

基于期望控制函数频率特征的解耦多变量控制

陈永会¹, 沈勇²

(1. 四川理工学院 自动化与电子信息学院, 四川 自贡 643000; 2. 四川君和环保工程有限公司 工程部, 四川 乐山 614001)

摘要: 提出一种简单的解耦多变量系统比例积分微分 (PID) 控制器设计方法; 首先, 将多变量过程前馈解耦为多个独立单回路系统, 利用解耦器对角环节保证解耦器的稳定性和可物理实现性; 其次, 针对每个已解耦单回路系统, 提出同时考虑设定值跟踪、扰动抑制和鲁棒稳定性要求的期望闭环传递函数, 由此得到期望控制函数, 并基于期望控制函数的频率特征快速获取 PID 控制参数; 最后, 示例了解耦多变量控制器的设计过程; 仿真结果表明该解耦 PID 设计法对一般多变量时滞过程的控制是有效的。

关键词: 多变量; 时滞过程; 解耦; 期望控制函数; PID 控制器

Decoupling Multivariable Control Based on Frequency Characteristics of Expected Control Function

Chen Yonghui¹, Shen Yong²

(1. School of Automation and Electronic Information, Sichuan University of Science & Engineering, Zigong 643000, China; 2. Engineering Dep., Sichuan Junhe Environmental Protection Engineering Co. Ltd., Leshan 614001, China)

Abstract: A decoupling multivariable control system and its proportional-integral-derivative (PID) controllers are proposed. First, multiple single-input and single-output (SISO) processes are obtained through feedforward decoupling for interacting multi-input and multi-output (MIMO) process. This feedforward decoupler can ensure itself stability and realizability by its main diagonal elements. Second, multiple desired closed-loop transfer functions are selected in consideration of setpoint tracking, disturbance rejection and robust stability of each single loop system in simultaneously. With this, the expected control functions are obtained and its frequency characteristics are used to determine the PID parameters respectively. At last, examples are used to illustrate the proposed design method. Simulation results show that the proposed approach of decoupling control for general multivariable processes with time delay is effective.

Key words: MIMO; delay process; decoupling; desired control function; PID controller

0 引言

多变量或多输入多输出 (MIMO) 系统在化学和过程工业中经常遇到。与单输入单输出 (SISO) 过程相比, MIMO 过程因存在交联而使得其控制更为困难^[1]。

近年来, 多变量系统已经成为一个重要研究课题和热点。多变量控制系统的设计方法可以分为 3 类: 分散控制设计法^[2-4]、解耦控制设计法^[1,5-7]和集中控制设计法^[8]。对于分散控制设计, 因为回路之间存在交联作用, 不能独立地设计这些控制器, 所以控制系统性能会受到限制^[5]。解耦控制设计最具代表性的方法是解耦内模设计法^[6-7], 多变量系统经解耦后的过程是较为复杂的, 通常需要引入模型降阶才便于设计控制器。并且内模控制在 DCS 系统中难以直接实现^[9], 为此, 文献 [4]、[7] 基于麦克劳林级数展开的低阶逼近获得 PID 参数, 文献 [9] 基于 Pade 近似得到 IMC-PID 参数, 其共同的缺点是针对复杂过程会出现微分时间常数为负的情形。

针对上述多变量控制实践所遇到的问题, 本文提出一种简单的前馈解耦方法和 PID 参数设计法。利用解耦器中冗余解耦环节, 配置稳定物理可实现的前馈解耦器。在此基础上, 提

出期望的独立闭环传递函数及其期望控制器, 依据期望控制器频率特征直接获得独立 PID 控制器参数。

1 解耦器设计

典型解耦多变量控制系统结构如图 1 所示。图中, $P(s)$ 、 $P_L(s)$ 、 $D(s)$ 和 $C(s)$ 分别表示被控过程、扰动过程、解耦器和控制器, 而 $G(s)$ 为解耦后等效被控模型。

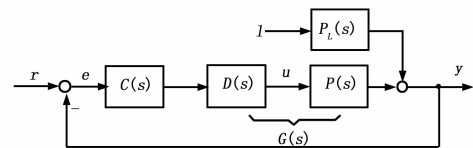


图 1 解耦多变量控制系统结构图

被控过程、解耦器及其等效过程之间的关系为:

$$G = PD = \begin{bmatrix} \sum_k p_{1k} d_{k1} & \cdots & \sum_k p_{1k} d_{km} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_k p_{mk} d_{k1} & \cdots & \sum_k p_{mk} d_{km} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中,

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{m1} & \cdots & p_{mm} \end{bmatrix} = \{p_{ij}\} \quad (2)$$

收稿日期: 2013-11-25; 修回日期: 2014-01-27。

基金项目: 四川省重点实验室科研项目 (2011RYJ07); 四川省教育厅科研项目 (12ZA097)。

作者简介: 陈永会 (1974-), 女, 四川自贡人, 硕士, 副教授, 主要从事电力电子技术和控制理论及其应用方向的研究。

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & \cdots & d_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{m1} & \cdots & d_{mm} \end{bmatrix} = \{d_{ij}\} \quad (3)$$

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & \cdots & g_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{m1} & \cdots & g_{mm} \end{bmatrix} = \{g_{ij}\} \quad (4)$$

期望解耦后等效过程是对角形的, 应满足:

$$g_{ij} = p_{ih} \sum_k p_{ik0} d_{kj} = 0, (i, j = 1, \dots, m, i \neq j) \quad (5)$$

式中, p_{ih} 为被控过程传递函数矩阵中每行公因式, 比如常包含每行中的最小时滞项、公共不稳定项和右半平面零点项; p_{ik0} 为过程传递函数矩阵中除去所在行公因式后的剩余项。从而, 式 (1) 和式 (5) 可以表达为:

$$G = P_h P_0 D = \text{diag}(g_{11}, \dots, g_{mm}) \quad (6)$$

$$\sum_k p_{ik0} d_{kj} = 0, (i, j = 1, \dots, m, i \neq j) \quad (7)$$

式中, $P_h = \text{diag}(p_{1h}, \dots, p_{mh}), P_0 = \{p_{ij0}\}$ 。

实际中要求解耦环节是稳定的, 并且不应有纯预测功能。注意到式 (7) 共有 $(m^2 - m)$ 个方程约束, 而待求解的解耦环节个数为 m^2 个, 故可人为地选择余下 m 个解耦环节, 使得所有解耦环节都是稳定可物理实现的。

不失一般性, 假定解耦器中对角解耦环节 d_{11}, \dots, d_{mm} 已确定, 则非对角解耦环节可由式 (7) 解出为:

$$d_{ij} = d_{jj} A_{ji} / A_{jj}, (i, j = 1, \dots, m, i \neq j) \quad (8)$$

式中, A_{ji} 为矩阵 P_0 的代数余子式。若 A_{ji} / A_{jj} 有 RHP 极点, 则 d_{ij} 应选择 RHP 零点与之对消, 才可使所有解耦环节是稳定的。再者, 若 A_{ji} / A_{jj} 含预测项, 则 d_{ij} 应选择含恰当延时使 d_{ij} 可物理实现。

解耦后等效过程所含独立环节具有如下形式:

$$g_{ii} = p_{ih} | P_0 | d_{ii} / A_{ii} \quad (9)$$

仅需同数目的独立控制器就可实现期望响应。

2 期望响应与期望控制器

图 1 所示控制系统的跟踪传递特性和扰动传递特性分别为:

$$H_t = (I + GC)^{-1} P_L \quad (10)$$

$$H = (I + GC)^{-1} GC \quad (11)$$

式中, $P_L = [p_{L1} \ \cdots \ p_{Lm}]^T$ 为扰动模型, $C = \text{diag}(c_1, \dots, c_m)$ 为主回路控制器。

控制目标是使控制系统有好的跟踪和扰动抑制特性, 同时还应有恰当的鲁棒稳定性。

对每个独立控制回路, 一种同时兼顾跟踪性能、扰动抑制性能和稳定性的闭环传递函数为^[10-11]:

$$h_i = \frac{\sum_{k=1}^r \alpha_k s^k + 1}{(\lambda_i s + 1)^n} \prod_j \frac{1 - z_j s}{1 + z_j s} e^{-\theta_i s} \quad (12)$$

式中, λ_i 为可选滤波时间常数, 用于调整独立回路的动态性能和稳定性; $\alpha_k, (k=1, \dots, r)$ 为保证系统内稳定而引入的参数, 其目的是抵消扰动过程的不稳定极点以及不希望极点; θ_i 为被控过程时滞; z_j 为被控过程的右半平面零点; n 为使控制器物理可实现的合适阶次。

于是, 每个独立回路的期望控制器为:

$$c_i = \frac{g_{ii}^{-1} h_i}{1 - h_i} \quad (13)$$

因为 $\lim_{s \rightarrow 0} c_i = \infty$, 每个所以独立控制器都是含有积分功能的, 从而, 在阶跃指令输入和阶跃扰动作用下系统都有稳态响应的无差性质。

3 期望控制器的 PID 实现

为将期望控制器转化为常规 PID 控制器, 考虑常规 PID 控制器的幅值频率特征与其参数之间的关系是有益的。

理想并联型 PID 控制规律为:

$$c_i = \frac{k_i(a_i s^2 + b_i s + 1)}{s} \quad (14)$$

其低频特性决定于控制器的积分增益 k_i

$$k_i = \lim_{s \rightarrow 0} s c_i = c_{i0} \quad (15)$$

同时, 依据幅值频率特性

$$|c_i(j\omega)| = |k_i| \sqrt{\frac{(1 - a_i \omega^2)^2}{\omega^2} + b_i^2} \quad (16)$$

可知其中频幅值在频率

$$\omega_m = 1 / \sqrt{a_i} \quad (17)$$

处存在极(最)小值

$$|k_i| b_i = |c_i(j\omega_m)| = c_{im} \quad (18)$$

于是, PID 控制器参数可以如此确定

$$k_i = c_{i0}, \quad a_i = \frac{1}{\omega_m^2}, \quad b_i = \frac{c_{im}}{c_{i0}} \quad (19)$$

注意: PID 控制器幅值特性的极值处还应满足零相位特征。

另外, 对于控制器的高频特性, 考虑 PID 含高频滤波环节的实用型结构

$$c_i = \frac{k_i(a_i s^2 + b_i s + 1)}{s(T_{fi} s + 1)} \quad (20)$$

其在高频处满足条件

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} c_i(j\omega) = \frac{K_i a_i}{T_{fi}} = c_{i\infty} \quad (21)$$

故高频滤波时间常数由控制器频率特性的高频限制条件获得:

$$T_{fi} = \frac{c_{i0}}{\omega_m^2 c_{i\infty}} \quad (22)$$

4 仿真示例

通过两个过程示意上述设计方法。

例 1: Wood 和 Berry 过程^[5,9]如下

$$P = \begin{bmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{16.7s+1} & \frac{-18.9e^{-3s}}{21s+1} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{10.9s+1} & \frac{-19.4e^{-3s}}{14.4s+1} \end{bmatrix},$$

$$P_L = \begin{bmatrix} \frac{3.8e^{-8.1s}}{14.9s+1} \\ \frac{4.9e^{-3.4s}}{13.2s+1} \end{bmatrix}$$

传递函数矩阵

$$P = \{p_{ij}\} = \left\{ \frac{k_{ij} e^{-\theta_{ij}s}}{T_{ij}s + 1} \right\} \quad (23)$$

中行公因式可仅取行最小时滞, 即有

$$P_h = \text{diag}\{p_{1h}, p_{2h}\} = \text{diag}\{e^{-s}, e^{-3s}\} \quad (24)$$

于是 P_0 矩阵为:

$$P_0 = \begin{bmatrix} 12.8 & -18.9e^{-2s} \\ 16.7s+1 & 21s+1 \\ 6.6e^{-4s} & -19.4 \\ 10.9s+1 & 14.4s+1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

按式 (8) 得非对角解耦环节为

$$d_{12} = \frac{-p_{120}}{p_{110}} d_{22}, d_{21} = \frac{-p_{210}}{p_{220}} d_{11} \quad (26)$$

易知, 简单选择 $d_{11} = d_{22} = 1$, 即能稳定可物理实现解耦器

$$D = \begin{bmatrix} 1 & d_{12} \\ d_{21} & 1 \end{bmatrix}, \begin{cases} d_{12} = \frac{18.9(16.7s+1)}{12.8(21s+1)} e^{-2s} \\ d_{21} = \frac{6.6(14.4s+1)}{19.4(10.9s+1)} e^{-4s} \end{cases} \quad (27)$$

由式 (9) 得解耦后的独立等效过程分别为:

$$\begin{cases} g_{11} = p_{1h} |P_0| / A_{11} = e^{-s} p_{110} (1-p) \\ g_{22} = p_{2h} |P_0| / A_{22} = e^{-3s} p_{220} (1-p) \end{cases} \quad (28)$$

式中,

$$p = \frac{0.5023(16.7s+1)(14.4s+1)}{(21s+1)(10.9s+1)} e^{-6s} \quad (29)$$

由式 (27) 可知, 两个独立等效过程的阶次差都为 1, 并且, 依据奈奎斯特稳定性定理可知 $(1-p)$ 不含右半平面零点, 故由式 (12) 选择期望闭环传递特性为:

$$h_i = \frac{(\alpha_i s + 1)}{(\lambda_i s + 1)^2} e^{-\theta_i s}, (\lambda_i \leq \alpha_i \leq T_{Li}, i = 1, 2) \quad (30)$$

式中, $T_{L1} = 14.9$ 和 $T_{L2} = 13.2$ 为扰动过程的时间常数, θ_1 和 θ_2 分别为两个独立等效过程的时滞。

所以, 由式 (13) 确定的期望控制器为:

$$c_i = \frac{h_i g_{ii}^{-1}}{1 - h_i} = \frac{(\alpha_i s + 1) / p_{i0} (1-p)}{(\lambda_i s + 1)^2 - (\alpha_i s + 1) e^{-\theta_i s}} \quad (31)$$

该期望控制器的低频特征为:

$$c_{i0} = \lim_{s \rightarrow 0} s c_i = \frac{1/k_{ii} (1 - k_{12} k_{21} / k_{11} k_{22})}{2\lambda_i - \alpha_i + \theta_i} \quad (32)$$

期望控制器特性式 (31) 的高频特性与 $(1-p)$ 有关, 而 $\lim_{\omega \rightarrow \infty} (1-p)$ 不存在。P 在高频时随频率变化的波动幅值为:

$$\gamma = k_{12} k_{21} T_{11} T_{22} / k_{11} k_{22} T_{12} T_{21} \quad (33)$$

可考虑其高频值为上限值、下限值或者平均值。若选上限值, 则由式 (31) 有

$$c_{i\infty} = \lim_{s = j\omega \rightarrow \infty} c_{i\infty} = \frac{\alpha_i T_{ii}}{\lambda_i^2 k_{ii} (1-\gamma)} \quad (34)$$

期望控制器特性式 (31) 的幅频特性极值与参数 α_i 和 λ_i 的选择有关, 解析计算特别困难, 由数值计算法绘出 $c_i(j\omega)$ 的伯德图可容易地得到。例如, $\alpha_1 = 7.4438$, $\lambda_1 = 4$, $\alpha_2 = 8.0914$ 以及 $\lambda_2 = 4$ 时有 $\omega_{1m} = 0.5438$, $c_{1m} = 0.2859$, $\omega_{2m} = 0.4805$ 和 $c_{2m} = 0.1202$, 如图 2 所示。

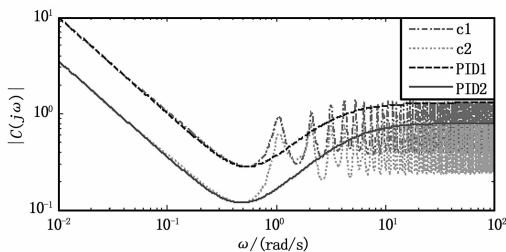


图 2 期望控制和 PID 实现的幅值频率特性

此时, PID 控制器的参数为: $KcTiTdTf12 = [0.2859, 0.8346, 1.2334, 0.2744; -0.1202, 3.3748, 1.2833, 0.1940]$, 控制系统的设定值和扰动阶跃响应如图 3 所示。

图 3 比较了解耦 PID 控制 (this D-PID) 与期望解耦控制

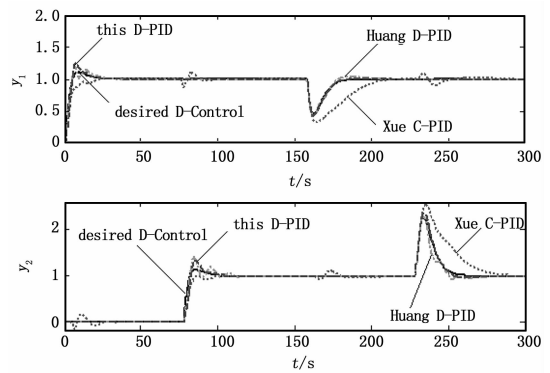


图 3 3 种解耦控制系统的设定值和扰动阶跃响应

(desired D-control), 同时注意了 Huang 等^[5]解耦 PID 控制 (Huang D-PID) 和薛美盛等^[9]集中 PID 控制 (Xue C-PID)。

例 2: 化学聚合反应过程^[1,5]

$$P = \begin{bmatrix} \frac{22.89e^{-0.2s}}{4.572s+1} & \frac{-11.64e^{-0.4s}}{1.807s+1} \\ \frac{4.689e^{-0.2s}}{2.174s+1} & \frac{5.8e^{-0.4s}}{1.801s+1} \end{bmatrix},$$

$$P_L = \begin{bmatrix} \frac{4.243e^{-0.4s}}{3.445s+1} \\ \frac{0.601e^{-0.4s}}{1.982s+1} \end{bmatrix}$$

过程传递函数矩阵的行最小时滞和 P_0 矩阵为:

$$P_h = \text{diag}\{p_{1h}, p_{2h}\} = \text{diag}\{e^{-0.2s}, e^{-0.2s}\} \quad (35)$$

$$P_0 = \begin{bmatrix} \frac{22.89}{4.572s+1} & \frac{-11.64e^{-0.2s}}{1.807s+1} \\ \frac{4.689}{2.174s+1} & \frac{5.8e^{-0.2s}}{1.801s+1} \end{bmatrix} \quad (36)$$

选 $d_{11} = e^{-0.2s}$ 以及 $d_{22} = 1$ 时稳定可物理实现的解耦器为:

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & 1 \end{bmatrix}, \begin{cases} d_{12} = \frac{11.64(4.572s+1)}{22.89(1.807s+1)} e^{-0.2s} \\ d_{21} = \frac{-4.689(1.801s+1)}{5.8(2.174s+1)} \end{cases} \quad (37)$$

由式 (9) 得解耦后的独立等效过程分别为:

$$\begin{cases} g_{11} = e^{-0.4s} p_{110} (1-p) \\ g_{22} = e^{-0.2s} p_{220} (1-p) \end{cases} \quad (38)$$

其中:

$$p = \frac{0.4111(4.572s+1)(1.801s+1)}{(2.174s+1)(1.807s+1)} \quad (39)$$

由式 (38) 可知, 两个独立等效过程的阶次差都为 1, 并且, 依据奈奎斯特稳定性定理可知 $(1-p)$ 不含右半平面零点, 故由式 (12) 选择期望闭环传递特性为:

$$h_i = \frac{(\alpha_i s + 1)}{(\lambda_i s + 1)^2} e^{-\theta_i s}, (\lambda_i \leq \alpha_i \leq T_{Li}, i = 1, 2) \quad (40)$$

式中, $T_{L1} = 3.445$ 和 $T_{L2} = 1.982$ 为扰动过程的时间常数, θ_1 和 θ_2 分别为两个独立等效过程的时滞。

所以, 由式 (40) 确定的期望控制器为:

$$c_i = \frac{h_i g_{ii}^{-1}}{1 - h_i} = \frac{(\alpha_i s + 1) e^{-\theta_i s} / d_{ii} p_{ii} p_{i0} (1-p)}{(\lambda_i s + 1)^2 - (\alpha_i s + 1) e^{-\theta_i s}} \quad (41)$$

该期望控制器的低频特征为:

(下转第 1397 页)

control of an unmanned surface vehicle [J]. *Autonomous Robots*, 2008, 25 (4): 349-365.

- [3] 中国尚在起步阶段智能是最大难点 [N]. *科学时报*, 2008-10-31.
- [4] By Marco Bibuli, Massimo Caccia, Lionel Lapierre, and Gabriele Bruzzone. *Guidance of Unmanned Surface Vehicles* [J]. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 2012, 9: 92-102.
- [5] Bibuli M, Bruzzone G, Caccia M, et al. Line following guidance control: Application to the Charlie unmanned surface vehicle [A]. *Intelligent Robots and Systems, 2008. IROS 2008. IEEE/RSJ International Conference on [C], IEEE, 2008; 3641-3646.*
- [6] 廖煜雷, 万磊. 欠驱动船舶直线航迹的滑模控制方法 [J]. *应用科技*, 2011, 38 (11): 13-17.

(上接第 1393 页)

$$c_{i0} = \lim_{s \rightarrow 0} s c_i = \frac{1/k_{ii}(1 - k_{12}k_{21}/k_{11}k_{22})}{2\lambda_i - \alpha_i + \theta_i} \quad (42)$$

由式 (41) 得期望控制器高频幅值为:

$$c_{i\infty} = \lim_{s = j\omega \rightarrow \infty} c_{i\infty} = \frac{\alpha_i T_{ii}}{\lambda_i^2 k_{ii} (1 - \gamma)} \quad (43)$$

式中, $\gamma = k_{12}k_{21}T_{11}T_{22}/k_{11}k_{22}T_{12}T_{21} = -0.8617$ 。

由数值计算法绘出期望控制器特性式 (41) 的伯德图可容易地得到幅频特性极值特征。例如, $\alpha_1 = 2.1424$, $\lambda_1 = 1.2$, $\alpha_2 = 1.7298$ 以及 $\lambda_2 = 1.2$ 时有 $\omega_{1m} = 2.0544$, $c_{1m} = 0.1079$, $\omega_{2m} = 2.4302$ 和 $c_{2m} = 0.1470$ 。此时, PID 控制器的参数为: $KcTiTdTf12 = [0.1079, 2.2913, 0.1034, 0.0699; 0.1470, 1.2875, 0.1315, 0.0965]$, 期望控制器和 PID 控制器的幅频特性如图 4 所示, 控制系统的设定值和扰动阶跃响应如图 5 所示。

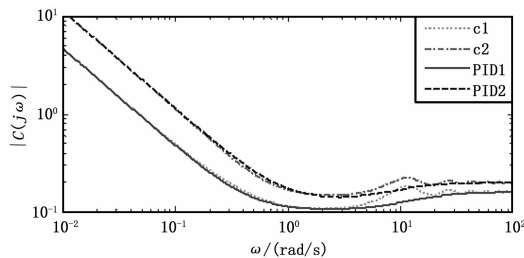


图 4 期望控制和 PID 实现的幅值频率特性

图 5 比较了本解耦 PID 控制 (this D-PID) 与期望解耦控制 (desired D-control), 同时示意了 Juan 等^[1]集中逆解耦控制 (Juan Inverted control)。

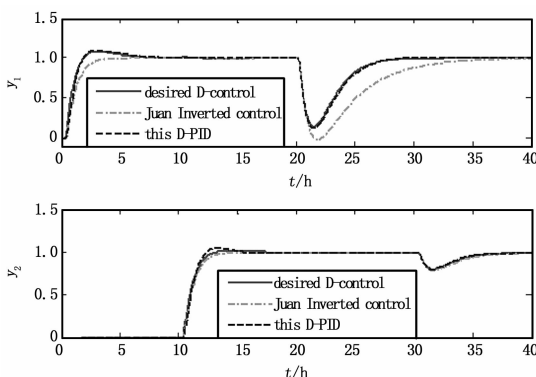


图 5 两种解耦控制系统的设定值和扰动阶跃响应

- [7] 张晓杰, 冯海涛, 熊亚洲, 等. 一种双电力推进无人水面艇的非线性建模、仿真和实验 [J]. *船舶工程*, 2012, 34 (2): 39-42.
- [8] 刘今越. 基于模糊控制的移动机器人路径跟踪 [J]. *河北工业大学学报*, 2009, 38 (6): 6-9.
- [9] 汪洋, 郭晨. 建模参数不确定的欠驱动船舶路径跟踪控制 [J]. *计算机工程与应用*, 2009, 45 (33): 186-188.
- [10] 孙妍, 王朝立, 杨亚民. 基于模糊控制的移动机器人视觉反馈跟踪 [J]. *计算机工程*, 2011, 37 (14): 175-177.
- [11] 严浙平, 张彦超, 高鹏, 等. 水下无人航行器水平面路径跟踪控制方法研究 [J]. *计算机测量与控制*, 2011, 19 (12): 2985-2988.

5 结语

介绍了一种简单的多变量解耦控制 PID 设计方法。基于前馈解耦, 通过简单选择主对角解耦环节, 可保证解耦器稳定性和物理实现性。通过对解耦后单回路模型的简单分析, 能够提出满足单回路系统跟踪特性、扰动抑制特性和稳定性需要的期望闭环特性, 或者得到期望控制器, 由此依据其特征信息容易地获得 PID 控制参数。依期望控制函数的频率特征确定 PID 控制器参数这一方法简单有效, 比内模解耦法少一次复杂的模型降阶运算, 而且能够保证控制器参数的合理性, 不会出现微分时间常数为负的情形。仿真表明该解耦多变量 PID 设计法是有效的。

参考文献:

- [1] Garrido J, Vazquez F, Morilla F. An extended approach of inverted decoupling [J]. *Journal of Process Control*, 2011, 21 (1): 55-68.
- [2] Huang H P, Jeng J C, Chiang C H, et al. A direct method for multi-loop PI/PID controller design [J]. *Journal of Process Control*, 2003, 13 (8): 769-786.
- [3] Bao J, Forbes J F, McLellan P J. Robust multiloop PID controller design: a successive semi definite programming approach [J]. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 1999, 38 (9): 3407-3419.
- [4] Truong Nguyen Luan Vu, Lee M Y. Independent design of multi-loop PI/PID controllers for interacting multivariable processes [J]. *Journal of Process Control*, 2010, 20 (8): 922-933.
- [5] Huang H P, Lin F Y. Decoupling multivariable control with two degrees of freedom [J]. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 2006, 45 (9): 3161-3173.
- [6] 李兴春, 刘智勇, 李兴高. 多变量多时滞系统的前馈补偿解耦及 IMC-PID 控制 [J]. *计算机测量与控制*, 2012, 20 (4): 982-986.
- [7] 王全良, 甄新平, 潘立登, 等. 多变量系统解耦内模控制及其 PID 转化应用方法的研究 [J]. *北京化工大学学报*, 2005, 32 (6): 87-89.
- [8] Vijay Kumar V, Rao V S R, Chidambaram M. Centralized PI controllers for interacting multivariable processes by synthesis method [J]. *ISA Transactions*, 2012, 51: 400-409.
- [9] 薛美盛, 白东进, 王川. 基于 Pade 近似一般形式的 IMC-PID 控制器设计 [J]. *控制工程*, 2010, 17 (6): 715-718.
- [10] 陈娟, 潘立登, 曹柳林. 多变量时滞过程的解耦内模控制及应用 [J]. *北京化工大学学报*, 2007, 34 (3): 313-317.
- [11] Alcantara S, Zhang W D, Pedret C, et al. IMC-like analytical H_∞ design with S/SP mixed sensitivity consideration: Utility in PID tuning guidance [J]. *Journal of Process Control*, 2011, 21 (6): 976-985.