最少，需恰当的安排车辆的路径。

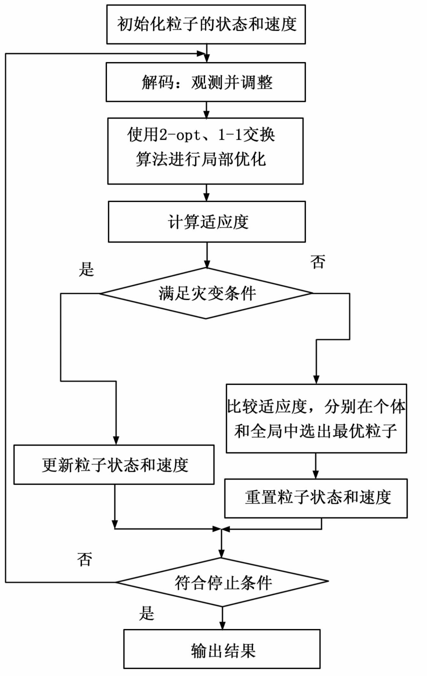

图 3　算法实现过程

表 1　客户间距离及客户需求量表

仓库	需求	仓库								
		0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	—	0	3	5	7	9	19	11	17	6
1	1	3	0	6	5	9	5.5	8	10	11
2	2	5	6	0	7	11	10	8	9	7
3	1	7	5	7	0	9	6	10	9	14
4	2	9	9	11	9	0	11	7	8	12
5	1	19	5.5	10	6	11	0	8	7	9
6	4	11	8	8	10	7	8	0	5	12
7	2	17	10	9	9	8	7	5	0	11
8	2	6	11	7	14	12	9	12	11	0

运用本文提出的量子粒子群算法对上述问题进行求解。粒子数目为 50，惩罚系数为 $R=10^8$，$c_1=c_2=0.1$，$c_3=0.8$，$\alpha=0.3$，$\beta=0.7$。对于该问题，同时采取标准遗传算法（种群规模为 50，采用顺序交叉（OX），交叉概率 0.8，采用逆转变异，变异概率为 0.05）进行求解。两种算法的最大进化代数为 200 代，随机运行算法 20 次。计算结果如表 2 所示。

表 2　QPSO、SGA 算法结果比较

算法	最短距离					最大值	最小值	平均值
QPSO	69.0	69.0	67.5	68.5	67.5	69.5	67.5	67.75
	67.5	67.5	67.5	67.5	67.5			
	67.5	69.5	67.5	67.5	67.5			
	67.5	67.0	67.5	67.5	67.5			
SGA	67.5	71.5	67.5	67.5	69.0	71.5	67.5	69.325
	71.5	70.0	70.0	71	67.5			
	71.5	71.0	69.0	70.0	69.0			
	69.5	69.5	67.5	69.0	67.5			

两种算法都能得到最优路径：

$0 \to 4 \to 7 \to 6 \to 0; 0 \to 1 \to 3 \to 5 \to 8 \to 2 \to 0$，所对应的距离为 67.5。从表 2 中可知，在相同参数的情况下，QPSO 算法找到的值比 SGA 与最优解更靠近。QPSO 算法找到最优解的次数为 17 次，而 SGA 却只有 6 次。QPSO 算法的平均值为 67.75，这个数据非常接近最优解，而 SGA 平均值却高达 69.325。QPSO 算法比 SGA 具有更好的优势。与遗传算法相比较，量子粒子群算法在全局搜索方面表现更加突出。这是因为量子粒子群算法采用了 0－1 的编码方式，在算法的进化过程中能够保持个体的多样性，局部优化算法和种群熵的引入，能够使算法能跳出局部局部最优解，并具有更强的全局搜索能力。

本文测试了参数对算法的影响。第一种情况：当 $c_1 = c_2 = 0.1, c_3 = 0.8$ 时，改变 α 和 β 的值。每组参数所对应的算法随机运行 20 次，得到每代最短距离如图 4 所示。由图可知，在各组参数下，算法基本上都比较快的达到最优解。相比较而言，参数 $\alpha = 0.2, \beta = 0.8$ 时所对应的算法整体寻优速度较快。第二种情况：当 $\alpha = 0.3, \beta = 0.7$ 时，改变 c_1, c_2 和 c_3 的值，每组参数所对应的算法随机运行 20 次，得到每代最短距离如图 5 所示。由图可知，在两组参数下，算法最后收敛的最优解也基本上一致，相对而言 $c_1 = c_2 = 0.2, c_3 = 0.6$ 时，算法前期的几代寻优速度较慢，但就整体而言，这组算法所对应的收敛速度较快。

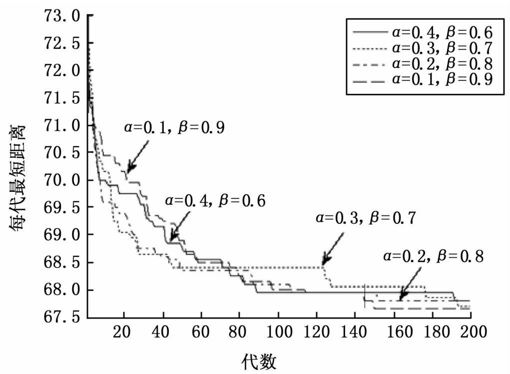

图 4　改变算法参数（α, β）的每代最短距离

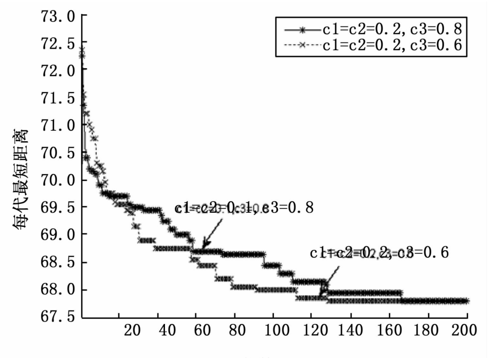

图 5　改变算法参数（c_1, c_2, c_3）的每代最短距离

5　结论

车辆路径问题在物流配送系统中一直是一个研究难点，通常我们在进行路径优化时，要将其做到路程最短化、资金最省化，耗时最少化。由于该问题自身的性质，要对其进行精确求解是非常困难的。目前，启发式算法是一种解决该问题的好办法。本文将量子粒子群算法应用于 VRP 问题中，并结合具体的实验与其它算法进行比较，证明了该算法具有较好的性能，能够较快的找到问题的近似优化解或优化解。该算法可以用于求解有能力约束的车辆路径优化问题，具有重要的工程应用价值，对于很多车辆路径的类似问题求解最优解也具有重要的参考意义。接下来的研究重点是运用论文中的算法尝试求解一些带约束的 VRP 问题。

参考文献：

[1] 郎茂祥，胡思继. 用混合遗传算法求解物流配送路径优化问题的研究 [J]. 控制与决策，2012，10 (5)：51-56.

[2] 陈美军，张志胜，陈春咏，等. 多车场车辆路径问题的新型聚类蚁群算法 [J]. 计算机应用研究，2011，37 (11)：1-5.

[3] 刘志雄. 基于粒子群算法的物流车辆优化调度研究 [J]. 计算机工程与设计，2011，32 (6)：615-618.

[4] 张元标，吕广庆. 基于混合粒子群算法的物流配送路径优化问题研究 [J] 计算机应用，2012，28 (5)：10-12.

[5] LI Y，Li D，WAND Dong，et al. Improved chaos particle sw－arm optimization algorithm for vehicle routing problem [J]. App－lication Research of Computers，2011，28 (11)：4107-4110.

[6] Duan X，Gao H X，Zhang X D，et al. Relations between Population Structure and Population Diversity of Particle Swarm Optimization Algorithm [J]. Computer Science，2013，34 (11)：164-165.

[7] Huang B Y，Wu X F，Leng H P，et al. Simul－ ation of warship－equipped infrared bait's effectiveness in interfe－ ring with anti－vessel missil [J]. Journal of System Simulation，2011，23 (1)：17-24.

[8] 胡　旺，李志蜀. 一种更简化而高效的粒子群优化算法 [J]. 软件学报，2007，18 (4)：861-868.

[9] 杨元峰. 多车场多车型车辆路径问题的改进遗传算法 [J]. 计算机与现代化，2012，5 (9)：10-13.

[10] Kennedy J，Eberhart R. Particle swarms optimization [J]. Proc IEEE Int Conf on Neural Net works. Perth：IEEE Service Center，1995，85 (8)：1942-1948.

[11] Sun J，Fang W，Wu X J，et al. Quantum－behaved part－ icle swarm optimization：Analysis of individual particle behavior and parameter selection [J]. Evolutionary Computation，2012，20 (3)：349-393.

[12] Yang S Y，Wang M，Jiao L C. A quantum particle swarm Optimization [J]. Proceeding of the IEEE congress on evolutionary computation. Portland：IEEE press，2012，7 (5)：320-324.