

基于改进蜂群算法的倒立摆控制器优化设计

刘 源¹, 王佩雪², 廖 雷³, 王海泉³

(1. 郑州航空工业管理学院 机电工程学院, 郑州 450052; 2. 中原工学院 计算机学院, 郑州 450007; 3. 中原工学院 电子信息学院, 郑州 450007)

摘要: 环形倒立摆系统以其非线性、不稳定、高阶的、强耦合的特性, 已经成为控制理论教学以及模拟机器人行走、卫星飞行姿态等复杂系统控制的重要实验平台; 文章中引入了 LQR 控制算法, 实现对倒立摆的稳定控制; 而为了避免 LQR 控制器设计过程中反复调节加权矩阵 Q , R 的复杂性, 同时得到更优异的控制效果, 将人工蜂群 (ABC) 算法应用于 LQR 控制器设计中; 而为了克服传统蜂群算法的缺陷, 加快收敛速度和增加种群的多样性, 在雇佣蜂阶段和跟随蜂阶段对算法进行了改进; 仿真结果表明, 改善的 ABC 算法的能够很好地完成 LQR 控制器参数寻优, 控制效果良好。

关键词: 环形倒立摆; 平衡控制; 线性高斯二次型; 蜂群算法

LQR Controller Optimization for Double Inverted Pendulum Based on Improved Artificial Bee Colony Algorithm

Liu Yuan¹, Wang Peixue², Liao Lei³, Wang Haiquan³

(1. School of Mechatronics Engineering, Zhengzhou Institute of Aeronautical Industry Management, Zhengzhou 450015, China; 2. School of Computer Information Engineer, Zhongyuan University of Technology, Zhengzhou 450007, China; 3. School of Electric and Information Engineer, Zhongyuan University of Technology, Zhengzhou 450007, China)

Abstract: As a nonlinear, instability, high-order, strong coupling system, the rotary double inverted pendulum has become an ideal platform. In this paper, LQR control is introduced to achieve its stable control. In order to avoid the complexity of adjusting parameters manually, meanwhile obtain optimal control effect, the artificial bee colony (ABC) algorithm is applied to optimize the LQR controller. Furthermore, in order to accelerate the convergence speed and increase the diversities of population, the ABC algorithm has been improved during employed bees phase and the onlooker bees phase. The simulation results show that the improved ABC algorithm is able to complete parameter optimization for LQR controller of inverted pendulum system.

Keywords: inverted pendulum; balance control; LQR; artificial bee colony

0 引言

倒立摆系统是一个典型的高阶次、多变量、非线性、强耦合的不稳定系统, 对于这种复杂系统的稳定控制一直是国内外学者研究的热点, 包括线性二次型控制算法 (LQR)、模糊控制^[1]、 H_∞ 鲁棒控制^[2]等在内的多种方法已经证明了其适用性。这其中, 应用最广的当属相对简单的 LQR 控制算法^[3-4], 但其控制性能需要通过选择加权矩阵 Q 和 R , 使二次型性能指标最小来保证。目前常用的加权矩阵选择方法是反复试凑, 不仅繁琐而且往往得不到好的优化结果。幸运的是, 近年来涌现的模仿生物行为、以蚁群算法、粒子群算法为代表的群智能算法, 已经证明了他们在函数及其参数优化方面有显著的优越性^[5-7]。特别是 karaboga^[10] 在 2005 年提出的模仿蜜蜂采蜜机制解决寻优问题的人工蜂群算法以其控制参数少, 易于实现, 计算简洁等优点, 已经在解决类似 LQR 控制算法优化这样的复杂优化问题上崭露头角。

需要注意的是, ABC 算法虽然能够提高优化效率, 但在收敛速度和局部最优之间彼此存在矛盾, 而为了实现两者的平

衡, 研究者做了许多尝试, Nooraliza^[11] 在全局最优解的附近来更新最差的解, 提高了收敛速度。包力^[12] 在跟随蜂选择食物源阶段, 比较排序选择策略等 3 种策略并验证了增加种群多样性和避免早熟收敛的有效性。在本文中, 在雇佣蜂阶段引入差分进化思想 (DE) 同时在跟随蜂阶段提出全局最优搜索策略对 ABC 算法进行改进, 并将其应用于倒立摆 LQR 控制器优化中。

1 环形倒立摆

本文的研究对象是环形二级倒立摆, 由水平连杆、两个质量均匀的下摆杆和质量块组成, 其物理模型如图 1 所示。在完成平衡控制时, 要求通过连杆的移动, 保证下摆杆的角位移 θ_2 和上摆杆角位移 θ_3 均为零, 其中摆杆顺时针旋转为正方向。

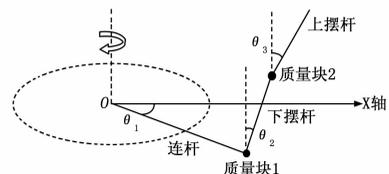


图 1 环形二级倒立摆模型

倒立摆的数学模型, 如式 (1)、式 (2) 所示, 其中状态变量 $[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]$ 分别代表连杆与水平轴的交角 θ_1 , 下摆杆与竖直方向的夹角 θ_2 , 上摆杆与竖直方向夹角 θ_3 , 连

收稿日期: 2014-05-11; 修回日期: 2013-06-13。

基金项目: 国家自然科学基金项目资助 (61304115); 国际科技合作项目 (2010DFA22770)。

作者简介: 刘 源 (1985-), 女, 湖南怀化人, 助理实验师, 硕士, 主要从事可靠性分析、系统优化的研究。

杆的角速度 $\dot{\theta}_1$, 下摆杆的角速度 $\dot{\theta}_2$ 和上摆杆的角速度 $\dot{\theta}_3$ 。输入量为 $\dot{\theta}_1$, 输出量为 $[\theta_1, \theta_2, \theta_3]$ 。

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 89.9012 & -24.8311 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -48.5655 & 50.6292 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1.4674 \\ 0.0465 \end{bmatrix} u \quad (1)$$

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

进一步利用能控性判别矩阵 $Pc = \text{ctrb}(A, B)$, 可得其秩为 6, 即其满秩, 故系统可控。对于这样一个能控系统, 可通过设计 LQR 控制器来保持系统的稳定。

2 LQR 控制器设计

线性二次调节器 LQR 就是确定一个最优反馈控制率 $u = -kx$, 使得式 (3) 表述的最小二次型性能指标最小。

$$J = \int_0^{\infty} [x^T Q x + u^T R u] dt \quad (3)$$

LQR 控制器为 $K = R^{-1} B^T P$, 而参数 P 可以通过求解如式 (4) 的 Riccati 方程得到:

$$PA + A^T P - PBR^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (4)$$

对于上节所述的倒立摆系统, 考虑到其有 1 个输入, 3 个输出, 6 个状态变量, 故加权矩阵 Q 和 R 的形式为 $Q = \text{Diag}(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6), R = [r]$ 。从式 (3) (4) 可知, Q 和 R 参数的选取直接性能指标 J 的大小, 也影响了控制器的性能。为了获得最优的控制效果, 同时简化 LQR 控制器设计过程, 将 ABC 算法应用于 LQR 控制器参数优化中。

3 人工蜂群算法

人工蜂群算法 (ABC) 是模拟蜜蜂采蜜机制进行寻优的智能算法, ABC 算法按照分工不同可分为雇佣蜂、跟随蜂和侦察蜂 3 种角色, 通过这 3 种蜜蜂之间的相互协作来进行迭代寻优。

(1) 雇佣蜂阶段:

所有的雇佣蜂在每个食物源的邻域进行搜索, 通过式 (5) 式产生新解:

$$V_{ij} = X_{ij} + r_{ij}(X_{ij} - X_{kj}) \quad i \neq k \quad (5)$$

式 (5) 中: V_{ij} 为新产生食物源的第 j 维分量, X_{ij} 为个体 X_i 的第 j 维分量, X_{kj} 为随机选择且不同于个体 X_i 的第 j 维分量, r_{ij} 为 $[-1, 1]$ 间的随机数。

(2) 跟随蜂阶段:

当所有的雇佣蜂完成搜索之后, 将适应度 $Fitness_i$ 信息共享给跟随蜂, 并由跟随蜂根据食物源适应度按概率 P_i 选择跟随,

$$Fitness_i = \begin{cases} 1/(1+W_i) & W_i \geq 0 \\ 1+abs(W_i) & W_i < 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$p_i = \frac{fitness_i}{\sum_{k=1}^{SN} fitness_k} \quad (7)$$

式中, W_i 为优化问题的目标函数值, 即 LQR 控制器的性能指标 J 。由于 LQR 控制器设计的目的是使 J 最小, 因此蜂群算法寻优到的解的适应度越大, 说明其对应的控制器性能更好。

(3) 侦察蜂阶段:

如果一个食物源经过若干迭代次数还未得到更新, 那么该食物源将被丢弃, 相应的雇佣蜂变成侦察蜂开始如式 (8) 所示的随机搜索:

$$X_{ij} = X_{minj} + rand(0, 1)(X_{maxj} - X_{minj}) \quad (8)$$

其中: X_{minj}, X_{maxj} 为解的下边界和上边界。

4 改进的人工蜂群算法

对于蜂群算法来说, 寻优过程中往往会存在收敛速度慢、局部最优解等问题^[8-9], 因此本文提出了改进的搜索策略来提高算法的寻优性能。

4.1 基于差分进化的搜索策略

差分进化 (DE) 算法^[13]是一种基于实数编码并具有保优思想的贪婪进化算法, 它分为变异、交叉及选择 3 种操作, 其原理简单, 受控参数少及鲁棒性强等优点, DE 算法在函数参数优化方面取得了比较好的效果。

雇佣蜂阶段, 借鉴该算法的交叉操作, 它的基本思想是在两个不同的食物源之间插入变异因子 F , 产生新解, 这种变异操作可以用方程 (9) 表示:

$$V_{ef} = X_{af} + F(X_{af} - X_{bf}) \quad (9)$$

其中: $a, b \in \{1, 2, \dots, SN\}$ 互不相同且不同于第 i 个食物源, f 是优化问题的维数, 变异算子 $F \in [0, 2]$ 是一个常数因子, 这个算法可以通过 F 来控制两个个体偏差, 利用个体之间的距离以及方向信息来扩大搜索区域, 以便能够找到更优的解。

4.2 基于局部搜索的策略

从上面的分析得知, 扩大搜索区域可以丰富种群的多样性, 但相应的收敛速度会变慢。为了提高收敛速度, 特别是在经过了雇佣蜂搜索的算法后期, 即跟随蜂阶段, 如式 (10) 所示, 将寻优得到的种群最优解引入跟随蜂邻域解的搜索过程, 确保图 2 中搜索范围向指定的最优解附近靠拢, 从而提高最优解搜索的可能性。

$$V_{mj} = X_{aj} + C(X_{gbestj} - X_{aj}) \quad (10)$$

式 (10) 中: X_{gbestj} 为已经搜索到的种群中最好个体的第 j 维分量, C 为 $[-1, 1]$ 之间的随机数, 控制 $X_{gbestj} - X_{aj}$ 变异范围。

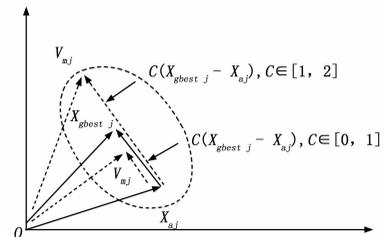


图 2 由式 10 产生的新解

从上面的分析中, 式 (9) 对应的新解的搜索机制可以很好地扩大搜寻区域, 但同时导致收敛速度降低, 而式 (10) 中描述的解的搜索过程可以引导种群的搜索方向向已找到的最优

解靠近, 便于快速找到最优解。考虑到特性互补, 取长补短的将两种搜索策略结合起来, 用于改进传统 ABC 算法。其步骤可表述如下:

- 1) 初始化种群, 设定参数, 包括种群大小 SN 、最大迭代次数 MCN 等;
- 2) 雇佣蜂在食物源的邻域通过式 (9) 搜索产生新候选解 V_{ef} ;
- 3) 根据式 (6) 计算新解 V_{ef} 的适应度; 依据适应度信息, 通过式 (7) 计算跟随蜂选择食物源的概率;
- 4) 跟随蜂在食物源邻域再进行搜索, 通过式 (10) 得到新解 V_{mj} ;
- 5) 侦察蜂替换经过一定循环次数未更新的解, 通过式 (8) 产生随机解;
- 6) 记录目前找到的最好的解;
- 7) 判断终止条件 ($Cycle = MCN$) 是否满足, 若满足条件, 输出最好的解, 否则回到 3) 继续寻优。

5 仿真结果及分析

为了考察改进的 ABC 算法在 LQR 控制器设计过程的有效性, 对该过程进行仿真实验。设定种群规模 NP 为 20, SN 等于 10, 控制参数 $limit$ 选择为 60, 它等于 $SN \times D$, 其中 D 为问题的维数, 最大循环次数 MCN 设定为 300, 解搜索的上下边界分别设为 $ub = [1000 \ 1000 \ 1000 \ 50 \ 50 \ 50 \ 10]$, $lb = [0.6 \ 0.6 \ 0.6 \ 0.6 \ 0.6 \ 0.6 \ 0.6]$ 。图 3 中给出了在优化 LQR 参数过程中, 传统 ABC 和改进 ABC 算法的解的进化过程, 显然改进 ABC 算法在 84 代找到了最优解, 而传统 ABC 算法则在 290 代趋于稳定, 收敛速度明显快于传统 ABC 算法, 且解的适应度更好。

进一步考察寻优的控制器的控制效果, 给定连杆幅值 0.01 rad 的阶跃输入, 其他两个摆杆为 0, 从图 4~6 给出的阶跃响应来看, 相比传统的 ABC 算法, 改进的 ABC 算法具有更好的跟踪性能, 连杆的调节时间从 6 s 减小到 4 s, 几乎无超调; 而两个摆杆的超调量小于传统 ABC 算法, 且调节时间从 7 s 减小到 5 s。显然, 相比于传统 ABC 算法, 改进的方法能够较好的实现倒立摆的平衡控制。

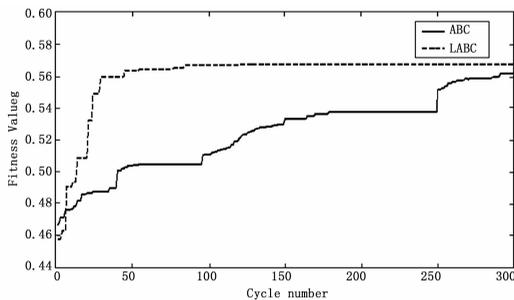


图 3 优化过程

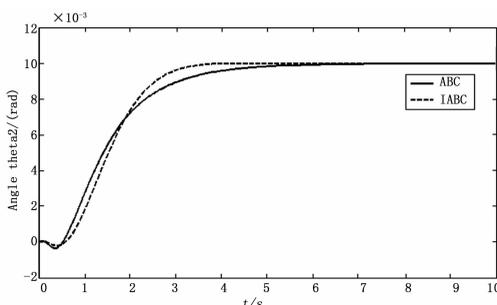


图 4 连杆的阶跃响应

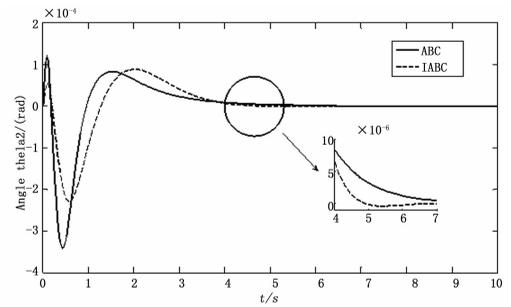


图 5 下摆杆的阶跃响应

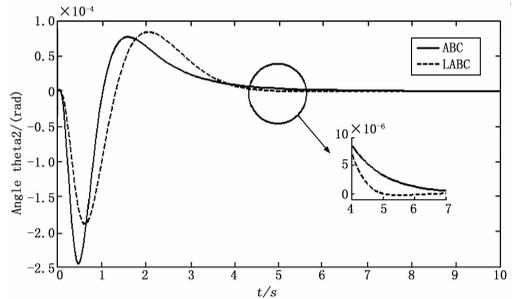


图 6 上摆杆的阶跃响应

6 结论

本文主要讨论 LQR 控制算法在环形二级倒立摆的平衡控制问题中的应用。针对 LQR 中加权矩阵 Q 和 R 的选择问题, 提出了人工蜂群算法进行加权矩阵的寻优; 为了提高搜索速度同时避免局部最优解, 借鉴 DE 算法和全局搜索策略用于改进传统 ABC 算法。仿真实验表明改进的 ABC 算法的优化结果明显优于 ABC 算法, 也证明了其在 LQR 控制器参数优化问题上的适用性。

参考文献:

- [1] 孙继磊, 李明. 倒立摆模糊控制器的设计与仿真 [J]. 宿州学院学报, 2011, 26 (8): 49-51.
- [2] 于文, 纪启永, 李洁敏. 单级倒立摆的鲁棒控制研究 [J]. 仪器仪表学报, 2010, 31 (8): 170-172.
- [3] Wang H Q, Zhou A Q, Wang D Y. Optimization of LQR controller for inverted pendulum system with artificial bee colony algorithm [A]. Int. Conf of Icamechs [C]. 2013.
- [4] 刘浩梅, 张昌凡. 基于 LQR 的环形单级倒立摆稳定控制及实现 [D]. 湖南: 湖南工业大学学报, 2011.
- [5] 于明, 艾月乔. 人工蜂群算法在并行测试任务调度中的应用 [J]. 计算机测量与控制, 2012, 19 (6): 1470-1472.
- [6] 葛宇, 梁静, 谢小川. 求解函数优化问题的改进的人工蜂群算法 [J]. 计算机科学, 2013, 40 (8): 252-257.
- [7] Bai Q H. Analysis of Particle Swarm Optimization Algorithm [J]. Computer and Information Science Vo, 2010, 3 (1).
- [8] Kang F, Li J J, Li H J. An Improved Artificial Bee Colony Algorithm [A]. Journal of Beijing Institute of Technology [C]. 2010.
- [9] Peng W S, Zhang W S, Q Sun J. The Mechanical Reliability Optimization Based on the Improved Artificial Bee Colony Algorithm [J]. Chemical Engineering Transactions, 2013, 33: 505-510.
- [10] Karaboga D, Basturk B. A powerful and Efficient Algorithm for Numerical Function Optimization: Artificial Bee Colony (ABC) Algorithm [J]. Journal of Global Optimization, 2007, 37: 459-471.

表 1 模糊控制规则表

$\Delta k_p / \Delta k_i / \Delta k_d$	ec							
e		NB	NM	NS	ZO	PS	PM	PB
NB		PB/NB/NS	PB/NB/NS	PM/NM/NB	PM/NM/NB	PM/ZO/ZO	PS/NS/NB	ZO/ZO/NB
NM		PB/NB/NS	PB/NB/NS	PM/NM/NB	PS/NS/NM	PS/NS/NM	ZO/ZO/NS	NS/ZO/ZO
NS		PM/NB/ZO	PM/NB/NS	PM/NM/NM	PS/NS/NM	ZO/ZO/NS	NS/PM/NS	NS/PM/ZO
ZO		PB/NB/NM	PB/NB/NM	PM/NS/NM	ZO/ZO/NM	NM/PM/NM	NB/PB/NM	NB/PB/ZO
PS		PB/NB/PB	PM/NB/PB	PM/NM/PB	ZO/PS/PB	NM/PM/PB	NS/PB/PB	NS/PB/PB
PM		PB/PB/PB	PB/PB/PB	PM/PB/PB	NM/PB/PB	NM/PB/PB	NM/PB/PB	NB/PB/PB
PB		NM/ZO/PB	NM/ZO/PB	NB/PS/PB	NB/PM/PB	NB/PM/PB	NB/PM/PB	NB/PB/PB

3.3 基于系统参数变化模型的仿真

当控制系统数学模型由于外界扰动等原因与预测模型存在一定误差时, 即将模型增益增大 80%, 滞后时间增大 30%。PID 控制和 Smith-Fuzzy-PID 仿真结果如图 5 所示。

表 2 PID 和 Smith-Fuzzy-PID 控制指标分析

	PID	Smith-Fuzzy-PID
超调/%	2.5	0
稳定时间/s	7 000	4 300
稳态误差	0	0

3.3 基于系统参数变化模型的仿真

当控制系统数学模型由于外界扰动等原因与预测模型存在一定误差时, 即将模型增益增大 80%, 滞后时间增大 30%。PID 控制和 Smith-Fuzzy-PID 仿真结果如下图 5 所示。

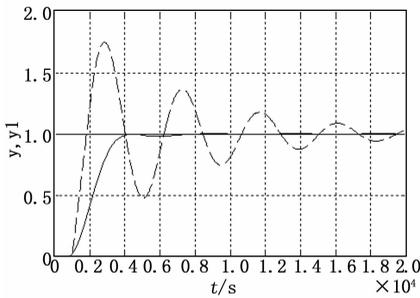


图 5 PID 和 Smith Fuzzy-Smith 图

通过响应曲线可知, PID 和 Smith-Fuzzy-PID 控制算法的各项指标如表 3 所示:

由表 3 可知, 当扰动的存在使得预测模型与实际模型有误差时,

PID 控制超调高达 74.5%, 而加入 Smith 预估和模糊控制后的 Smith-Fuzzy-PID 控制, 控制超调仅为 2.5%, 因此对时变滞后系统有很好的控制效果。

表 3 PID 和 Smith-Fuzzy-PID 指标分析

	PID	Smith-Fuzzy-PID
超调/%	74.5	2.5
稳定时间/s	46 000	8 000
稳态误差	0.000 5	0.000 16

4 结论

由以上分析可知, 当预测模型精确或当外界扰动等原因使得预测模型与实际模型存在偏差时, Smith-Fuzzy-PID 的响应速度快, 超调小, 达到稳态的时间短。即仿真结果表明此方法对时变滞后系统的控制可行有效。

参考文献:

[1] 王丽飞, 田学民. PID 控制器参数整定方法研究 [D]. 青岛: 中国石油大学 (华东), 2008.

[2] 安连祥, 马华民, 刘永刚, 等. 基于改进 Smith 预估器的二阶时滞系统 [J]. 计算机仿真, 2011, 28 (1): 198-233.

[3] 张燕红. 模糊 PID-Smith 串级控制在加热炉温度控制系统中的应用 [J]. 化工自动化及仪表, 2012, 39 (8): 979-981.

[4] 齐雪莲. 供热系统用户端温度控制研究 [D]. 石家庄: 河北科技大学, 2013.

[5] 黄晓童. 基于质量并调方式的热网控制技术 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2011.

[6] 刘金琨. 先进 PID 控制及其 MATLAB 仿真 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2007.

(上接第 2822 页)

[11] Sulaiman No, Mohamad-Saleh Ja, Abdul Ghani Abro. A Modified Artificial Bee Colony (JA-ABC) Optimization Algorithm [A]. International conference on Applied Mathematics and Computational Methods in Engineering [C]. 2013, 74-79.

[12] Bao L, Zeng J C. Comparison and Analysis of the Selection Mechanism in the Artificial Bee Colony Algorithm [A]. Ninth Interna-

tional Conference on Hybrid Intelligent Systems, [C]. 2009, 411-416.

[13] Storn R, Price K. Differential evolution a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces, [R]. Technical Report TR-95-012, ICSI, ftp://icsi.berkeley.edu, 1995.