

基于小波分解和 Duffing 振子的 变尺度微弱信号检测

程 凯¹, 董 雪²

(1. 河南教育学院 信息技术系, 郑州 450046; 2. 河南教育学院 院长办公室, 郑州 450046)

摘要: 传统的时频分析方法在对周期性微弱信号进行检测时, 提取的信息具有信噪比不高的缺点, 从而影响了检测效果, 为此, 利用 Duffing 振子混沌系统对噪声的强免疫力的特征, 提出了一种基于小波分解和混沌阵子的混合微弱信号检测方法; 首先, 采用小波变换对信号进行分解, 通过小波变换的平滑作用实现对含噪微弱信号的离散处理, 并设计了一种根据阈值来确定分解层数的方法, 然后将降噪后的重构信号作为 Duffing 阵子的周期驱动力并入混沌系统, 采用混沌 Duffing 阵子阵列实现在强噪声背景下的微弱信号检测, 并提出了一种临界状态策动力幅值和初始相位的自适应确定方法; 在 Matlab7 仿真环境下进行实验, 结果表明: 文中方法能有效地对淹没在强噪声下的微弱信息进行检测, 具有信号检测信噪比高, 重构信号频率较其它方法更接近于真实频率, 具有较强的可行性。

关键词: 小波分解; 微弱信号检测; 噪声; 混沌系统

Weak Signal Detection Based on Scale Transformation of Duffing Oscillator and Wavelet Decomposition

Cheng Kai¹, Dong Xue²

(1. Department of Information Technology, Henan Institute of Education, Zhengzhou 450046, China;
2. Office of President, Henan Institute of Education, Zhengzhou 450046, China)

Abstract: Aiming at the traditional time frequency analysis method detecting the cyclic weak signal detection has the defects such as the low SNR (signal to noise ratio) and affecting the detection effect, therefore, using the property of strong immunity of Duffing oscillator chaos system, a compound weak signal detection method based on wavelet decomposition and chaos oscillator. Firstly, the signal is decomposed by wavelet transform and operated discretely based on the smooth effect of wavelet transform, and a method for obtaining the numbers of decomposition layers is designed, then the de-noise re-constructed signal is input to the chaos system as the cycle driving force as the doffing oscillator, and the weak signal detection can be realized by chaos doffing, and a adaptive method based on critical state driving force and initial phase. The experiment is operated in the Matlab7 environment and the results shows that the method can implement the weak signal detection, has the high SNR, the frequency of re-constructed signal is nearly the same as the true signal frequency, has the strong feasibility.

Key words: wavelet decomposition; weak signal detection; noise; chaos system

0 引言

从具有强噪声背景的信号中提取出有用信息, 提高信噪比和抑制噪声已经成为了信号检测的重点问题^[1-3]。传统的信号处理方法往往采用重复测量取平均值的方法^[4], 但其在去除噪声的同时丢失了信号的瞬态分量, 因此, 不能准确地分辨出信号的高频细节信息和噪声。

时频分析是处理非平稳信号的重要方法, 可以提取出观测信号的时间-频率联合特征以及时域频域信息和信号频率随着时间轴变化的规律^[5-6], 其缺点是只有当基函数与信号尺度函数相匹配时, 才能检测出信号轮廓。

文献 [7] 提出了一种结合小波^[8]核函数和 SVM 的信号检测方法, 采用谐波小波函数对信号进行降噪分析, 并通过 SVM 回归从而实现小样本情况下的微弱信号检测。文献 [9]

提出了一种基于最优 Morlet 小波和自项窗的混合时频方法, 通过交叉验证法和 Shannon 设计小波参数和变换尺度, 并通过连续小波变换实现滤波消噪。

上述方法在特定条件下取得优良效果, 很难适用于强噪声背景, 为此, 文中设计了一种基于小波变换和 Duffing 阵子的变尺度信号检测方法, 并通过实验对文中方法进行了验证。

1 基于小波分解的信号去噪和重构

1.1 小波变换

小波变换由 Morlet 在 1980 年提出, 是一种时间窗和频率窗改变, 而窗口大小固定的时频局部分分析方法, 能在尽量保存原始信息的条件下, 实现不同频带与时刻的信号分离, 假设:

$$\psi(t) \in L^2(R) \tag{1}$$

其中: $L^2(R)$ 表示平方可积的实数空间, 其傅里叶变换可以表示为 $\varphi(\omega)$, 当傅里叶变换 $\varphi(\omega)$ 满足相容性条件, 即:

$$C_\varphi = \int_R \frac{|\varphi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \tag{2}$$

其中: $\psi(t)$ 为 1 个基本小波或母小波, 将母函数 $\psi(t)$ 经过

收稿日期: 2014-01-16; 修回日期: 2014-03-29。

作者简介: 程 凯 (1977-), 男, 河南郑州人, 硕士, 讲师, 主要从事计算机及应用和计算机网络方向的研究。

伸缩或平移就能得到一个小波序列, 因此, 对于任意函数 $x(t) \in L^2(R)$, 其对应的连续小波变换可以表示为:

$$W(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (3)$$

其中: $a \in R, b \in R$ 且满足 $a \neq 0, a$ 称为伸缩因子, b 称为平移因子, 对式 (3) 进行逆变换即可以得到:

$$x(t) = \frac{1}{C_V} \int_{R^+} \int \frac{1}{a^2} W(a, b) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) da db \quad (4)$$

在离散情况下, 离散小波函数可以表示为:

$$\psi_{j,k}(t) = a_0^{-j/2} (a_0^j t - kb_0) \quad (5)$$

因此, 对于任意函数 $x(t) \in L^2(R)$, 其对应的离散小波变换可以表示为:

$$C_{j,k} = \langle f, \psi_{j,k} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi_{j,k}^*(t) \quad (6)$$

1.2 基于小波变换的信号分解

Mallat 塔式算法一种常见的小波分解和重构算法, 能快速地实现小波变换, 假设 f_k 为信号 $x(t)$ 的离散采样数据, 且 $f_k = c_{0,k}$, 采用低通滤波器和高通滤波器对其进行小波分解, 经过离散小波变换后, 信号 f 的近似表示和细节表示为:

$$\begin{cases} a_{j,k} f = \sum_{n \in Z} h_{n-2k} a_{j-1,n} f \\ d_{j,k} f = \sum_{n \in Z} g_{n-2k} d_{j-1,n} f \end{cases} \quad k = 1, 2, \dots, N-1 \quad (7)$$

在式 (7) 中, n 为波长, $h(n)$ 为低通滤波器系数, $g(n)$ 为高通滤波器系数, j 为分解尺度, k 为分解水平, $a_{j,k}$ 和 $d_{j,k}$ 分别表示在分解尺度 j 下的逼近小波系数和细节小波系数, 第 j 层中净信号细节小波系数可以表示为:

$$\tilde{d}_{j,k} = \begin{cases} 0, & |d_{j,k} - \bar{d}_j| \leq 3 |Ed_j| \\ d_{j,k}, & |d_{j,k} - \bar{d}_j| > 3 |Ed_j| \end{cases} \quad (8)$$

1.3 分解层数的确定

为了得到确定的分解层数 j , 计算净信号细节小波系数分解程度因子:

$$\kappa = \frac{\|a_{j,k}\|^2 + \|\tilde{d}_{j,k}\|^2}{\|a_{j,k}\|^2 + \|d_{j,k}\|^2} \quad (9)$$

在式 (9) 中, $\tilde{d}_{j,k}$ 为细节小波系数的方差均值, 此时, 可以将预先设计的分解阈值 th 与 κ 进行比较: 当 $\kappa < th$, 则说明小波系数需要进一步分解; 反之, 说明当前层中小波系数已经达到一个较小的合理值, 小波系数无需再进行分解, 分解层数为当前层 j 。

1.4 改进的阈值和信号重构

为了对信号进行降噪, 需要对小波系数设定阈值, 由于细节小波系数 $d_{j,k}$, 信噪比较高, 其中有用信号的能量占据大部分能量, 因此阈值不能选取过大, 以免过滤大多数信号。

采用软限幅函数 $th1(B, t)$ 对每层小波系数进行阈值量化处理, 即:

$$f = th1(B, t) = \begin{cases} \text{sgn}(B)(B-t) & B \geq t \\ 0 & B < t \end{cases} \quad (10)$$

在式 (10) 中, t 为软限幅函数阈值, 可以表示为:

$$t = \sigma \sqrt{2lg(M)} \quad (11)$$

由于式 (11) 中定义的阈值, 对于各个层次均相同, 不能体现不同层次上阈值的自适应取值, 因此, 对其进行改进如下:

$$t = \frac{\sigma \sqrt{2lg(M)}}{j} \quad (12)$$

其中: j 为当前层次, 随着层次的增加, 阈值越来越小, 即过滤的信息逐渐减少, 以保留更多的有用信息。

在对信号系数进行过滤后, 采用 Mallat 小波分解重构算法对信号进行重构, 如下所示:

$$a_{j,k} f = \sum_{n \in Z} h_{n-2,k} a_{j+1,n} f + \sum_{n \in Z} g_{n-2,k} d_{j+1,n} f \quad (13)$$

2 Duffing 振子变尺度信号检测

信号经过上述基于小波分解的信号去噪和冲重构已经能去除大部分的噪声, 但是当信号非常微弱时, 还需要去在最大程度保持信号有用信息的情况下进一步降噪。

2.1 Duffing 振子信号检测原理

Duffing 系统的表示形式为:

$$x'(t) + kx + ax(t) + bx^3(t) = \gamma \cos(\omega t) \quad (14)$$

其中: $x(t)$ 为原始信号, k 为阻尼系数, $\gamma \cos(\omega t)$ 表示系统外力, ω 是外力项频率, k, b 和 γ 均大于 0, a 小于 0, $ax(t) + bx^3(t)$ 表示非线性恢复力。

根据 Melnikov 方法, 混沌阈值可以设置为:

$$\frac{\gamma}{k} = \frac{4 \cosh(\pi\omega/2)}{3\sqrt{2}\pi\omega} \quad (15)$$

当在 a, b 和 k 确定后, 系统的运动状态会根据策动力的幅值 γ 进行自适应的改变, 当 γ 从 0 开始逐渐增加时, 系统将经过同宿轨道和周期分叉状态, 并在一个较大的周期内进入并处于混沌状态, 然后当 γ 取值大于临界状态策动力幅值 γ_d 时, 系统将脱离混沌状态, 并在外加周期策动力的情况下进行宽幅振荡, 由于混沌振子对小幅度周期带限信号敏感, 因此, 当系统状态发生改变时可以检测到微弱信号改变, 当微弱信号的频率与 Duffing 振子的策动力频率相同或相近时, 系统运动状态会随着发生变化, 假设微弱信号为检测系统方程可以表示为:

$$x'(t) + kx'(t) + ax(t) + bx^3(t) = \gamma \cos(\omega t) + s(t) + n(t) \quad (16)$$

其中: $s(t) + n(t)$ 表示待检测微弱信号, $s(t)$ 为信号中的有用信息, $n(t)$ 为信号中的噪声。

2.2 Duffing 振子信号检测缺陷

虽然上述 Duffing 振子信号检测方法能有效地对含有噪声的微弱系统进行检测, 但仍然存在下述问题:

(1) γ_d 取值合理性问题, 因为系统的临界状态策动力幅值与驱动信号频率取值有关, γ_d 的取值依赖于参数 a, b 和 k 以及驱动信号频率。

(2) 通常假设待检测微弱信号相位相同且均为 0, 而实际中, 初始相位往往不为 0。

2.3 引入变尺度设定参数

为了解决临界阈值的合理取值问题, 引入一个变尺度系数 L 用于解决当待测微弱信号的频率值不等于驱动信号的频率值时的微弱信号检测,

首先, 假设微弱信号中不含噪声信息, 此时待测微弱信号在时间轴上扩大了 L 倍, 即 $t' = Lt$, 此时若使 $L = \omega$, 则待

测微弱信号即为：

$$s(t) = h\cos(\omega \cdot t/R) = h\cos t \quad (17)$$

此时待测微弱信号的圆频率由原来的 ω 压缩成为了 1 rad/s，因此将该信号输入到 Duffing 系统后在振子作用下能对 $s(t)$ 进行有效检测。

当微弱信号中含有噪声信息时，只要噪声强度小于设定的临界阈值，则微弱信号中的噪声不会诱导系统发生状态变化，然后按不含噪声时对信号进行尺度变换即可。

2.4 初始相位对检测结果影响分析

首先假设待测微弱信号和驱动信号的初始相位为 β 和 α ，假设待检测微弱信号的圆频率为 1，则式 (16) 可以转换为：

$$\begin{aligned} x'(t) + kx'(t) + ax(t) + bx^3(t) = \\ \gamma\cos(t + \alpha) + h\cos(t + \beta) + s(t) + n(t) \end{aligned} \quad (18)$$

为了分析待测微弱信号初始相位 β 对信号检测结果的影响，令 $\alpha = 0$ ，因此，上式右边的前两项可以化简为：

$$\begin{cases} \gamma\cos(t) + h\cos(t + \beta) = \\ \sqrt{\gamma^2 + 1.6h\cos\beta + h^2} \times \cos(t + \theta) \\ \theta = \arctan(h\sin\beta / (\gamma + h\cos\beta)) \end{cases} \quad (19)$$

从式 (19) 中可以看出，信号检测结果只与三角函数的幅值相关，因此，当满足：

$$\sqrt{\gamma^2 + 1.6h\cos\beta + h^2} > \gamma_d \quad (20)$$

此时，系统能越过临界阈值，实现从混沌状态到大尺度周期的变化，实现微弱信号的检测。

3 仿真实验

为了对文中方法进行验证，在 Matlab7 仿真环境下，对不同频率的微弱信号进行测试，微弱信号为 $g(t) = h\cos(\chi t + \beta) + n(t)$ ，其中， χ 为 1.1 Hz， $n(t)$ 服从均值为 9 方差为 0.01 的高斯随机噪声，未加噪声的参考信号为 $s(t) = \sin\chi t$ ，对含有噪声的微弱信号 $g(t)$ 通过小波变换进行去噪，采用 haar 作为信号去噪的小波函数，得到的结果如图 2、图 3 所示。

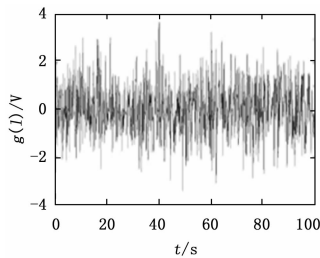


图 1 加入噪声的微弱信号

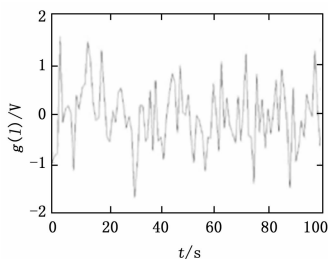


图 2 改进的小波去噪结果

从图 1 和图 2 中可以看出，含有噪声的微弱信号经过文

中改进的小波变换方法进行降噪后，过滤了大量的噪声信息，具有很好的抑噪效果，使得噪声功率大为降低，提高了信号输出的信噪比。

在对信号进行小波降噪的基础上，设定系统策动力频率 $\omega = 1.2$ Hz，取 $a = -1$ ， $b = 1$ ， $k = 0.5$ ，采用变尺度的方法并多次试验设定临界阈值的取值，以克服其对初始相位和参数设定的影响，系统循环运行 20 次，检测到的间歇混沌信号如图 3 所示。

从图 3 中可以看出，运行总时间为 18 s，共包含 9 个间隙周期，由此计算得到驱动信号频率为 1.210 Hz，与待测微弱信号的真实频率仅有 0.01 的误差，与传统 Duffing 阵子信号检测方法得到的频率 1.321 相比，误差减少了 0.121，具有更好的检测效果。

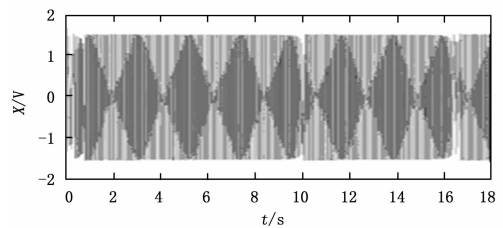


图 3 循环检测时的间歇混沌

4 结论

微弱信号是一种幅度小且淹没在大噪声背景下的目标信号，为了对其进行高效的检测，设计了一种基于小波变换和改进 Duffing 振子的变尺度微弱信号检测方法，首先采用小波变换对微弱信号进行降噪，为了进一步提高信噪比，采用变尺度的 Duffing 阵子混沌系统对降噪后的信号进一步检测。实验证明文中方法能有效地实现微弱信号检测，具有很强的可行性。

参考文献：

[1] 高晋古. 微弱信号检测 [M]. 北京：清华大学出版社，2009.
 [2] Xu B Q, Zhou H H, Sun L L, et al. Weak-signal detection and the application in detection of electric motor faults [A]. 2007 International Conference on Electrical Machines and Systems, IEEE Conference [C]. 2007; 1103-1106.
 [3] 夏均忠, 刘远宏, 冷永刚, 等. 微弱信号检测方法的现状分析 [J]. 噪声与振动控制, 2011, 3 (6): 157-161.
 [4] Qin Y, Qin S R, Mao Y F. Research on iterated Hilbert transform and its application in mechanical fault diagnosis [J]. Mechanical systems and Signal Processing, 2008, 22 (8): 1967-1980.
 [5] 吕金飞, 袁嗣杰, 范少龙, 等. 基于时频分析的高动态多目标识别与仿真 [J]. 系统仿真学报, 2007, 19 (20): 4840-4843.
 [6] Qin Y, Tang B P, Wang J X. Higher-density dyadic wavelet transform and its application [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2010, 24 (3): 823-834.
 [7] 周有, 侯铁双. 基于小波核函数-支持向量算法的信号检测 [J]. 计算机仿真, 2013, 30 (1): 263-267.
 [8] Lin Y T, Cai J L. A new threshold function for signal denoising based on wavelet transform [J]. IEEE Computer Society, 2010, 1 (3): 200-203.
 [9] 刘文艺, 汤宝平, 陈仁祥. 基于最优 Morlet 小波和自顶窗的混合时频分析方法研究 [J]. 振动与冲击, 2010, 29 (9): 5-8.