

基于综合权重多属性决策模型的装备测试性最优诊断方案获取

张延生, 乔中涛, 井建辉

(军械工程学院导弹工程系, 石家庄 050003)

摘要: 针对诊断方案多属性决策模型中的权重确定问题, 采用专家评分法和改进 AHP 法计算主观权重, 结合客观熵值权重确定方法, 给出基于数学规划模型的主客观权重综合方法, 避免主观判断和客观生成权重存在的不足; 实例比较结果显示该方法能够在主观和客观权值之间寻找最佳的平衡权值, 能够吸取两者优点, 避免不足。

关键词: 测试性; 诊断方案; 综合权重

Achieving Optimal Diagnosis Scheme about Equipment Testability Based on Integrated Weight Multi-attribute Decision-making Model

Zhang Yansheng, Qiao Zhongtao, Jing Jianhui

(Department of missile engineering, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)

Abstract: In order to determining weights in multi-attribute decision-making model of diagnosis scheme, method of expert point rating and modified AHP are applied to calculating the subjective weights firstly. Then with the objective entropy weight, a way based on mathematical programming model is given for integrating objective and subjective weights, avoiding defects of only using subjective weights or objective weights. An example shows the method can find a desirable point between objective and subjective weights, which having their advantages and avoiding their disadvantages.

Keywords: testability; diagnosis scheme; integrated weights

0 引言

诊断方案是对系统和设备进行故障诊断的总体设想。良好的诊断方案不仅能够以较低费用满足系统诊断要求, 而且能够与系统其它性能进行良好地匹配。在获取装备测试性次优诊断方案基础上^[1], 采用基于客观熵值权重的 TOPSIS 多属性决策方法能够获取装备的最优诊断方案。文献 [2] 对诊断方案的多属性决策模型、决策矩阵的规范化方法、客观熵值权重的求解过程以及综合效用指标定义进行了详细说明。但是该方法利用判断矩阵信息熵求得的各属性权重往往与主观认识存在一定差距。为了在决策时能够体现主观愿望, 同时又要避免主观愿望的随意性, 采用将主观判断与客观生成权重相综合的多属性决策模型进行最优诊断方案选取。

1 主观权重生成方法

主观权重可由专家直接给出, 也可采用专家评分法和改进 AHP 方法等方法确定。

1.1 专家评分法

专家评分法综合 m 个专家的个人经验得到各属性的权值^[3], 表 1 中列出了各属性的得分和权值。每名专家根据表 1 将各个属性进行两两比较, 其中 f_1 、 f_2 、 \dots 、 f_6 和 f_7 代表诊

断方案的 7 种属性, 分别是费用、FDR、结构匹配、重量匹配、故障率、扩展性和操作性。可得到比较矩阵 $A = [\alpha_{ij}]_{n \times n}$, 其中:

- $\alpha_{ij} = 1$ 表示属性 i 比属性 j 重要;
- $\alpha_{ij} = 0.5$ 表示属性 i 和属性 j 同样重要;
- $\alpha_{ij} = 0$ 表示属性 i 没有属性 j 重要。

则属性 f_i 的权值 w_i 为:

$$w_i = \frac{\sum_{j=1}^n \alpha_{ij}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_{ij}}$$

表 1 各属性相互比较结果

属性	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	得分合计	权重
f_1		0.5	1	1	1	1	1	5.5	0.261
f_2	0.5		1	1	1	1	1	5.5	0.261
f_3	0	0		0.5	0	0.5	0.5	1.5	0.072
f_4	0	0	0.5		0	0.5	0.5	1.5	0.072
f_5	0	0	1	1		1	1	4	0.19
f_6	0	0	0.5	0.5	0		1	1.5	0.072
f_7	0	0	0.5	0.5	0	0.5		1.5	0.072
合计								21	1

收稿日期:2014-04-18; 修回日期:2014-05-20。

作者简介: 张延生(1974-), 河北武安人, 讲师, 博士, 主要从事装备测试性设计、智能故障诊断技术方向的研究。

邀请 m 个专家分别对表 1 进行评分, 可统计到 m 个专家

对 n 个属性重要程度不同理解, 计算后可得到 m 组属性权值, 如表 2 所示。根据表 2 对 m 组属性权值进行综合, 求出各个属性权值平均值, 表 2 是对 $m=17$ 位专家的统计结果。

表 2 综合 17 位专家评分结果权重平均值

Table with 9 columns: 属性, f1, f2, f3, f4, f5, f6, f7, 合计. Rows include 专家 1, 专家 2, ..., 专家 m, 合计, 平均权重.

1.2 改进 AHP 法

层次分析法 (AHP), 是在系统层次分解的基础上, 进行定量和定性分析相结合一种方法, 而改进层次分析法对判断矩阵进行拟优变换, 不需要一致性检验, 更适合用于大型复杂计算。

诊断方案属性层次结构如图 1 所示。

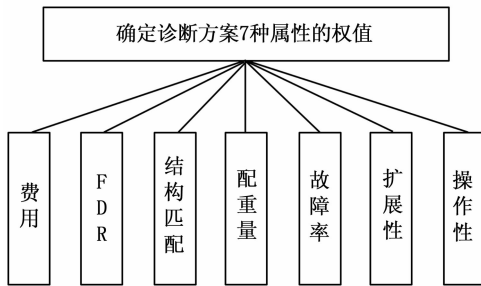


图 1 诊断方案属性层次结构

判断矩阵构建是基于对各属性进行两两比较。设 $b_{ij} = \frac{f_i}{f_j}$, $i, j=1, 2, \dots, 7$, 比较标准如表 3 所示。

表 3 比较标准

Table with 2 columns: b_ij, f_i 比 f_j ... Rows: b_ij=1 (一样重要), b_ij=3 (重要一点), b_ij=5 (重要), b_ij=7 (重要的多), b_ij=9 (重要极端重要).

它们之间的数 2、4、6、8 及各倒数具有类似的意义。按照给定标准构建的判断矩阵 B 如下:

Matrix B with 7 rows and 7 columns. Values include 1, 1/3, 1/5, 1/2, 1/6, 1/5.

改进层次分析法对判断矩阵 B 的拟优变换过程, 以及采用和积法求各属性的权重过程如图 2 所示。判断矩阵 B 变换后为 B*:

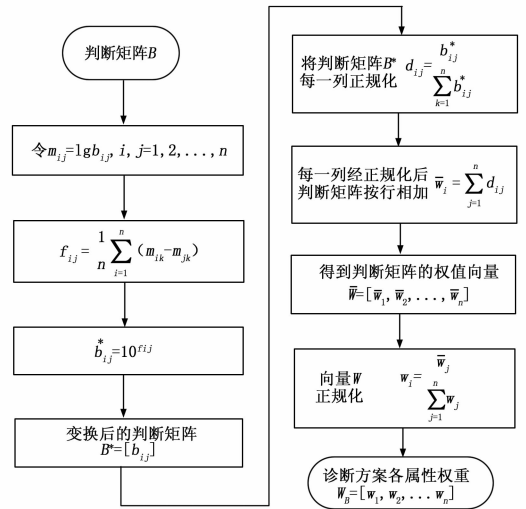


图 2 判断矩阵拟优变换及和积法求解过程

B* =

Matrix B* with 7 rows and 7 columns. Values include 1.000 0, 2.258 8, 5.728 8, etc.

求得的各属性的权重值 W_b 为:

W_b = [0.290 9, 0.290 9, 0.128 8, 0.050 8, 0.136 5, 0.048 2, 0.053 8]

2 主客观权重综合模型

设规范化后决策矩阵为 D:

D = matrix with rows S1 to Sm and columns C1 to Cn. Elements are d_ij.

其中: S = {S1, S2, ..., Sm} (m >= 1) 为备选方案集, C = {C1, C2, ..., Cn} (n >= 1) 为属性集。

设由改进 AHP 得到主观权值向量为 W' = (w'1, w'2, ..., w'n), 由熵值赋权法得到的权值向量为 W'' = (w''1, w''2, ..., w''n)。

主客观权重综合后为 W:

W = alpha W' + beta W''

且要求 alpha, beta 满足单位化约束条件:

alpha^2 + beta^2 = 1, alpha >= 0, beta >= 0

主客观权值的综合的关键是确定 alpha, beta 的值。可以由决策者主观确定 alpha, beta, 或者咨询专家得到, 但是最好的方法是根据数学模型求得。

3 基于数学规划模型主客观权重综合方法

方案 S_i 综合效用指标 F_i , 用方案 S_i 与正理想点 $S^+ = \{d_1^+,$

$d_2^+, \dots, d_n^+\}$ 距离的平方表示:

$$F_i = \|S_i - S^+\|^2 = \left. \begin{aligned} &\sum_{j=1}^n w_j (d_{ij} - d_j^+)^2 = \sum_{j=1}^n (\alpha w'_j + \beta w''_j) (d_{ij} - d_j^+)^2 \\ &i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

F_i 越小, 说明方案 S_i 越优。那么 α 、 β 取值最好使所有的 F_i ($i=1, 2, \dots, m$) 均达到最小, 即使所有的方案的综合效用值最优, 为此构建数学规划模型^[5]:

$$\min(F_1, F_2, F_m) \quad \text{s. t.} \quad \begin{cases} \alpha^2 + \beta^2 = 1 \\ \alpha \geq 0, \beta \geq 0 \end{cases} \quad (5)$$

假设决策者对方案 S_i ($i=1, 2, \dots, m$) 没有存在偏好, 且方案 S_i ($i=1, 2, \dots, m$) 之间是平等竞争的。采用等权线性法和法将公式 (5) 转换成如下优化模型:

$$\min Z = \sum_{i=1}^m F_m, \text{ s. t. } \begin{cases} \alpha^2 + \beta^2 = 1 \\ \alpha \geq 0, \beta \geq 0 \end{cases}$$

即:

$$\min Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\alpha w'_j + \beta w''_j) (d_{ij} - d_j^+)^2 \quad \text{s. t.} \quad \begin{cases} \alpha^2 + \beta^2 = 1 \\ \alpha \geq 0, \beta \geq 0 \end{cases} \quad (6)$$

为求解数学规划模型公式 (6), 构建拉格朗日函数:

$$L = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\alpha w'_j + \beta w''_j) (d_{ij} - d_j^+)^2 + \frac{\lambda}{2} (\alpha^2 + \beta^2 - 1) \quad (7)$$

其中: λ 为拉格朗日乘子。在拉格朗日函数 L 中, α 、 β 为变量, 为了求得拉格朗日函数的最小值, 令:

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \beta} = 0 \quad (9)$$

根据公式 (8) (9) 可得:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n w'_j (d_{ij} - d_j^+)^2 + \lambda \alpha = 0 \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n w''_j (d_{ij} - d_j^+)^2 + \lambda \beta = 0 \quad (11)$$

其中:

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1 \quad (12)$$

联立公式 (10) (11) (12) 可解得:

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n w'_j (d_{ij} - d_j^+)^2}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n w'_j (d_{ij} - d_j^+)^2 \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n w''_j (d_{ij} - d_j^+)^2 \right]^2}} \quad (13)$$

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n w''_j (d_{ij} - d_j^+)^2}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n w'_j (d_{ij} - d_j^+)^2 \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n w''_j (d_{ij} - d_j^+)^2 \right]^2}} \quad (14)$$

$$\lambda = \sqrt{\left[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n w'_j (d_{ij} - d_j^+)^2 \right]^2 + \left[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n w''_j (d_{ij} - d_j^+)^2 \right]^2} \quad (15)$$

由公式 (12) 可知, α 、 β 不符合归一化条件, 为了使 α 、 β 确定权重向量 $W = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ 满足 $0 \leq \omega_j \leq 1, \sum_{j=1}^n \omega_j = 1$, 作如下变换:

$$\alpha' = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \quad (16)$$

$$\beta' = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \quad (17)$$

将 (13) (14) 代入 (16) (17) 可得归一化的 α 和 β :

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n w'_j (d_{ij} - d_j^+)^2}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (w'_j + w''_j) (d_{ij} - d_j^+)^2} \quad (18)$$

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n w''_j (d_{ij} - d_j^+)^2}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (w'_j + w''_j) (d_{ij} - d_j^+)^2} \quad (19)$$

然后根据 (4) 式求解综合效用指标 F_j , 并进行排序。方案 S_i 与正理想点距离越近越好, 所以 F_i 越小越好。

4 实例验证比较

为了与基于客观熵值权重的 TOPSIS 多属性决方法进行比较, 仍采用文献 [2] 给出的 15 个次优诊断方案为优选对象, 如表 4 所示, 规范化以后的决策矩阵如表 5 所示, 同时在表 5 中列出了各个属性的权值, 其中 W' 、 W'' 和 W 分别表示采用改进 AHP 法、客观熵值和基于数学规划模型综合权重法计算得到的权值。在数学规划模型中, W' 取为式 (1), W'' 取文献 [2] 中客观熵值, 根据式 (18) 和 (19) 计算得 $\alpha=0.2796$, $\beta=0.7204$, 进而根据 (3) 式计算 W 。

表 4 15 个诊断方案的属性指标值

方案	费用	FDR	结构匹配	重量匹配	故障率	扩展性	操作性
1	73	0.96	0.43	0.58	0.00032	88	0.65
2	65	0.93	0.78	0.65	0.00012	76	0.75
3	82	0.97	0.56	0.72	0.00021	80	0.70
4	55	0.92	0.64	0.60	0.00018	63	0.73
5	32	0.89	0.80	0.75	0.00015	30	0.52
6	51	0.87	0.85	0.81	0.00012	28	0.56
7	48	0.85	0.75	0.39	0.00032	20	0.32
8	59	0.90	0.62	0.56	0.00014	32	0.39
9	78	0.94	0.86	0.49	0.00082	69	0.58
10	29	0.80	0.76	0.28	0.00023	20	0.40
11	34	0.83	0.82	0.52	0.00046	35	0.56
12	48	0.79	0.56	0.34	0.00023	41	0.31
13	83	0.96	0.72	0.81	0.00065	82	0.76
14	72	0.93	0.79	0.65	0.00015	77	0.68
15	26	0.75	0.82	0.88	0.00041	10	0.22

主观权值是基于专家对各个属性相对重要程度判断后得到的,例如在 W' 中,费用、故障检测率和故障率相对于其它属性更重要,所以具有较高的权值。而客观权值是基于诊断方案属性指标间可区别程度得到的,在 W'' 中,故障率的权值比扩展性权值小很多,原因在于 15 个诊断方案故障率指标之间区别度不如扩展性指标那么明显。综合权值则综合考虑主观和客观因素,在它们之间进行折中得到 W ,其中费用、FDR 和故障率的权值相对于客观熵值 W'' 都有所提高。

表 5 规范化矩阵和权值

方案	费用	FDR	结构匹配	重量匹配	故障率	扩展性	操作性
1	0.175 4	0.954 5	0	0.500 0	0.714 3	1.000 0	0.796 3
2	0.315 8	0.818 2	0.814 0	0.616 7	1.000 0	0.846 2	0.981 5
3	0.017 5	1.000 0	0.302 3	0.733 3	0.871 4	0.897 4	0.888 9
4	0.491 2	0.772 7	0.488 4	0.533 3	0.914 3	0.679 5	0.944 4
5	0.894 7	0.636 4	0.860 5	0.783 3	0.957 1	0.256 4	0.555 6
6	0.561 4	0.545 5	0.976 7	0.883 3	1.000 0	0.230 8	0.629 6
7	0.614 0	0.454 5	0.744 2	0.183 3	0.714 3	0.128 2	0.185 2
8	0.421 1	0.681 8	0.441 9	0.466 7	0.971 4	0.282 1	0.314 8
9	0.087 7	0.863 6	1.000 0	0.350 0	0	0.756 4	0.666 7
10	0.947 4	0.227 3	0.767 4	0	0.842 9	0.128 2	0.333 3
11	0.859 6	0.363 6	0.907 0	0.400 0	0.514 3	0.320 5	0.629 6
12	0.614 0	0.181 8	0.302 3	0.100 0	0.842 9	0.397 4	0.166 7
13	0	0.954 5	0.674 4	0.883 3	0.242 9	0.923 1	1.000 0
14	0.193 0	0.818 2	0.837 2	0.616 7	0.957 1	0.859 0	0.851 9
15	1.000 0	0	0.907 0	1.000 0	0.585 7	0	0
W'	0.290 9	0.290 9	0.128 8	0.050 8	0.136 5	0.048 2	0.053 8
W''	0.224 7	0.121 7	0.097 8	0.140 0	0.085 9	0.191 3	0.138 6
W	0.243 2	0.169 0	0.106 5	0.115 1	0.100 0	0.151 3	0.114 9

以 W' 和 W'' 为权重,采用 TOPSIS 多属性决策模型计算各方案综合效用指标 F_i , F_i 表示诊断方案距负理想点的相对距离,越大越好。以 W 为权重,采用式 (4) 为综合效用指标 F_i ,此时 F_i 表示距正理想点距离的平方,越小越好。3 种方法 F_i 的计算结果和优化排序如表 6 所示。

从优化排序的结果可知:

(1) 在 3 种方法优化排序中,方案 5 都是最优的,这是因为方案 5 除扩展性和操作性指标是一般水平以外,其它指标都比较理想。

(2) 综合权重排序能够在主观改进 AHP 和客观熵值排序之间取得最佳平衡。例如方案 10 在改进 AHP 和客观熵值中排序分别处于第 6 和第 11 位,而综合权重排序中处于第 9 位,这是在主观愿望和客观生成之间折中的结果。

(3) 在综合权重排序中,部分方案排序相对于改进 AHP 和客观熵值排序均有提高或下降,例如方案 12 综合权重排序为 11 位,相对其它两种方法排序均有提升,这源于综合权重法中各

属性权值相对差异性与其它两种方法相比变小造成的,是权值在权重向量内部横向折中的结果。权重向量 W' 、 W'' 和 W 中元素最大值与最小值之比分别为 6.035、2.615 和 2.432。

5 结论

为了从装备次优诊断方案中选出最优的诊断方案,采用多属性决策模型进行优化排序时,各属性的权值的大小直接影响

表 6 综合效用指标及优化顺比较

方法 顺序	改进 AHP		客观熵值		综合权重	
	F_i	方案	F_i	方案	F_i	方案
1	0.752 7	5	0.630 6	5	0.020 6	5
2	0.634 2	4	0.628 6	2	0.025 1	4
3	0.613 4	6	0.626 8	4	0.031 5	2
4	0.603 0	2	0.583 0	14	0.032 3	11
5	0.597 0	11	0.572 7	11	0.032 8	6
6	0.572 6	10	0.562 4	6	0.042 5	14
7	0.564 4	8	0.549 9	13	0.048 0	8
8	0.557 3	14	0.545 8	1	0.053 9	7
9	0.549 8	7	0.540 0	3	0.054 6	10
10	0.525 6	1	0.514 0	15	0.056 3	1
11	0.519 9	3	0.488 1	10	0.061 9	12
12	0.517 6	15	0.479 6	9	0.064 1	3
13	0.493 9	13	0.439 5	8	0.066 5	13
14	0.487 3	9	0.413 3	12	0.066 5	15
15	0.437 2	12	0.413 0	7	0.068 2	9

决策结果。主观愿望确定的权值体现了专家经验,而忽略决策方案指标之间关系;客观权值运用了决策方案指标之间联系,而忽略了主观判断。综合权重确定方法采用数学规划模型在主观和客观权值之间寻找最佳的平衡权值,能够吸取两者优点,避免不足。实例验证结果表明,该方法是切实可行的、有效的。

参考文献:

[1] 张延生, 高凤岐, 连光耀, 等. 装备测试性次优诊断方案获取方法 [J]. 计算机测量与控制, 2011, 19 (5): 1005—1007.
 [2] 高凤岐, 乔中涛, 魏忠林, 等. 装备测试性最优诊断方案获取方法研究 [J]. 计算机测量与控制, 2012, 20 (5): 1170—1172.
 [3] 谭跃进, 陈英武, 罗鹏程, 等. 系统工程原理 [M]. 北京: 科学出版社, 2012.
 [4] 张延生, 黄考利, 连光耀. 基于改进 AHP 法的导弹装备测试性参数选择方法研究 [J]. 计算机测量与控制, 2011, 19 (2): 412—415.
 [5] 张全. 复杂多属性决策研究 [M]. 沈阳: 东北大学出版社, 2008.