

离心—振动试验系统振动位移跟踪的高阶滑模控制

王跃钢¹, 左朝阳^{1,2}, 郭志斌¹, 文超斌¹

(1. 第二炮兵工程大学 自动控制系, 西安 710025; 2. 中国人民解放军 96165 部队, 江西 上饶 334109)

摘要: 针对离心—振动试验系统的振动位移跟踪控制存在参数不确定性和干扰的问题, 提出了一种基于高阶滑模的振动位移跟踪控制方法; 首先介绍了高阶滑模控制基本原理, 并建立了离心—振动复合试验系统数学模型, 然后引入虚拟控制项, 利用李雅普诺夫第二法推导出高阶滑模振动位移控制律; 仿真结果表明该方法能够有效降低系统抖振, 使得控制作用平滑连续, 并实现振动位移跟踪的精确定位, 具有较高的控制精度和可靠性。

关键词: 振动控制; 高阶滑模; 位移跟踪; 离心力; 振动台

Centrifuge Force—Vibration Test System Vibration Control Based on Higher—order Sliding Mode

Wang Yuegang¹, Zuo Zhaoyang^{1,2}, Guo Zhibin¹, Wen Chaobin¹

(1. Department of Automatic Control Engineering, the Second Artillery Engineering University, Xi'an 710025, China;
2. Unit 96165 of the Chinese People's liberation army, Shangrao 334109, China)

Abstract: With the high—order sliding mode control theory, a sliding mode vibration control method is presented for a centrifuge force—vibration test System in presence of parameter variations and external disturbances. First the basic idea of the higher—order sliding mode control is introduced, then by utilizing virtual item for increasing the relative order of system, the centrifuge force—vibration test system mathematical model is described and the higher—order sliding mode Vibration displacement control law is derived based on Lyapunov second method. The simulation results show that the method effectively eliminate system chattering and achieve vibration tracking maneuver precision positioning, and have higher precision and reliability.

Key words: vibration control; higher—order sliding mode; displacement trace; centrifuge force; vibration shaker

0 引言

通常惯性器件误差模型的建立, 对于飞行器上精确控制的惯导系统的制导效果起着关键作用, 为此, 精确的建立惯性器件的误差模型显得非常重要, 国内外通常通过复合离心机与振动台试验系统模拟惯性器件所处的过载—振动复杂环境。近年来, 尽管国内成功实现了一些复合离心振动台, 但离心—振动台试验系统的实验研究的进展仍有很大阻力, 除了受实验设备本身的限制之外, 控制方法的研究也存在很大困难。

由文献[1]针对顺臂安装的复合离心—振动试验系统建立的动力学模型可知, 离心力—振动试验系统因离心机与振动台之间运动存在耦合现象而成为一种不确定非线性系统, 对于这类复杂的不确定非线性系统采用线性控制理论和设计方法难于进行。因此, 控制算法设计的好坏直接关系到系统的输出模拟过载振动复合环境的精确度。而滑模控制既适用于线性系统, 又适用于非线性系统, 其对外部干扰及参数摄动具有强鲁棒性^[2-3], 且有限时间收敛。

但传统滑模控制的不连续性会导致所谓的“抖振”现象^[4], 针对此问题, 国外一些学者对此展开了深入研究, 提出

高阶滑模控制, 并得到了广泛应用^[5-9]。本文在文献[7]基础上, 根据振动离心复合环境振动特点, 通过添加虚拟控制变量, 以增加系统相对阶, 然后根据李亚普诺夫第二定理推导出振动离心复合系统的高阶滑模控制器。仿真结果表明, 该控制器实现了振动离心复合系统的振动位移控制, 能够较好地实现振动位移跟踪。

1 离心力—振动试验系统数学模型

离心力—振动复合环境模拟试验系统可简化为中心刚体—旋转梁—振动台物理模型, 如图 1 所示。

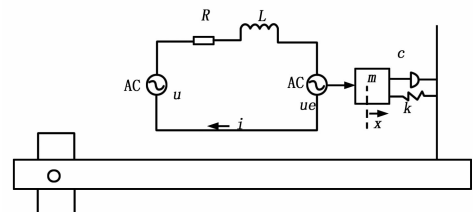


图 1 离心力—振动试验系统物理模型

为简化系统模型, 做以下 3 点假设:

- ① 电动振动台只有一个自由度;
- ② 气隙磁通密度为常数;
- ③ 电动振动台等效为一个刚体。则振动台的动力学模型可如下表示^[10]。

收稿日期: 2014-01-18; 修回日期: 2014-03-05。

基金项目: 国防预研基金项目(2001D1302)。

作者简介: 王跃钢(1958-), 男, 教授, 博士, 博士生导师, 主要从事先进惯性制导及测试方向的研究。

$$\begin{aligned} u &= Ri + L \frac{di}{dt} + u_e \\ u_e &= Bl \frac{dx}{dt} \\ F &= BLi = m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx \end{aligned} \quad (1)$$

再根据多刚体动力学方程，在离心力作用下振动台面所受广义力为：

$$F = BLi - (r - x)m\omega^2 = m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx \quad (2)$$

由式 (1) 可知，该系统为一 3 阶系统，为使系统控制输入连续，引入虚拟控制量 v ，即：

$$\dot{u} = v$$

将以上离心—振动试验系统动力学模型描写成状态方程为：

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v \\ \frac{dv}{dt} &= \frac{1}{m}(BLi - cv + kx + f + d) \\ \frac{di}{dt} &= \frac{1}{L}(u - Ri - Blv) \\ \dot{u} &= v \end{aligned} \quad (3)$$

其中： $f = m * \omega^2 r, k = k_0 - m\omega^2$ 。可见，系统相对阶数增加为 4 阶。以上公式中， B 为励磁线圈磁感应强度； i 为线圈电流； l 为动圈线圈的总长度； r 为动圈质心到离心机转轴的水平距离； k_0 为刚度系数； c 为阻尼系数； ω 为离心机转速； m 动圈等效质量， d 为系统干扰项。

2 高阶滑模控制原理

考虑如下非线性仿射系统

$$\begin{cases} \dot{\xi} = a(t, \xi) + b(t, \xi)u, \xi \in \mathbf{R}^m, u \in \mathbf{R} \\ s: (t, \xi) \rightarrow s(t, \xi) \end{cases} \quad (4)$$

式中， s 为系统可测输出量， u 为系统控制量，函数 a, b, s 充分光滑。且 s 有直到 r 阶的光滑导数，则有下列等式成立。

$$s = \dot{s} = \ddot{s} \dots s^{(r-1)} = 0 \quad (5)$$

可见，在系统进入滑模运动后，当 $s^{(r)} = 0$ 时，可解得相应类似传统滑模控制的等效控制，从而实现相对阶为 r 的高阶滑模运动。对上式中输出量沿系统轨迹进行 r 次微分，于是有

$$s^{(r)} = h(t, \xi) + g(t, \xi)u, g(t, \xi) \neq 0 \quad (6)$$

其中： $h(t, \xi) = s^{(r)}|_{u=0}$ ， $g(t, \xi) = \partial s^{(r)} / \partial u$ 。设下述不等式成立

$$0 < K_m \leq \partial s^{(r)} / \partial u \leq K_M, |s^{(r)}|_{u=0} \leq C \quad (7)$$

其中： $K_m, K_M, C > 0$ 。式 (6) ~ (7) 意味着微分包含

$$s^{(r)} \in [-C, C] + [K_m, K_M]u \quad (8)$$

成立。

引理 1^[7]：定义

$$\begin{cases} \varphi_{0,r} = s, N_{0,r} = |s|, \psi_{0,r} = \varphi_{0,r} / N_{0,r} \\ \varphi_{i,r} = s^{(i)} + \beta_i N_{i-1,r}^{(r-i)/(r-i+1)} \psi_{i-1,r} \\ N_{i,r} = |s^{(i)}| + \beta_i N_{i-1,r}^{(r-i)/(r-i+1)} \\ \psi_{i,r} = \varphi_{i,r} / N_{i,r} \end{cases} \quad (9)$$

如果恰当选择参数 $\beta_1, \dots, \beta_{r-1}, \alpha > 0$ ，则控制作用 (10) 将使得系统 (5) 在有限时间内到达 r 阶滑模面。

$$u = -\alpha \psi_{r-1,r}(\sigma, \dot{\sigma}, \dots, \sigma^{(r-1)}) \quad (10)$$

3 离心—振动复合系统振动位移跟踪高阶滑模控制器设计

设振动位移的给定值与实际值的误差为： $e = x - x^*$ ，定义滑动模面为：

$$s = \ddot{e} + \lambda_2 \dot{e} + \lambda_1 e \quad (11)$$

选择实常数 λ 使系统具有期望的动态性能，那么有如下定理。

定理 1：对于式 (3) 和 (11) 构成的离心—振动试验系统，如果选择如下控制律，

$$\begin{aligned} \varphi_{3,4} &= \bar{s} + 3[|\ddot{s}| + (|\dot{s}| + 0.5|s|^{3/4})^{-1/3} \\ &\quad |\dot{s} + 0.5|s|^{3/4} \text{sign}(s)|]^{-1/2} \times \\ &\quad [\bar{s} + (|\dot{s}| + 0.5|s|^{3/4})^{-1/3} \\ &\quad (\dot{s} + 0.5|s|^{3/4} \text{sign}(s))] \\ N_{3,4} &= |\bar{s}| + 3[|\ddot{s}| + (|\dot{s}| + 0.5|s|^{3/4})^{-1/3} \\ &\quad |\dot{s} + 0.5|s|^{3/4} \text{sign}(s)|]^{-1/2} \times \\ &\quad \left| \frac{\dot{s} + (|\dot{s}| + 0.5|s|^{3/4})^{-1/3}}{(\dot{s} + 0.5|s|^{3/4} \text{sign}(s))} \right| \\ v &= \Psi - \beta \frac{\varphi_{3,4}}{N_{3,4} + \epsilon} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\text{则} \quad u = \int v dt \quad (13)$$

其中，加入 ϵ 为使得控制输入更加平滑， Ψ 的具体表达见证明过程。在该控制律作用下，保证输入量平滑的基础上，能够使系统到达滑模面流形，满足滑模面到达条件，并保证系统的稳定性与收敛性。

证明：选取李雅普诺夫函数为： $V_s = \frac{1}{2}s^2$ ，

则根据李雅普诺夫稳定性第二定理，对 V_s 求导，并将式 (3) 和 (11) 代入，令 $k = k_0 + \Delta k$ ，有：

$$\begin{aligned} \dot{V}_s &= s^T(\ddot{e} + \lambda_2 \dot{e} + \lambda_1 \dot{e}) = \\ &= s^T[(\ddot{x} - \ddot{x}^*) + \lambda_2(\dot{x} - \dot{x}^*) + \lambda_1(x - x^*)] = \\ &= s^T[-\ddot{x}^* - \lambda_2 \dot{x}^* - \lambda_1 x^* + \frac{k_0}{m}(\frac{c}{m} - \lambda_2)x - \\ &\quad - \frac{1}{m}(B^2 * l + k - \frac{c^2}{m} + \lambda_2 * c)v - \frac{B}{m}(R - \\ &\quad \lambda_2 * L + \frac{c * L}{m})i + \frac{\Delta k}{m}(\frac{c}{m} - \lambda_2)x - \frac{\Delta k}{m}v + \\ &\quad \lambda_2(f + d) + \frac{B}{m}u] \end{aligned} \quad (13)$$

令

$$\begin{aligned} \Psi &= -\frac{m}{B}[\ddot{x}^* + \lambda_2 \dot{x}^* + \lambda_1 x^* - \frac{k_0}{m}(\frac{c}{m} - \lambda_2)x + \\ &\quad \frac{1}{m}(B^2 * l - k - \frac{c^2}{m} + \lambda_2 * c)v + \frac{B}{m}(R - \\ &\quad \lambda_2 * L + \frac{c * L}{m})i] \end{aligned} \quad (14)$$

$$g = -\frac{\Delta k}{m}v + \lambda_2(f + d) + \frac{\Delta k}{m}(\frac{c}{m} - \lambda_2)x \quad (15)$$

将控制律 (12) 代入上式 (13) 并整理得：

$$\dot{V}_s = \beta \frac{B}{m} |s| \left[\frac{m}{B} \frac{g \text{sign}(s)}{\beta} - \frac{\varphi_{3,4}}{N_{3,4} + \epsilon} \right] \quad (16)$$

由于

$$\frac{\varphi_{3,4}}{N_{3,4} + \epsilon} \leq 1 \quad (17)$$

令

$$\beta \frac{B}{m} |s| \left[\frac{m}{B} \frac{g \operatorname{sign}(s)}{\beta} - \frac{\varphi_{3,4}}{N_{3,4} + \epsilon} \right] \leq -\eta |s| \quad (18)$$

其中: $\eta \geq 0$, 则上式满足的充分条件为:

$$\begin{aligned} g \operatorname{sign}(s) - \frac{\beta B}{m} \frac{\varphi_{3,4}}{N_{3,4} + \epsilon} &\leq -\eta \\ \Rightarrow g \operatorname{sign}(s) &\leq \frac{\beta B}{m} \frac{\varphi_{3,4}}{N_{3,4} + \epsilon} - \eta \end{aligned} \quad (19)$$

由式 (17) 可得:

$$g \operatorname{sign}(s) \leq \frac{\beta B}{m} - \eta \quad (20)$$

由于 g 的上界是已知, 可通过系统的干扰和不确定性估计得到。因此如果满足:

$$|g| < g^{\max} \leq \frac{B}{m} \beta - \eta \quad (21)$$

必有 $\dot{V} < 0$, 定理得证。

4 仿真结果及分析

为验证本文所提出的振动位移跟踪控制方法的可行性和有效性, 选取如下离心振动复合系统参数进行数学仿真。台面、动圈等效质量 $m = 1.5 \text{ kg}$; 刚度 $k_0 = 9\,500 \text{ N/m}$; 阻尼 $c = 50 \text{ N/(m} \cdot \text{s}^{-1})$; 磁感应强度 $B = 0.5 \text{ T}$; 动圈长度 $l = 28 \text{ m}$; 电阻 $R = 0.5 \text{ } \Omega$; 磁感 $L = 100 \text{ } \mu\text{H}$; 初始位移 $x_0 = 0$, 速度 $v_0 = 0$, 电流 $i_0 = 0$; $r = 1.5 \text{ m}$; 期望振动为正弦位移 $x^* = 0.04 \sin(2\pi t/4)$; 干扰力为 $d = \sin(2\pi t/16) \times 10^{-2}$ 控制算法中的 s, \dot{s}, \ddot{s} 采用如下四阶高阶滑模微分器^[11]进行估计。

$$\begin{aligned} \dot{z}_0 &= v_0, v_0 = -25 |z_0 - \sigma|^{3/4} \operatorname{sign}(z_0 - \sigma) + z_1 \\ \dot{z}_1 &= v_1, v_1 = -25 |z_1 - v_0|^{2/3} \operatorname{sign}(z_1 - v_0) + z_2 \\ \dot{z}_2 &= v_2, v_2 = -33 |z_2 - v_1|^{1/2} \operatorname{sign}(z_2 - v_1) + z_3 \\ \dot{z}_3 &= -500 \operatorname{sign}(z_3 - v_2) \end{aligned} \quad (22)$$

系统参数与控制器参数值分别取以下, 取 $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.2$; $\beta = 0.5$; $\eta = 5.0$; $\epsilon = 0.001$; $\omega = \pi/6 \text{ rad/s}$ 。仿真结果如图 2~图 6 所示, 分别给出了振动位移跟踪曲线、微分器估计曲线、控制输入曲线、相轨迹曲线及位移跟踪误差曲线。

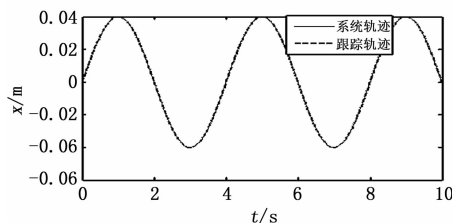


图 2 位移跟踪曲线

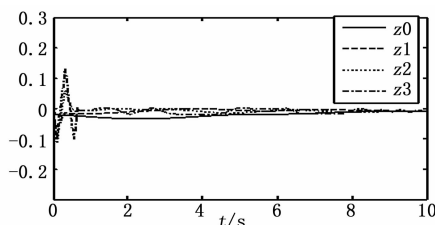


图 3 估计值曲线

从仿真的结果可以看出, 高阶滑模控制器能够在外界干扰和系统参数不确定情况下, 使系统进入稳态, 并完成离心振动

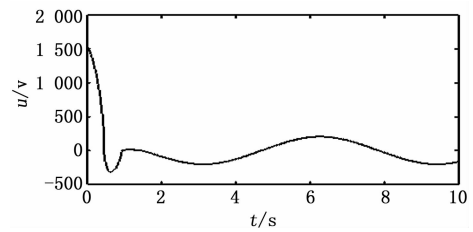


图 4 控制输入曲线

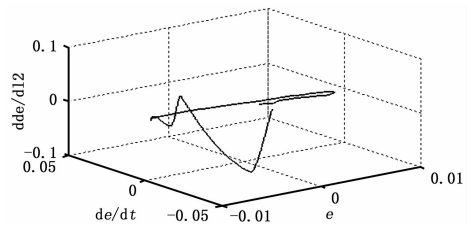


图 5 相轨迹曲线

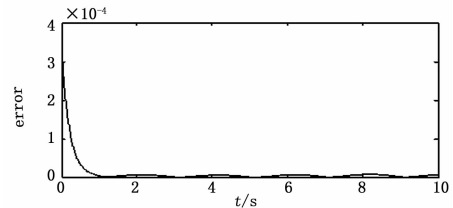


图 6 位移误差曲线

复合系统振动位移跟踪控制, 从而实现振动位移精确定位, 验证了高阶滑模控制器的有效性和合理性。同时, 高阶滑模控制器也有效的降低了抖振现象, 系统本身控制量变得更加光滑。

5 结论

本文针对电动振动台在离心力作用下存在模型不确定性因素情况下的振动位移跟踪控制问题, 通过高阶滑模控制理论, 设计了基于高阶滑模的离心-振动复合系统的振动位移跟踪控制器。介绍了相关高阶滑模控制的基本理论, 并建立了离心-振动复合系统的数学模型。针对该模型设计了基于李雅普诺夫第二法及反馈控制理论的高阶滑模控制器, 证明了其稳定性和全局收敛性。同时通过引入虚拟控制量, 消除了系统控制输入的“抖振”现象。仿真结果表明, 高阶滑模振动位移跟踪控制器能够有效消除滑模控制的“抖振”现象, 并对振动位移能够进行精确跟踪, 进一步说明了该设计理论的正确性及方法的可行性。

参考文献:

[1] 朱先辉, 闰桂荣, 牛宝良, 等. 离心力场中电动振动台的建模 [J]. 振动与冲击, 1999, 18 (3): 37-44.
 [2] 李士勇, 章 钱. 一种新型滑模变结构导引律的研究 [J]. 计算机测量与控制, 2009, 17 (18): 1541-1543.
 [3] 孙 亮, 孙启兵. 滑模控制在两轮机器人平衡控制中的应用 [J]. 计算机测量与控制, 2010, 18 (7): 1543-1545.
 [4] 席雷平, 陈自力, 张世华. 改进幂次趋近律的机械臂滑模控制律设计 [J]. 计算机测量与控制, 2012, 20 (2): 380-383.
 [5] Levant A. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control [J]. International J. of Control, 2003, 76 (9/10): 924-941.

(下转第 1409 页)

序代码如下：

```

void send(unsigned char dat)
{
    SBUF=dat;
    while(! TI); //等待发送完成
    TI=0;
}

```

3.2 电机控制程序

对于直流电动机的速度控制，采用 PWM（脉宽调制）技术，通过改变输入电机脉冲信号的占空比来改变平均电压大小，从而改变电动机速度的大小。脉冲信号的占空比由加速踏板采集的油门开度百分比决定，并通过程序产生对应占空比的脉冲信号。主要程序代码如下：

```

while(1)
{
    ST=0;ST=1;ST=0;//启动 A/D 转换
    while(! EOC); //等待转换完成
    OE=1;
    Val=P1;
    PWM=1;
    DelayMS(Val); // 延时
    PWM=0;
    DelayMS(0xff-Val);}

```

4 监测与控制模拟仿真

为了验证系统的可行性，进行了模拟仿真。下位机电路模块采用 Proteus 软件仿真，用虚拟串口仿真 PC 机与单片机之间的串口通讯，虚拟串口可用 VSPD7.0（Virtual Serial Port Driver 7.0）软件进行添加和设置。

4.1 监测数据显示

通过模拟仿真，上位机监测数据显示如图 3 所示。监测的数据包括油门开度、电池组电压和电池组电流等。对于电压、电流过高或过低都是故障，为直观起见，当过高时显示红色灯，过低时变成灰色灯，绿色表示正常。并且在界面右下方有用文字说明故障原因。

4.2 电机控制模拟实验仿真

用 Proteus 绘制好电机驱动原理图后，调入已编译好的目标代码文件，运行后可以看到模拟仿真过程。滑动变阻器代替加速踏板，通过改变滑动变阻器电阻值改变油门开度信号，P3.4 口输出 PWM 脉冲驱动电动机转动，滑动变阻器向左滑动时，电机转速加快，滑动变阻器向右滑动时，电机转速变慢，通过示波器可以更加直观的观察到改变滑动变阻器产生不同占空比的 PWM。如图 4 所示。

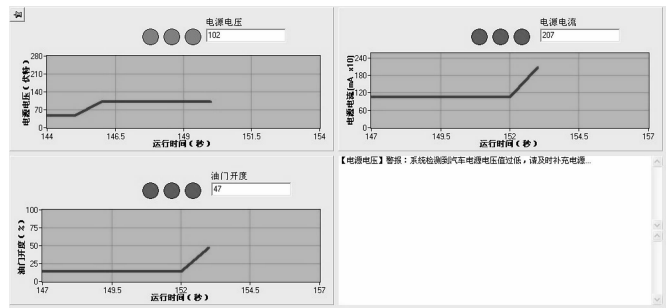


图 3 上位机数据监测界面

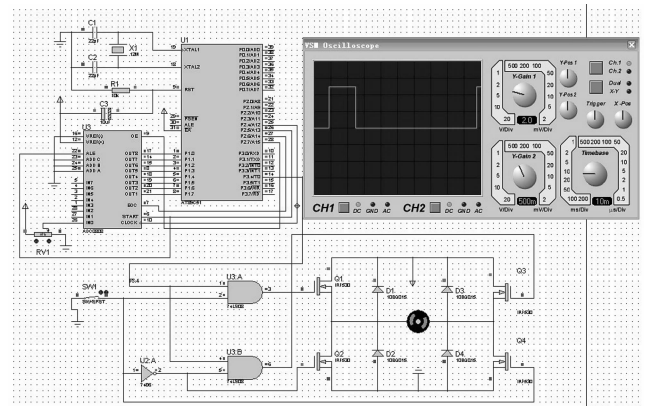


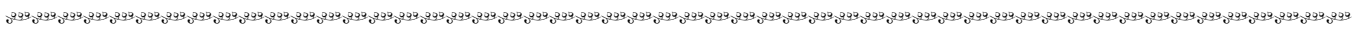
图 4 电机驱动模拟仿真

5 结论

基于 PC 机与单片机，采用 Delphi 高级语言和单片机 C 语言，设计并开发了混合动力汽车电机驱动系统的监测诊断与控制系统。经过调试与模拟仿真，表明所设计的系统有效和可行，达到了预期的目标。

参考文献：

- [1] 吴加伟. 混合动力电动汽车电机驱动系统与故障诊断研究 [D]. 安徽：安徽农业大学，2006.
- [2] 宋受俊. 基于单片机的电机运动控制系统设计 [D]. 西安：西安工业大学，2006.
- [3] 王盛军. 混合动力电动汽车驱动控制系统 [D]. 北京：北京工业大学，2004.
- [4] 方伟新，唐益仁，宗 杨. 混合动力电动汽车车载数据采集系统的开发 [J]. 计算机测量与控制，2006，(1)：128-130.
- [5] 李 宁. 基于 PC 机和单片机主从式测控系统的设计 [D]. 西安：西安理工大学，2008.



(上接第 1403 页)

- [6] Levant A. Homogeneity approach to high-order sliding mode design [J]. Automatica, 2005, 41: 823-830.
- [7] Levant A. Quasi-continuous high-order sliding-mode Controllers [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50 (11): 1812-1816.
- [8] Pukdeboon C, Zinober A S, Thein M W. Quasi-Continuous Higher-Order Sliding Mode Controller Designs for Spacecraft Attitude Tracking Maneuvers [J]. IEEE Trans on Industrial electronics,

- 2008, 57 (4): 1436-1444.
- [9] Shtessel Y B, Christian H. Integrated Higher-Order Sliding Mode Guidance and Autopilot for Dual-Control Missiles [J]. J of Guidance, Control, and Dynamics, 2009, 32 (1): 79-94.
- [10] 郭继峰，任万滨，康云志，等. 电动振动台模型辨识方法及其应用的研究 [J]. 振动与冲击，2011，30 (7)：241-244.
- [11] Levant A, Leonid M Fridman. Accuracy of homogeneous sliding modes in the presence of fast actuators [J]. IEEE Trans on Automatic control, 2010, 55 (3): 810-814.