

# 三平动绳牵引并联机器人轨迹预处理算法

仲志丹, 党国辉, 王冰雪, 杨晴霞, 李鹏辉

(河南科技大学 机电工程学院, 河南 洛阳 471000)

**摘要:** 研究了一种新型飞行摄像平台, 能够实现摄像机在大范围的三维空间内可以沿任意轨迹快速运动的摄像平台; 摄像平台的运动由四台伺服电机带动四根缆绳并牵引; 绳牵引并联机器人是一种将电机的运动和力以绳为介质并行地转换为末端执行器运动和力的装置, 具有结构简单、工作空间大、惯性小等优点; 运动过程中满足轨迹光滑、不能出现停顿、振动, 为了获得连续、平稳、无噪声的轨迹, 文章采用轨迹预处理的方法, 当出现轨迹不光滑, 且影响了拍摄质量的情况下, 采用三次样条圆弧插补的方法对其进行光滑处理, 仿真结果表明该圆弧插补预处理算法能够很好地解决吊舱在高速运行而引起加速度过大的问题, 进而达到提高运行效率的目的。

**关键词:** 绳牵引并联机器人; 轨迹预处理; 轨迹光滑; 三次圆弧插补; 仿真

## Three Translational Parallel Robot Trajectory Rope Pulling Preprocessing Algorithm

Zhong Zhidan, Dang Guohui, Wang Bingxue, Yang Qingxia, Li Penghui

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471000, China)

**Abstract:** Flight of a novel imaging platform, the camera can be realized in a wide range of three-dimensional space can quickly track any movement of the camera along the platform. Sports camera platform consists of four servo motor driven four parallel cable drag. Rope traction motor is a parallel robot motion and force parallel to the rope as the medium is converted to the end of the movement and force of the actuator device has a simple structure, large work space, small inertia and so on. Smooth motion trajectory satisfies not pause, vibration, in order to obtain a continuous, smooth, noise-free tracks, track pretreatment methods used herein, the case where occurrence of a track is not smooth, and the impact of the film quality, the use of arc interpolation to smooth their way, the simulation results show that the three circular interpolation preprocessing algorithm can solve the pod at high speeds and accelerations caused by the problem of excessive, and thus achieve the purpose of improving operational efficiency.

**Keywords:** rope driven parallel robot; trajectory preprocessing; trajectory smooth; three circular interpolation; simulation

## 0 引言

与其它摄像系统相比, 三平动绳牵引并联机器人既具有并联机构结构负载能力强、结构简单、可重组、运动性能好等优点, 又具有绳驱动工作空间大、惯性小、响应迅速、重量轻等优点<sup>[1-4]</sup>。以往的拍摄系统在拍摄角度和拍摄区域上都有一定的局限性。因此迫切需要一种能够实现摄像机在大范围的三维空间内可以沿任意轨迹快速运动的摄像平台, 绳牵引并联机器人能够满足这种要求, 它是一种通过绳索将驱动器的运动和力并行地转移到末端执行器运动和力的装置, 是绳驱动与并联机构结合的产物。故能够实现三平动绳牵引并联机器人的快速平稳的运动显得极为重要。

关于该系统的研究, 目前国际上只有两家公司能够研制, 一个是美国的 Skycam 系统, 另一个是欧洲的 SpiderCam 系统, 它可以控制摄像机在指定的区域内垂直和水平移动,

而不受地面障碍物的影响, 也不会遮挡观众的视线, 同时还减少了危险性。国内的研究还比较少, 应用前景较为广阔。为了提高拍摄质量, 运动过程中要满足轨迹光滑、不能出现停顿、振动。为了生成连续、平稳、无噪声的轨迹。应避免摄像平台在运行中频繁的启动、加、减速和停止所引起的惯性冲击。假设摄像平台运行速度的大小为一个常速, 但它在拐点处会因为矢量速度方向发生变化而产生加速度, 当拐点处的加速度大于摄像平台允许的加速度时, 会引起振动, 严重情况下会影响拍摄质量。所以需要采用轨迹预处理的方法, 故对轨迹进行光滑处理成为了研究的一项重要内容。

针对上述问题, 本文提出一种圆弧插补算法, 通过对其轨迹进行预处理, 该算法能够很好地使摄像平台连续、平稳地通过各个拐点, 这种方法最大的优点在于满足它运动过程中轨迹光滑、不能出现停顿、振动的要求。

## 1 运动控制模型

绳牵引并联机器人的工作空间依赖于绳的几何布置以及绳拉力约束条件的上下界值, 由于绳索只能施加单向的拉力, 而不能承受压力。因此, 该系统必须有冗余驱动力才能实现力闭合<sup>[5]</sup>。应用矩阵理论原理分析动平台所受力和力矩

收稿日期:2014-04-18; 修回日期:2014-05-19。

基金项目:河南省高等学校青年骨干教师资助计划项目。

作者简介:仲志丹(1975-),男,河南省洛阳人,副教授,硕士生导师,主要从事工业自动控制系统与先进能源技术方向的研究。

平衡的条件可知, 用 4 根绳牵引的 3 自由度机器人的机构, 该机构为完全约束定位机 (Completely restrained positioning mechanisms. CRPMS) 的一种<sup>[6]</sup>。增加绳牵引绳跟数可以增大工作空间体积, 提高末端执行器的运转能力。

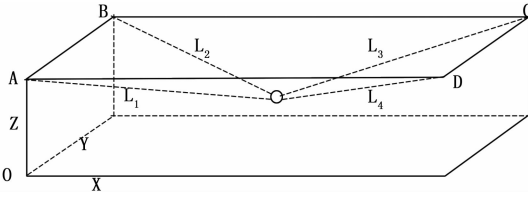


图 1 摄像平台运动简图

假设摄像机吊舱运动的矩形空间范围长 300 m, 宽 200 m, 高 20 m。建立摄像平台运动简图如图 1 所示, 末端摄像平台执行器在绳子牵引下做相应的平动, 故将末端执行器近似为质点以便于研究, 该方法具有通用性。A、B、C、D 为滑轮组, 分别位于矩形工作空间的 4 个顶点处, 他们距离地面的高度为 20 m, 他们的坐标分别为为 A (0, 0, 20), B (0, 200, 20), C (300, 200, 20), D (300, 0, 20), 由  $l_1, l_2, l_3, l_4$  根绳索牵引末端执行器, 而牵引绳的长度则分别依靠下方四台绞车的收放线来控制。连接点 O 为机构坐标系的起始点坐标为 (0, 0, 0)。Z 取 5 的原因是限制摄像平台在离地面 5 m 高的以上空间运动, (起到一定的安全保护作用)。

## 2 系统数学模型

假设 A、B、C、D 4 个滑轮组的安装不存在误差; 模型中的绳索是无弹性的, 并且绳索从电机的绞点到摄像平台的过程中始终是直线, 即忽略绳索的弹性变化和重力的影响。绳索的拉力是无限大的, 不考虑绳索拉力的上下限, 它处于拉紧状态, 但不会被拉断。不会由于绳索最大拉力的限制而对摄像平台的运行速度造成影响况; 摄像平台是由 4 台电机分别驱动 4 根绳索来牵引摄像平台运动的; 有效质量仅集中在摄像平台上, 绳子的重量不考虑, 摄像平台在模型中可以进一步抽象为点质量; 同时忽略环境中其他的扰动和外力的影响。

由空间两点间距离公式 (公式 1) 可得各个绳索的长度大小与摄像平台的在空间姿态的关系如下面公式 1 所示:

$$\begin{aligned} l_1 &= f_1(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + (c-z)^2} \\ l_2 &= f_2(x, y, z) = \sqrt{x^2 + (y-b)^2 + (c-z)^2} \\ l_3 &= f_3(x, y, z) = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (c-z)^2} \\ l_4 &= f_4(x, y, z) = \sqrt{(x-a)^2 + y^2 + (c-z)^2} \end{aligned} \quad (1)$$

式中,  $a, b, c$  分别为搭建的三维平台的长、宽、高。3 个值均为已知量。其中  $l_1, l_2, l_3, l_4$  四根绳索的长度分别表示为 A、B、C、D 4 个滑轮组到末端执行器的距离, 而牵引绳的长度则分别依靠下方 4 台绞车的收放线来控制, 进而可以控制吊舱的运动。由矩形工作空间几何的关系, 有绳长即可得到末端位姿。由上式可解出吊舱的位置  $(x, y, z)$  与绳索长度  $l_i$  的对应关系。由牵引柔并联机构的特点, 只需任意 3 个绳索的长度即可得到求得其坐标值, 如公式 (2) 所示, 然后可

以算出剩余的另一条绳索的长度。

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{(l_1, l_2, l_3)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2a}(a^2 + l_2^2 - l_3^2) \\ \frac{1}{2b}(b^2 + l_1^2 - l_2^2) \\ c - \frac{1}{2ab} \sqrt{-a^4 b^2 + 2a^2 b^2 l_3^2 - b^2 l_2^4 + 2b^2 l_2^2 l_3^2 - b^2 l_3^4 - a^2 b^4 + 2a^2 b^2 l_1^2 - a^2 l_1^4 + 2a^2 l_2^2 l_1^2 - a^2 l_2^4} \end{bmatrix} \quad (2)$$

同理可求出  $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{(l_2, l_3, l_4)}, \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{(l_1, l_3, l_4)}, \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{(l_1, l_2, l_4)}$  的表达

式理论上任意挑选 3 根绳索计算出的吊舱位置都应该相等。实际上应该有所不同, 计算后将结果进行优化取平均值即可, 结果也表明该算法误差较小, 可更精确的解出吊舱的位置  $(x, y, z)$ , 如公式 (3) 所示:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{avg} = \frac{1}{4} \left( \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{(l_1, l_2, l_3)} + \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{(l_2, l_3, l_4)} + \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{(l_1, l_3, l_4)} + \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{(l_1, l_2, l_4)} \right) \quad (3)$$

由公式 1 求导可以得到各坐标方向的速度和各个绳索收放速度的关系为公式 (4):

$$\begin{aligned} \dot{l}_1 &= \frac{1}{\sqrt{(x+a)^2 + (y-b)^2 + z^2}} [(x+a)\dot{x} + (y-b)\dot{y} + z\dot{z}] \\ \dot{l}_2 &= \frac{1}{\sqrt{(x+a)^2 + (y+b)^2 + z^2}} [(x+a)\dot{x} + (y+b)\dot{y} + z\dot{z}] \\ \dot{l}_3 &= \frac{1}{\sqrt{(x-a)^2 + (y+b)^2 + z^2}} [(x-a)\dot{x} + (y+b)\dot{y} + z\dot{z}] \\ \dot{l}_4 &= \frac{1}{\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + z^2}} [(x-a)\dot{x} + (y-b)\dot{y} + z\dot{z}] \end{aligned} \quad (4)$$

对公式 (4) 再次求导, 可以得到加速度表达式为 (式 5):

$$\begin{aligned} \ddot{l}_i &= \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial l_i}{\partial x} \right) \dot{x} + \frac{\partial l_i}{\partial x} \ddot{x} + \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial l_i}{\partial y} \right) \dot{y} + \frac{\partial l_i}{\partial y} \ddot{y} + \\ &\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial l_i}{\partial z} \right) \dot{z} + \frac{\partial l_i}{\partial z} \ddot{z} = \left( \frac{\partial^2 l_i}{\partial x^2} \dot{x} + \frac{\partial^2 l_i}{\partial x \partial y} \dot{y} + \frac{\partial^2 l_i}{\partial x \partial z} \dot{z} \right) \dot{x} + \\ &\frac{\partial l_i}{\partial x} \ddot{x} + \left( \frac{\partial^2 l_i}{\partial y \partial x} \dot{x} + \frac{\partial^2 l_i}{\partial y^2} \dot{y} + \frac{\partial^2 l_i}{\partial y \partial z} \dot{z} \right) \dot{y} + \\ &\frac{\partial l_i}{\partial y} \ddot{y} + \left( \frac{\partial^2 l_i}{\partial z \partial x} \dot{x} + \frac{\partial^2 l_i}{\partial z \partial y} \dot{y} + \frac{\partial^2 l_i}{\partial z^2} \dot{z} \right) \dot{z} + \frac{\partial l_i}{\partial z} \ddot{z} \end{aligned} \quad (5)$$

根据以上各式可以得到各坐标方向的加速度和绳索收放加速度的关系。以绳索为  $l_1$  为例可以得到公式 (6):

$$\begin{aligned} \ddot{l}_1 &= - \frac{[(x+a)\dot{x} + (y-b)\dot{y} + z\dot{z}]^2}{\sqrt{[(x+a)^2 + (y-b)^2 + z^2]^3}} + \\ &\frac{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 + (x+a)\dot{x} + (y-b)\dot{y} + z\dot{z}}{\sqrt{(x+a)^2 + (y-b)^2 + z^2}} \end{aligned} \quad (6)$$

从式 (6) 中可知, 绳索的加速度值和吊舱 3 个坐标方向的位置、速度、加速度共 9 个变量相关。通过控制 4 根绳索的长度就可以控制吊舱的位置; 通过控制 4 根绳索的速度就

可以控制吊舱的速度；通过控制 4 根绳索的加速度就可以控制吊舱的加速度。

### 3 运动轨迹规划算法

机器人运动轨迹的规划，就是根据末端执行器要运动的轨迹来设计牵引机构的运动轨迹，即保证末端执行器运动轨迹的光滑性。具体到该绳牵引并联机器人的主要思想是首先将几个直角坐标描述的空间经过点起始点终点和中间点的位姿应用运动学逆解计算，将其转换为几组期望的绳长变量值。

为了提高效率，需要提高摄像平台的运行速度，但其运行轨迹不一定是光滑的，极可能存在数学意义上的拐点，在拐点处可能出现因加速度过大而引起机械冲击。这是因为拐点处矢量速度的方向发生变化而产生加速度，而若该加速度超过其允许的最大值，就会影像拍摄质量，因此既要提高运行速度又要避免冲击，则有下面两种解决方案：（1）拐点处降速，即降低矢量插补速度的大小；（2）拐点处的平滑过渡。而对于方案（1），若每一处拐点均将速度降到一个设定值，则会降低总体效率。故需要研究一个算法，能够使得摄像平台以恒定的速度通过拐点，进而提高总体运行效率的同时又要避免冲击<sup>[7]</sup>。即使摄像平台运行速度的大小为一个常速，但各个拐点处的矢量大小值是不相等，因此需要建立拐点处矢量速度大小与加速度之间的数学关系：如图 2 所示，由  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$  三点确定了相邻的两个线段，根据这三点的绝对坐标，可以求出两线段的单位矢量  $\bar{e}_1$ 、 $\bar{e}_2$  的公式为（7）。

$$\begin{aligned} \bar{e}_1 &= \left( \frac{P_{2x} - P_{1x}}{l_1}, \frac{P_{2y} - P_{1y}}{l_1}, \frac{P_{2z} - P_{1z}}{l_1} \right) \\ \bar{e}_2 &= \left( \frac{P_{3x} - P_{2x}}{l_2}, \frac{P_{3y} - P_{2y}}{l_2}, \frac{P_{3z} - P_{2z}}{l_2} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

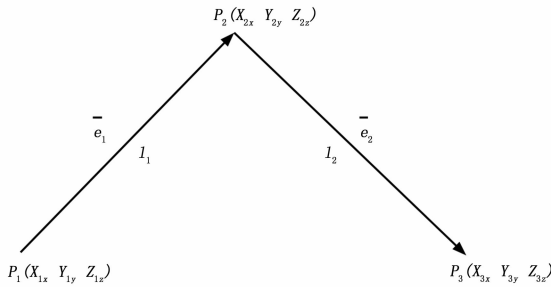


图 2 三点确定两个相邻的直线段

设  $P_2$  点处的矢量速度大小  $v_{p2}$  为恒定的，经过  $\Delta t$  时间后，矢量速度方向有  $\bar{e}_1$  变成  $\bar{e}_2$ ，由此产生的加速度为：

$$\begin{aligned} \bar{a} &= \frac{v_{p2}(\bar{e}_1 - \bar{e}_2)}{\Delta t} \Rightarrow \begin{cases} a\Delta t \cos\alpha = v_{p2}(e_{2x} - e_{1x}) \\ a\Delta t \sin\alpha = v_{p2}(e_{2y} - e_{1y}) \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} a\Delta t \cos\alpha \cos\beta = v_{p2}(e_{2x} - e_{1x}) \\ a\Delta t \sin\alpha \cos\beta = v_{p2}(e_{2y} - e_{1y}) \\ a\Delta t \sin\beta = v_{p2}(e_{2z} - e_{1z}) \end{cases} \\ \Rightarrow a^2 \Delta t^2 &= v_{p2}^2 [(e_{2x} - e_{1x})^2 + (e_{2y} - e_{1y})^2 + (e_{2z} - e_{1z})^2] \\ \Rightarrow v_{p2} &= \sqrt{\frac{a^2 \Delta t^2}{[(e_{2x} - e_{1x})^2 + (e_{2y} - e_{1y})^2 + (e_{2z} - e_{1z})^2]}} \end{aligned}$$

即

$$v_{p2} = a\Delta t \sqrt{\frac{1}{[(e_{2x} - e_{1x})^2 + (e_{2y} - e_{1y})^2 + (e_{2z} - e_{1z})^2]}}$$

令  $a' = a\Delta t$ ，即为拐弯加速度参数，则可得出拐弯点处的速度值与加速度和几何量之间的关系：

$$v = a' \sqrt{\frac{1}{[(e_{2x} - e_{1x})^2 + (e_{2y} - e_{1y})^2 + (e_{2z} - e_{1z})^2]}} \quad (8)$$

由公式（8）可以得出，当相邻两段的矢量间的夹角较小时，容易造成运动速度变化较大，这样会对摄像平台产生较大的冲击，影响摄像平台的拍摄质量。所以提出基于两相邻运动矢量的夹角和运行速度变化不超出极限值的原理的控制算法，防抖系统允许的最大加速度是一定的。假设其运行速度  $V$  是恒定的，有公式（8）可以提前计算出各拐点处是否需要圆弧代替直线进行过渡，进行轨迹平滑处理<sup>[8]</sup>。

用圆弧替代直线进行过渡需要找到圆心坐标，计算圆心坐标的公式：

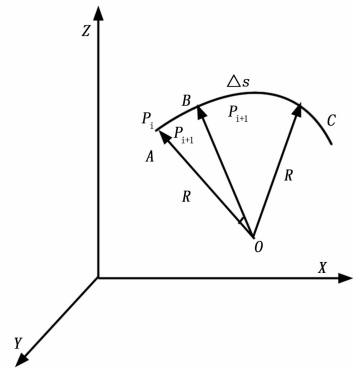


图 3 圆弧插补

易得线段  $AB$  的中垂面和线段  $BC$  的中垂面的表达式如公式（9）所示：

$$\begin{cases} (x - (x_A + x_B)/2)(x_B - x_A) + (y - (y_A + y_B)/2)(y_B - y_A) + (z - (z_A + z_B)/2)(z_B - z_A) = 0 \\ (x - (x_C + x_B)/2)(x_C - x_B) + (y - (y_C + y_B)/2)(y_C - y_B) + (z - (z_C + z_B)/2)(z_C - z_B) = 0 \end{cases} \quad (9)$$

以及  $ABC$  所在平面的方程为公式（9）如下：

$$\begin{vmatrix} x - x_c & y - y_c & z - z_c \\ x_a - x_c & y_a - y_c & z_a - z_c \\ x_b - x_c & y_b - y_c & z_b - z_c \end{vmatrix} = 0 \quad (10)$$

联立（9）、（10）两个方程组，解方程组便可得到圆弧的圆心坐标  $(x_0, y_0, z_0)$ ，进而可以得到圆弧所对应的圆心角  $\theta$  以及半径  $R$ 。给定插补次数  $N$ ，则步距角为  $\sigma = \frac{\theta}{N}$ <sup>[9]</sup>，按图 3 所示过点  $P_i$  做切线可以求得插补点的坐标，进而得到圆弧上的点  $P_{i+1}$  的坐标，该递推公式已有学者推出<sup>[10-11]</sup>。

### 4 仿真实验

给出下列点的坐标  $(100, 200, 10)$ 、 $(170, 170, 6)$ 、 $(200, 100, 5)$ 、 $(170, 29, 6)$ 、 $(100, 0, 10)$ 、 $(29, 29, 13)$ 、 $(0, 100, 15)$ 、 $(29, 170, 13)$ 、 $(100, 200, 10)$ ，起点和终点坐标是相同的。末端执行器上虽然装有防抖吊舱系统，它有最大加速度限制条件，假设该防抖吊舱系统允许的

最大加速度  $a_{\max} = 5 \text{ m/s}^2$ , 在其范围以内, 能够拍摄到清晰的画面, 如果超过这一限制就会影响摄像平台的拍摄质量。假定摄像平台运行的速度  $v=10 \text{ m/s}$ . 由公式 (8) 可以计算出吊舱在拐点处处理前后加速度的对比如表 1 所示。

表 1

处理前/(m/s <sup>2</sup> )	处理后/(m/s <sup>2</sup> )
7.654	1.045
7.662	1.047
7.654	1.048
7.646	1.046
7.654	1.047
7.662	1.048
7.654	1.046
7.662	1.045

在 Matlab / Simulink 环境下编写的仿真模型<sup>[12]</sup>, 由表 1 可以判断在各个拐点处需要进行轨迹预处理, 通过公式 (9)、(10) 我们可以求出插补点的 X、Y、Z 3 个坐标。然后根据式 (1) 计算绳索的长度  $L_i$ , 再经过差分运算得到绳索速度  $v_i$ , 进而可以得到绳索加速度  $a_i$ 。其运行轨迹仿真如图 4~7 所示。

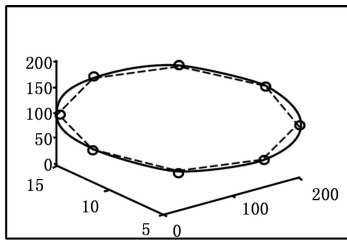


图4 插补前后运动轨迹

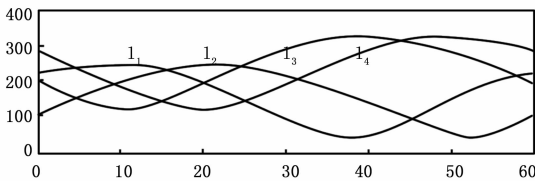


图5 绳索的长度

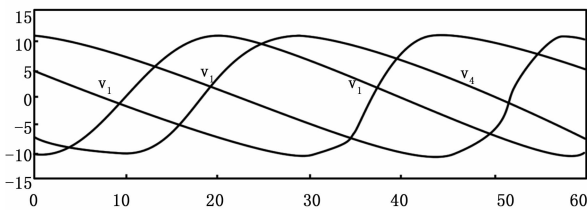


图6 绳索的速度

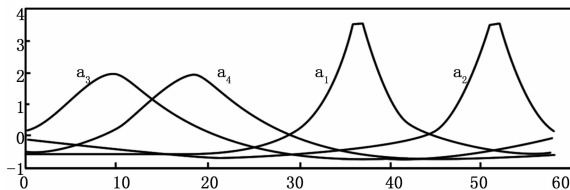


图7 绳索的加速度

图 4 为吊舱在三维空间中的运动轨迹。里面的双划线是处理前的运动轨迹, 黑实线是经过插补之后的运动轨迹, 经过处理之后的轨迹更加光滑, 运动更加平稳。仿真结果图 5、图 6、图 7 分别显示各绳索的绳长、速度、加速度的变化比较平稳。同时绞车上电机的速度、加速度的变化也比较平稳, 对绞车和电机也是一种保护。这样就能够很好地降低摄像平台在运行中的抖动, 进而提高摄像平台的拍摄质量。

## 5 结论

本文首先对三平动绳牵引并联机器人机构模型进行了简化, 吊舱在恒定速度运行下, 并在满足各种约束的条件的前提下进行轨迹规划, 旨在使末端执行器能够在沿着预处理的轨迹平稳地通过各个拐点, 避免摄像平台的加减速过大而引起的振动。仿真结果表明本文提出的圆弧插补预处理算法能够很好地解决吊舱在高速运行引起加速度过大的问题。进而达到提高运行效率的目的。

考虑到绳索所能承受的最大拉力是一定的, 这一条件会对摄像平台运行速度的约束; 以及安装定位如果存在偏差对轨迹规划产生的影响; 将是我们下一步的研究方向。

## 参考文献:

- [1] 张耀军, 张玉茹, 戴晓伟. 基于工作空间最大化的平面柔索驱动并联机构优化设计 [J]. 机械工程学报, 2011, (13): 29-34.
- [2] Pham C B, S Yeo S A, Yang G L Force-closure workspace analysis of cable-driven parallel mechanisms [J]. Mechanism and Machine Theory, 2006, 41 (1): 53-69.
- [3] Dekker R, Khajepour A, Behzadipour S Design and testing of an ultra-high-speed cable robot [Z]. 2006, (1).
- [4] Saeed Behzadipour; Amir Khajepour Design of reduced DOF parallel cable-based robots [J]. Mechanism and Machine Theory, 2004, 39 (10): 1051-1065.
- [5] 刘欣, 仇原鹰, 盛英, 等. 绳牵引并联机器人工作空间的存在条件证明及一致求解策略 [J]. 机械工程报, 2010, 46 (7): 27-34.
- [6] Verhoeven R; Hiller M Workspace of Ten-Driven Platforms: Basics, Classification, Details on The Planar 2-DOF Class [Z]. 1998.
- [7] 肖桂敏. 运动控制中的复杂轨迹与速度的平滑算法研究 [D]. 成都: 四川大学, 2006.
- [8] 徐志明, 冯正进, 汪永生, 等. 连续微小路径段的高速自适应前瞻插补算法 [J]. 制造技术与机床, 2003, (12): 20-23.
- [9] 杨贺来. 数控机床 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2009.
- [10] 王伟, 谢明红, 周国义, 等. 6-DOF 工业机器人逆解优化及其工作空间的研究 [J]. 机械与电子, 2011, (1): 57-60.
- [11] 林明, 王冠, 林永才, 等. 改进的遗传算法在机器人逆解中的应用 [J]. 江苏科技大学学报 (自然科学版), 2012, 26 (4): 370-375.
- [12] 敬照亮. MATLAB 教程与应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2011.